

PROCESSING COPY
13

D507933

CENTRAL INTELLIGENCE AGENCY
INFORMATION REPORT

This material contains information affecting the National Defense of the United States within the meaning of the Espionage Laws, Title 18, U.S.C. Secs. 793 and 794, the transmission or revelation of which in any manner to an unauthorized person is prohibited by law.

25X1

S-E-C-R-E-T

COUNTRY	USSR	REPORT	
SUBJECT	34 Technical Reports Published by the Soviet Academy of Sciences	DATE DISTR.	8 June 1956
DATE OF INFO.		NO. OF PAGES	3
PLACE ACQUIRED		REFERENCE NO.	RD
		REFERENCES	25X1

This is UNEVALUATED Information

THE SOURCE EVALUATIONS IN THIS REPORT ARE DEFINITIVE.
THE APPRAISAL OF CONTENT IS TENTATIVE.
(FOR KEY SEE REVERSE)

25X1

Description of Attachments:

25X1

1. Drainage of Hydrotechnical Tunnels by G. M. Lomize and V. M. Nasberg.
2. Filtration of a Canal with the Aid of Double Drainage Dams by G. N. Pykhteyev.
3. Inflow into Pores of Stratum with Variable Pressure on Contour of Feeding Pump (parameter of strata and inflow to be determined by use of isobar chart) by I. A. Charnyy.
4. Flow of Subsoil Waters in Dams, Locks, and Canals by N. N. Verigin.
5. About the Selection of the Degree of Computed Speed of Air in Axial Compressors, Conveyances, and Gas Turbine Power Plants by B. M. Likhterov.
6. Vortical (vortex) Energy-divider of the Flow by M. G. Dubinsky.
7. Theory of Stabilization of the Course of a Robot Airplane Assisted by an Automatic Pilot, with the Constant Speed of a Servo-motor by A. A. Andronov and N. N. Bautin.
8. About the Movement of a Material Point within a Rapidly Revolving Crane by E. M. Goldin. 25X1
9. Geometrical Presentations of the Theory of Communications (Geometricheskiye Predstavleniya v Teorii Svyazi) by E. L. Blokh and A. A. Karkevich.

S-E-C-R-E-T

CLASSIFICATION(S) _____ NOT
MICROFILMED - POOR COPY

STATE	X	ARMY	X	NAVY	X	AIR	X	FBI		AEC	OST/Ex	x				
-------	---	------	---	------	---	-----	---	-----	--	-----	--------	---	--	--	--	--

NOTE: Washington distribution indicated by "X"; Field distribution by "#".

13

S-E-C-R-E-T

25X1

-2-

10. On the Question of the Nature and Movement of Unexpected Ejections of Coal and Gases by V. S. Kravchenko. 25X1
11. Electric Conductivity and Heat Conductivity of Several Copper-Nickel Sulphide Alloys by D. M. Chizhikov, Z. F. Gulyanitskaya, and N. N. Bogovarova.
12. About the Kinetics of Isothermic Formation of Austenite by A. P. Gulyayev and V. M. Zalkin.
13. Properties of Durability and Plasticity of the Alloy Construction of Steel by M. P. Braun and Ye. Ye. Maystrenko.
14. The Influence of Pressure on the Variability of Soaked Minerals in Oil Collectors by M. A. Geyman, V. B. Shneyerson, and A. G. Mamikonov.
15. Kinetics of Regeneration in Dust-detecting Catalizators by K. P. Lavrovskiy and A. L. Rosental.
16. About the Periodic Downfall of Solid Solutions by V. I. Prosvirin.
17. Study of Wear and Tear during Dry Friction and Increased Temperatures by P. Ye. Dyachenko, O. Ye. Kestner, and L. A. Chatynan. Remarks by M. M. Karabeynik.
18. Gamma-Radiation and the Disintegration Process of La140 by L. V. Arkhangel'skiy, B. S. Dzheleпов, N. N. Zhukovskiy, V. P. Prikhodtseva, and Yu. V. Kholnov.
19. Gamma-Radiation of Am198 by B. S. Dzheleпов, N. N. Zhukovskiy, V. P. Prikhodtseva, and Yu. V. Kholnov.
20. Comparative Study of Light Atoms Through Methods of Magnetic Analysis (Issledovaniye Urovney Legkikh Yader Metodom Magnitnogo Analiza) by L. M. Khromchenko.
21. Gamma-Spectre of Ir192 by M. P. Glazunov, B. S. Dzheleпов, and Ya. V. Kholnov.
22. Gamma-Radiation of Eu152 - 154 by B. S. Dzheleпов, N. N. Zhukovskiy, and V. G. Medvedev.
23. Study of Several Instances of Angular Correlation by A. P. Grinberg and I. Kh. Lemberg.
24. Study of Angular Correlation of the Electrons of Interior Conversion of Br80/35 (Issledovaniye Uglovoy Korrelyatsii Elektronov Vnutrenney Konversii Br80/35) by B. A. Shakhbazyan and L. I. Rusinov.
25. Study towards Improving Tl60 through Methods of Coincidence (alignment), I. P. Stepanenko, L. Ya. Shavtvalov.
26. Study of Nuclear Isomerism of Zn69, Se79, Se81, Nb95, Rh103, and Ba137 by G. M. Drabkin, V. I. Orlov, and L. I. Rusinov.
27. Detection of Short-period Isomers by O. I. Leypunskiy, M. Ya. Gen, A. M. Tikhomirov, and P. A. Yampolskiy.
28. Life Duration of Certain Atom Particles in an Activated State by E. Ye. Berlovich.
29. On the Differentiating Capacities of Scintillating Spetrometers by I. F. Barchuk, Ye. M. Galkin, M. V. Pasechnik, and N. N. Pucherov.
30. On the Question of the Measurement of Deformation of Nuclear Surfaces by L. A. Sliv and L. K. Peker.
31. Structures of the Second Level of Activation of He5 and Li5 (Struktura Vtorogo Vozbuzhden'nogo Urovnya He5 i Li5) by A. I. Baz.
32. Outward Appearance during the Intermediate Interval and the Beta Disintegration of He6 (Onlozheniye Modeli s Promezhutochnoy Svyazyu i Beta-raspad He6) by A. I. Baz.
33. The Theory of Secondary Beta-Disintegration by L. A. Maksimov and Ya. A. Smorodinskiy.

S-E-C-R-E-T

25X1

S-E-C-R-E-T

[Redacted]

[Redacted]

-3-

34. New Data on the Comparison of Binding Energy with Neutral Particles
(Novyye Dannye po Sopostavleniyu Energiy Svyazi Srednikh Yader) by
V.A. Kravtsov.

[Redacted]

25X1

25X1

[Redacted]

25X1

25X1

S-E-C-R-E-T

[Redacted]

25X1

Approved For Release 2007/11/08 : CIA-RDP83-00418R004600130001-5

Page Denied

Approved For Release 2007/11/08 : CIA-RDP83-00418R004600130001-5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР
ОТДЕЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

№ 6

1988

ДРЕНИРОВАНИЕ БЕЗНАПОРНЫХ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ
ТУННЕЛЕЙ

Г. М. ЛОМИБЕ и В. М. НАСБЕРТ

(Москва, ГИИИИ)

В работе дренажные обделки туннелей рассмотрены в технической литературе не достаточно. Изюмом лишь оценивал отдельных осуществленных конструкций, не соответствующих в полной мере современным требованиям туннелестроения. К тому же в литературе разговора о дренажировании и ссылаясь на случаи неудачно осуществленного дренажа, допускает неправильные обобщения и оценивает дренажирование как меру крайне неприемлемую или же сомнительное. Эта оценка мотивируется наблюдением фактами вредного действия дренажирования на горные породы, окружающие туннель, и на их естественные гидрогеологические условия [1].

Такая точка зрения толкает к отказу от дренажных устройств и тем самым является чуждым мероприятием, которое в отдельных случаях гидротехнического строительства при погружении туннелей глубоко под уровень грунтовых вод может дать существенный техникоэкономический эффект, способствующий удешевлению и ускорению строительства.

В технических условиях и нормах проектирования гидротехнических туннелей гидроэлектростанций (ТУ-11-51) нет ясных указаний по дренажным устройствам и расчету их действия [2]. В § 78 ТУ-11-51 говорится о необходимости учета действия грунтовых вод при нарушении нормальной работы дренажных устройств. Однако это относится к категории аварийных сил и нагрузок, на которые проектирование не рассчитывает туннельные обделки.

Приведенное указание ТУ можно рассматривать как косвенное упреждение в применимости дренажирования в гидротехнических туннелях.

Методы расчета дренажных устройств туннельных обделок освещены слабо. Первые рекомендации по количественному учету дренажирования подземных сооружений изложены в работе [3].

Между тем опыт научной работы, связанной со строительством ГЭС, привел к тому, что дренажирование обделок гидротехнических безнапорных туннелей является рациональным решением во многих случаях строительства. К этому решению побуждал дренажирование гидротехнических сооружений прикованное обилием аварийных устройств как эффективного мероприятия, без которого невозможно строительство крупных гидротуннелей.

Обычно на стадии проектирования количественно оценивают вред дренажирования туннелям и принимают меры при проектировании усилить дренажные устройства. Однако в литературе нет данных, на основании которых можно было бы сделать вывод о возможности эффекта от дренажирования сооружений, строительство которых не является целью.

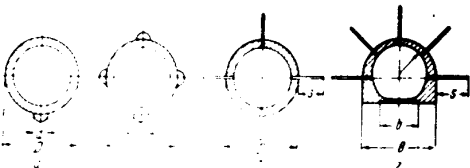
§ 1. Рассмотренные случаи дренажирования, исходя из положений и предположений фильтрационных расчетов [4], разделим на две группы: первая группа — расчеты на контролируемые случаи возникновения аварийных ситуаций, вторая группа — расчеты на аварийные случаи возникновения аварийных ситуаций.

Г. И. Федотов

первая порода, окружающая туннель, дренажные системы, а также возможность комбинации обоих способов дренажа.

Подверглись изучению следующие схемы дренажа:

- 1) точечное дренажное поверхностное дренажное в нижней части сечения туннеля (фиг. 1, а);
- 2) дренажное четырьмя лентами поверхностного дренажа сечением на четыре квадранта (фиг. 1, б);
- 3) глубинное дренажное при помощи четырех шпуров, скрепленных в породу (фиг. 1, в).



Фиг. 1. Схематическое изображение схемы дренажного туннеля.

4) глубинное дренажное при помощи пяти шпуров и ленточный поверхностный дренаж в нижней части сечения (фиг. 1, г).

Работа дренажа по первой схеме исследована теоретически методом конформных отображений и изучена экспериментально методом ЭГДА на частном примере. Для дренажного по второй схеме дано теоретическое решение методом конформных отображений. Третий и четвертый случаи изучены экспериментально методом электрогидродинамических аналогов (ЭГДА) на частном примере применительно к задачам строительства одной из ГЭС.

Теоретическое решение задачи для круглой формы туннеля при однородной бетонной облицовке рассмотрено в настоящей статье. Экспериментальные исследования в третьей схеме дренажа выполнены при круглой, а в четвертой при подковообразной форме туннеля.

Во всех случаях дренажного:

$$l \gg D \quad (1)$$

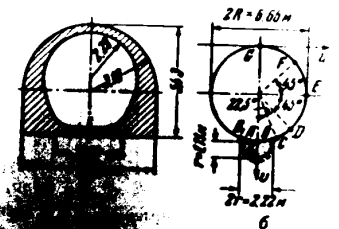
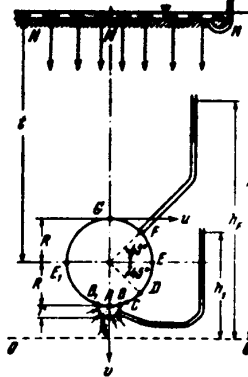
где l — радиус кривизны оси туннеля под зеркало грунтовых вод, а D — внутренний диаметр облицовки туннеля.

Многочисленные опыты исполненных исследований, в фильтрационных дренажных устройствах туннелей с достаточным приближением любую форму сечения заменить круглой, если соблюдено условие (1). Так, например, подковообразный профиль успешно заменен кругом с окружностью, имеющей длину, равную периметру подковообразного профиля. Ленточную плоскую дренажную ленту подковообразного профиля, имеющую ширину B , с достаточным приближением можно считать расчетной дренажной, очерченной по полуокружности радиуса r , равной половине из равенства $B \approx \pi r$.

Во всех расчетах и опытах исходили из следующих основных предположений:

1) облицовка туннеля дренажного дренажа ниже облицовки туннеля. Расчетная формула методом конформных отображений выполнена в следующих предположениях:

- 1. Облицовка имеет форму круглого цилиндра $ABGF$ радиуса R .
- 2. В нижней части облицовки продольный дренаж, имеющий в поперечном разрезе форму полуокружности, описанной из точки A радиусом r .



Фиг. 2. Схема фильтрационного устройства дренажного дренажа ниже облицовки туннеля: а — расчетная формула, б — расчетная схема.

3. Напор грунтовых вод в расчетной точке сравнения $O-O$ обозначим A_0 , он же и напор в расчетной точке A_1 , напор в некоторой точке с координатами x и y обозначим A .

В результате решения задачи методом конформных отображений получены следующие зависимости:

Для любой точки с координатами x и y

$$\varphi = \frac{\lg \frac{(x^2 + y^2) [1 + (b/d)^2]}{[x^2 + (b-y)^2] [x^2 + (b+y)^2]}}{\lg \frac{[1 + (b/r_1)^2] [1 + (b/r_2)^2]}{1 + (2b/r_3)^2}} 100\% \quad (2.1)$$

где φ — относительный фильтрационный напор, равный

$$\varphi = \frac{A - A_1}{A_0 - A_1} 100\% \quad (2.2)$$

¹ Высок формула для рассмотренного дренажного дренажа, а также описание методики в работе [1] изучена того же случая дренажного дренажа методом ЭГДА приводится в работе [2].

Г. М. Ломов и В. М. Носов

В формуле (2.1)

$$Q = \frac{1}{2} \pi R^2 \frac{v}{u^2 + v^2}$$

Здесь u и v — координаты точки, для которой вычисляется Q , радиусы R и r — выражены по формулам

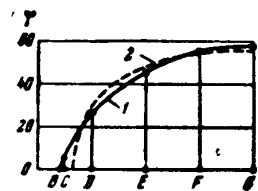
$$R = \frac{1}{2(t-R)} \quad (2.4)$$

где u_0 и v_0 — координаты центра туннеля, t — радиус туннеля, R — радиус эквивалентной области фильтрации. Если $t \ll R$, то $R \approx t/2$, что следует и принять равным.

$$Q = \frac{1}{2} \pi R^2 \frac{v}{u^2 + v^2} \approx \frac{1}{2} \pi \left(\frac{t}{2}\right)^2 \frac{v}{u^2 + v^2} \quad (2.5)$$

$$Q = \frac{1}{2} \pi R^2 \frac{v}{u^2 + v^2} \quad (2.6)$$

Применим полученные формулы к случаю туннель имеет подковообразный профиль.



Фиг. 4. Форма фильтрационной области при $i=100\%$: кривая 1 — расчетная; кривая 2 — оптимальная; по оси абсцисс — расчетный контур оболочки туннеля (обозначены в соответствии с фиг. 3, 6)

Заменяем подковообразный профиль эквивалентным по периметру с очерчением по окружности, принимая длину окружности равной периметру внешнего контура оболочки подковообразного профиля. Плоский дренажный лоток приводим к дренаю в форме подокружности с радиусом r , имеющей тот же периметр по контакту с поверхностью B . Расчетные формы туннеля и дренажа показаны на фиг. 3.

Величину Q для различных значений u и v поверхности оболочки туннеля можно найти по формуле

Определение фильтрационного расхода по формуле (2.6) дано для дренажа, расположенного в центре.

а на опыте в дренажах, расположенных в стороне от центра.

Приближенный расчет расхода в задаче фильтрации возможен только в том случае, когда дренаж устраиваемого в длинной трубе туннелем.

... что такое дренажное устройство

... дренажной части сечения имеет широкое распространение, особенно в жилищном строительстве с засадной инъекцией, которая в нижней части сечения туннеля обычно не производится.

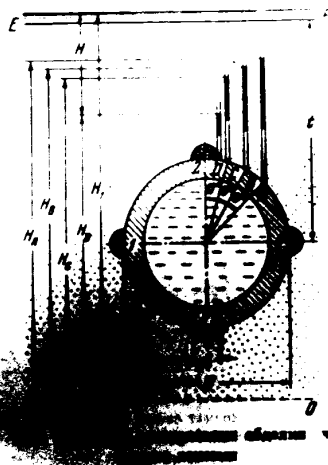
Отводящий коллектор дренажа в процессе строительства обычно служит для отвода фильтрующихся вод, а затем входит в конструкцию дренажных устройств лотка туннеля.

§ 3. Плоская задача дренажного туннеля четырьмя лентами. Схема дренажного туннеля дана на фиг. 5. Принятые обозначения показаны на чертеже; кроме того, K_1 — коэффициент фильтрации грунта, K_2 — коэффициент фильтрации бетона оболочки туннеля.

Для упрощения расчетов заменим верхнюю прямолинейную границу области фильтрации EF с напором H_1 (фиг. 5) круговым граничным контуром, описанным радиусом, равным $2r$, из центра сечения туннеля (фиг. 6). Напор на этой круговой границе области фильтрации примем равным H_1 . Тогда в качестве расчетной будем иметь эквивалентную схему, показанную на фиг. 6. Заметим, что она дает, при условии (1), интересующие нас величины (расход воды, фильтрующейся в дренаж, и напоры на внешнем контуре оболочки), практически не отличающиеся от таковых для исходной схемы (фиг. 5). Последнее подтверждается общими соображениями, основанными на элементарных положениях теории потенциальных полей и, в частности, подтверждается опытными данными, относящимися к исследованию методом ЭГДА некоторых плоских задач по дренажному туннелю [3] (стр. 50).

Будем полагать, что напоры на контурах всех дренажей одинаковы и равны H_D , что дренажи имеют одинаковые размеры и расположены на одинаковых расстояниях друг от друга. При таких условиях по симметрии расходы воды, поступающей в каждую из дренажей, будут одинаковыми.

Обозначим через Q_1 (м) приведенный расход каждой дренажи, под которым условием понимать расход, притекающий в отсек дренажа длиной 1 м, деленный на K_1 . Чтобы получить фактический расход Q_1 (м³/сут) от



1. Применяемый ниже способ расчета пригоден и эффективен также в том случае несимметричного расположения произвольного числа дренажей различных размеров и неодинаковых наворов в дренажах. Однако расчетные соотношения в более общем случае несколько усложняются, а число уравнений возрастает.

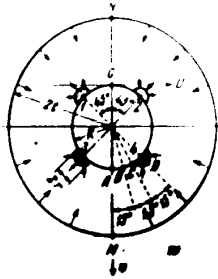
в центре дрен K_1 и L (рис. 6) — K_1 и L .

В случае стока расход уменьшается, а расход источника будет возрастать.

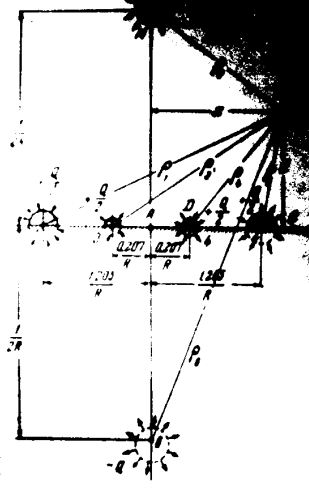
Пусть число симметрично расположенных дрен будем предполагать, что радиус дрены много меньше радиуса туннели $r \ll R$.

Задача состоит в определении фильтрационного напора h , как функции координат (u, v) в плоскости z и в плоскости w при известном расходе, который для всех четырех дрен будет равен $Q = 4Q_0$.

Для решения поставленной



Фиг. 6. Исходная схема фильтрации с четырьмя (кружками) контурами стока



Фиг. 7. Преобразованная схема фильтрации

задачи применим метод конформного отображения. Отобразим точки плоскости w на плоскость z . Принимая отображающую функцию в виде

$$z = \frac{1}{w}, \quad w = u + iv, \quad z = x + iy, \quad (3.1)$$

будем иметь

$$u = \frac{x^2 + y^2 - 1}{2x}, \quad v = \frac{y}{x}, \quad w = \frac{x - iy}{x^2 + y^2}$$

Расположение осей u, v на плоскости w показано на фиг. 6, а на z, y на плоскости z — показано на фиг. 7.

Такой выбор осей, при условии (3.1), превращает задачу в простую для решения формам граничных значений на плоскости z . Так, контур входа фильтрационного стока

... $A_1B_1C_1D_1$ отобразилась в виде дуг окружностей $A_2B_2C_2D_2$ этой окружности $A_2B_2C_2D_2$, а левая половина — контур $A_3B_3C_3D_3$. Контур дрены $A_1B_1C_1D_1$ отобразилась в виде дуг окружностей, они лежат в плоскости z . Центры последних — K_1 и L . Однако величина смещения центров по отношению к осям u, v не одинакова с соответствующими радиусами r (в силу условия $r \ll R$). Поэтому, не применяя специальных формул (что потребовало бы специальных числовых расчетов), приближенно считаем, что эти дуг лежат на оси z соответственно $0,207R$ и $1,707R$ от начала координат. Они представляют собой полуокружности, центры которых совпадают с характерных точек.

Таблица 1

Точка	Область w		Область z	
	u	v	x	y
M			$\frac{1}{2R}$	$\frac{1}{2R}$
N			$\frac{1}{2R}$	$-\frac{1}{2R}$
A			0	0
B			0	0
C	$-0,707R$		0	0
D	$0,707R$	$0,207R$	0	0
E	$-0,707R$	$1,707R$	$-\frac{0,207}{R}$	0
F	$0,707R$	$1,707R$	$\frac{0,207}{R}$	0
G	$0,207R$	$1,000R$	$\frac{0,066}{R}$	0
H	$0,207R$	$1,000R$	$\frac{0,134}{R}$	0
I	$0,207R$	$1,000R$	$-\frac{0,207}{R}$	$\frac{0,293}{R}$

Г. Н. Давыдов

В этой таблице значения x и y считаем вычисленными по формулам (3.6).

Приближенные значения x_D и y_D получены после некоторых преобразований и упрощений; при этом членами с r^2 , которые благодаря условию $r \ll R$ оказываются по сравнению с другими слагаемыми.

Обратимся к фиг. 7. Переходим от полуплоскости в области $x \geq 0$ к плоскости. Для этого дополним контуры дрен 1, 2, 3, 4 и источника MN их зеркальными изображениями, показанными пунктиром. В результате получаем на плоскости систему, состоящую из двух источников, каждый из которых имеет расход воды $(-Q)$, и четырех стоков — дрен, в каждой из которых притекает расход $(+0.5Q)$. Заметим, что в фактически дрену, составляющую половину от зеркально дополненной, притекает расход, в два раза меньший, т. е. $0.5 \times 0.5Q = 0.25Q$. Таким образом, суммарный приведенный расход воды, притекающей во все четыре фактически дрену, изображенные на фиг. 5, выражается величиной Q , как это уже было оговорено выражением $Q = 4Q_1$.

Следуя распространенному в гидромеханике приему, для упрощения расчета будем полагать, что введенные источники и стоки являются точечными. При этом стоки, заменяющие действительные дрену, примем находящимися в точках 1, 2, 3, 4, а источники, заменяющие действительную контура MN и его зеркального изображения, примем находящимися на оси x в точках 5 и 6 с ординатами, соответственно равными $0.5R^2$ и $-0.5R^2$.

Пусть произвольная точка в плоскости x имеет координаты x, y , причем r_1, \dots, r_6 — расстояния от этой точки, соответственно, до точечных стоков 1, 2, 3, 4 и источников 5, 6. На фиг. 7 имеем

$$\begin{aligned} r_1^2 &= \left(x + \frac{1.205}{R}\right)^2 + y^2, & r_5^2 &= \left(x - \frac{0.207}{R}\right)^2 + y^2 \\ r_2^2 &= \left(x - \frac{1.205}{R}\right)^2 + y^2, & r_6^2 &= x^2 + \left(\frac{0.5}{R} + y\right)^2 \\ r_3^2 &= \left(x + \frac{0.207}{R}\right)^2 + y^2, & r_4^2 &= x^2 + \left(\frac{0.5}{R} - y\right)^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Воспользуемся известным из теории потенциала общим выражением напорной функции для точечного стока (или источника), имеющим вид, в случае плоской задачи и однородной среды,

$$h_n = \frac{Q_n}{4\pi} \ln \frac{C}{r_n} \quad (3.5)$$

где h_n — напор, обусловленный стоком (или источником) с приведенным расходом Q_n , в произвольной точке, находящейся на расстоянии r_n от центра стока. C — произвольная постоянная, зависящая от граничных условий.

Обозначим через h напор в точке (x, y) плоскости x . Пользуясь известным положением потенциалов (суперпозиция), последовательно применим выражение (3.5) к стокам 1, 2, 3, 4 и источникам 5, 6 (фиг. 7) и применим известное выше правило знаков для расходов (сток имеет знак $-$, источник $+$).

(3.6)

$$\begin{aligned} h &= \frac{Q}{4\pi} \ln \frac{C}{r_1} + \frac{Q}{4\pi} \ln \frac{C}{r_2} + \frac{Q}{4\pi} \ln \frac{C}{r_3} + \frac{Q}{4\pi} \ln \frac{C}{r_4} - \frac{Q}{4\pi} \ln \frac{C}{r_5} - \frac{Q}{4\pi} \ln \frac{C}{r_6} \\ &= \frac{Q}{4\pi} \ln \frac{\left[\left(x - \frac{1.205}{R}\right)^2 + y^2 \right] \left[\left(x + \frac{0.207}{R}\right)^2 + y^2 \right]}{\left[\left(x + \frac{1.205}{R}\right)^2 + y^2 \right] \left[\left(x - \frac{0.207}{R}\right)^2 + y^2 \right]} \times \frac{\left[x^2 + \left(\frac{0.5}{R} + y\right)^2 \right] \left[x^2 + \left(\frac{0.5}{R} - y\right)^2 \right]}{\left[x^2 + \left(\frac{0.5}{R} + y\right)^2 \right] \left[x^2 + \left(\frac{0.5}{R} - y\right)^2 \right]} + C \end{aligned} \quad (3.7)$$

Для определения Q и постоянной C воспользуемся граничными условиями. Первое условие: в точке D напор известен и равен H_D , т. е.

$$h = H_D \text{ при } x = x_D = -\frac{0.207}{R}, \quad y = y_D = \frac{0.205}{R} \quad (3.8)$$

Тогда, используя (3.7) и (3.8), пренебрегая, без заметного ущерба в точности практических расчетов, величинами y_D^2 и y_D во всех квадратных скобках, содержащих после подстановки дробей, и применяя простейшие преобразования, получим

$$H_D = \frac{Q}{4\pi} \ln \frac{1.99r}{R+r} + C \quad (3.9)$$

Второе условие: в точке M (фиг. 7) контура источника напор известен и равен H_1 , т. е.

$$h = H_1 \text{ при } x = x_M = 0, \quad y = y_M = \frac{1}{R} \quad (3.10)$$

Подставив в (3.7) значения x_M и y_M и приняв условие $h = H_1$. В полученном выражении без заметного ущерба для точности практических расчетов пренебрежем величинами y_M^2 и y_M в тех случаях, где она окажется малой по сравнению с r^2 и r . Заметим, что возможно по условию (1). Тогда после преобразований получим

$$H_1 = \frac{Q}{4\pi} \ln \frac{0.4265 \left(1 + \frac{R}{r}\right) \left(1 + \frac{2}{R}\right)}{r^2} + C \quad (3.11)$$

Затем, вычитая уравнение (3.9) из (3.11), выводим окончательную зависимость между действующим напором H и приведенным расходом Q :

$$H = H_1 - H_D = \frac{Q}{4\pi} \ln \left[0.0625 \left(1 + \frac{R}{r}\right) \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(1 + \frac{2}{R}\right) \right] \quad (3.12)$$

Вычитая уравнение (3.9) из (3.7), получаем выражение, определяющее величину превышения напора в точке (x, y) над напором в дренах

$$\begin{aligned} h - H_D &= \frac{Q}{4\pi} \ln \left\{ \frac{\left[\left(x + \frac{1.205}{R}\right)^2 + y^2 \right] \left[\left(x - \frac{0.207}{R}\right)^2 + y^2 \right]}{3.96r^2 \left[x^2 + \left(\frac{0.5}{R} + y\right)^2 \right] \left[x^2 + \left(\frac{0.5}{R} - y\right)^2 \right]} \right. \\ &\quad \times \left. \frac{\left[\left(x + \frac{0.207}{R}\right)^2 + y^2 \right] \left[\left(x - \frac{0.207}{R}\right)^2 + y^2 \right]}{\left[x^2 + \left(\frac{0.5}{R} + y\right)^2 \right] \left[x^2 + \left(\frac{0.5}{R} - y\right)^2 \right]} \right\} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Чтобы найти распределение напора в области обделки с наружной стороны, берем $y=0$ и к А придем виде x для максимального напора в получаемой формуле соотносим x с осью x отображения на плоскости x . Получим

$$h_x = H_D \frac{Q}{4\pi} \ln \frac{(R+r) \{ 1.452 - r^2 R^2 \} + 0.025 - r^2 R^2}{1.99 (r^2 R^2 + 0.250^2)}$$

Вместо h_x и H_D выражением относительного фильтрационного напора $\frac{h_x}{H_D} \cdot 100\%$ и $\frac{H_D}{H_D} \cdot 100\%$ (3.16) выражаем h_x и H_D в виде относительного перепада напора $\frac{h_x - H_D}{H_D} \cdot 100\%$ (3.17) и H_D в виде относительного напора в трене. Тогда из (3.12), (3.15) и (3.16) получим

$$\frac{h_x - H_D}{H_D} \cdot 100\% = \frac{0.025 - r^2 R^2}{1.99 (r^2 R^2 + 0.250^2)} \cdot 100\% \quad (3.17)$$

Эта формула позволяет построить эпюру относительных напоров, действующих по наружной поверхности обделки туннеля. Для этого следует выбрать несколько характерных точек внешнего контура обделки, определить их координаты x и y , найти по формуле (3.3) соответствующие этим координатам значения абсциссы x и подставить последние в (3.17). В результате получим искомые относительные напоры в этих точках.

Учитывая особенность туннеля, для ее построения выбрать характерные точки внешнего контура обделки. В качестве таковых для обделки B и C (фиг. 6 и 5). Координаты x и y в B и C для $r=0$ и $R=1$ даны в табл. 1. Подставляя соответствующие значения x и y в формулу (3.17) получим следующие выражения для значений относительных напоров $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ в точках A, B, C :

$$\varphi_A = \frac{100}{R} \lg \left[0.500 \left(1 + \frac{R}{r} \right) \right] \% \quad (3.18)$$

$$\varphi_B = \frac{100}{R} \lg \left[0.435 \left(1 + \frac{R}{r} \right) \right] \% \quad (3.19)$$

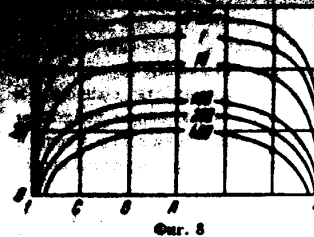
$$\varphi_C = \frac{100}{R} \lg \left[0.250 \left(1 + \frac{R}{r} \right) \right] \% \quad (3.20)$$

$$e = \lg \left[0.0625 \left(1 + \frac{R}{r} \right) \left(\frac{R}{r} \right)^2 \left(1 + \frac{2}{R} \right)^2 \right] \quad (3.21)$$

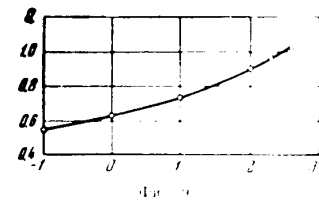
в (3.12) и (3.21), имея в виду, что для перехода от приведенного расхода Q и действительному расходу Q_0 , поступающему по все длине туннеля, следует первый помножить на коэффициент фильтрации грунта k и получить:

$$Q_0 = \frac{4\pi k H}{2.303}$$

Эпюры напоров при дренаже туннельной обделки (фиг. 8) для туннели на различных диаметрах d приведены на схеме фиг. 5. По данным табл. 2 построены эпюры напоров для одного квадранта обделки (фиг. 8).



Фиг. 8. Эпюры напоров при дренаже туннельной обделки. γ — фильтрационный напор в процентах от действующего; по оси абсцисс — развертка по наружному контуру обделки; диаметр туннеля $D = 6$ м, глубина $t = 100$ м



Фиг. 9. Зависимость фильтрационного расхода Q от диаметра d дрена (мм)

В остальных квадрантах, как вытекает из сказанного выше (по причине того, что $R \ll t$), эпюры получаются такими же.

Таблица 2

d , мм	φ_A , %	φ_B , %	φ_C , %	$\frac{Q_0}{Q}$
0.1	57.0	43.4	25.0	0.0554
1	50.9	42.4	25.0	0.0635
10	43.4	30.6	25.0	0.0744
100	30.6	25.0	21.1	0.0896
200	25.0	21.1	21.1	0.0952
400	21.1	21.1	21.1	0.1015
—	0	—	—	0.119

На фиг. 9 в полумлогарифмических координатах изображен график зависимости расхода от диаметра дрена. График построен по данным второго столбца табл. 2.

Заметим, что формула (3.22) представляет интерес и для анализа вопроса о порядке величин возможных потерь воды из напорных гидротехнических сооружений через продольные трещины (или щели в швах очислительной установки бетона) в обделки. В этом случае следует еще учесть потерю напора H^* , вызванную гидравлическим сопротивлением движению воды между трещинами, и в формулу (3.22) подставить вместо H величину $H - H^*$. Если трещины рассматривать как полые (незаполненные) каналы, можно вычислить величину H^* по формулам и графикам, имеющимся в литературе.

3.4. Дренажные устройства

личному на поверхности, а также к гидрогеологическим условиям, в частности к глубине залегания водоносных горизонтов и к их мощности. Их применение в горючих породах существенно затруднено и вступает в противоречие с задачей, стоящей перед дренажем, а именно с задачей более с низкими различными растворами в горючую породу, поступающую в туннель.

Рамки этой статьи не позволяют остановиться на вопросе дренажа как заслонной, так и глубокой; отметим лишь, что такая дренажная система существенно улучшает статические условия работы обделок и приобретает возможность успешной борьбы с агрессивными действиями грунтовых вод. Последнее достигается за счет уменьшения доступа воды и специальным подбором инфильтруемых растворов, нейтрализующих агрессивность фильтрующихся вод.

В связи с этим немалый интерес представляет шнуровой дренаж, в свое время предложенный нами для одного из строительства ГЭС и специально исследованный экспериментальным методом ЗГДА. Его основные преимущества: 1) возможность устройства после инъекции раствора не только в породу, 2) легкая приспособляемость к местным изменениям гидрогеологическим условиям путем изменения расположения, направления, длины и количества шнуров. Шнуровой дренаж легко комбинируется с дренажами поверхностными устройствами.

Подробный материал, характеризующий работу шнурового дренажа, дан в работе [4].

Выводы. Приведенные результаты исследований показывают прежде всего высокую эффективность дренажных устройств в туннельных обделках и возможность расчета дренажных устройств при определении их работы модельными методами ЗГДА. В заключение, так и второй способ оценки дренажа вполне доступен практикой организации.

Рассмотренные способы лишь начали разработку возможных приемов дренажирования. Последние могут получить во многих случаях конструктивные решения, не представляющие значительных затруднений при их осуществлении.

Простейшее дренажирование дотка туннели уже обеспечивает снижение действующего напора грунтовых вод на 50-60%, т.е. кругло в два раза.

Как показывает расчет четырех дренажных линий и некоторые дополнительные теоретические исследования, не приведенные в этой статье, узкие дренажи, расположенные параллельно одна другой на поверхности обделки с грунтом параллельно или же перпендикулярно и продольной оси туннели, а также комбинация таких продольных и поперечных дренажей, образующих прямоугольную дренажную сетку, позволяют снизить давление в 4-5 раз.

Составление данных о работе дренажных устройств, расположенных на поверхности обделки в породе, со шнуром, поступающим в горючую породу и глубину, показывает, что поверхностный дренаж по своим возможностям дренажу глубокому. Это существенно расширяет возможности дренажирования путем комбинации использования обоих методов в порознь или совместно.

...указании того для много гидротехнического туннели с учетом особенностей его конструкции и условий эксплуатации.

Данные, приведенные в табл. 2 и показанные на фиг. 8 и 9, позволяют сделать еще некоторые выводы, представляющие практический и теоретический интерес. Как показывает расчет γ для дрен различного диаметра d , даже при весьма малых величинах d давление грунтовых вод падает значительно. Так, при наличии четырех продольных дрен шириной каждой всего лишь по 0,1 м давление грунтовых вод на расстоянии l от дрен приблизительно вдвое по сравнению со случаем отсутствия дренажа. Подобные узкие дренажи могут образоваться естественным путем, так как вода даст четыре продольные трещины, например при образовании трещины от грунтовых вод при проектировании и сооружении туннелей. Следовательно, трещинообразование обделки означает саморазвитие дренажа по отношению к давлению грунтовых вод.

Сравнение значений величины $Q_0 / (2K/H)$ в параграфах 6 и 7 и в строках табл. 2 (0,055 и 0,119), показывает, что фильтрационный расход Q_0 является значительно слабее, чем поперечный размер дрен.

Эти выводы и данные полностью согласуются с результатами теоретических и экспериментальных исследований влияния тонких щелей на противодренажную эффективность водонепроницаемых шпунтовых явас [6,9]. Еще ранее (1939 г.) к таким же выводам (о малой эффективности противодренажных преград при наличии в них даже весьма тонких щелей) мы пришли при выполнении научно-исследовательских работ для Мингачурского гидроузла.

Таким образом можно заключить, что фильтрационные сопротивления дренажных труб незначительны, особенно при значительном изменении степени перфорации их поверхности. Следовательно, всякого рода подвесные трубы, служащие для отвода воды из грунта нефти и подземных вод (с целью осушения, для охлаждения и т. д.), можно применять с незначительной степенью перфорации их поверхности, считая степень перфорации до предела, не превосходящую допустимую по соф- фальной устойчивости данного грунта или возможных по условиям исполнения перфорации.

ЛИТЕРАТУРА

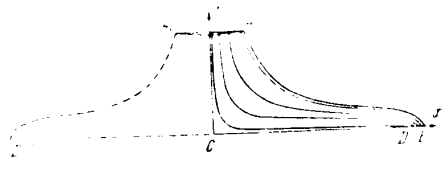
Поступило в редакцию 10/1962

1. Мелецкий В. Л. Туннели. Изд. Академии архитектуры СССР, 1947.
2. Технологические условия и нормы проектирования гидротехнических сооружений. Гидротехнические туннели (в т.ч. дренажные). Гидротехнический институт, 1958.
3. Лопин Г. М. и Насберг В. М. Проектирование гидротехнических сооружений. Изд. ГрНИИТО строител. Инженер. Инст., 1958.
4. Лопин Г. М. Фильтрация в дренажах. В кн. "Гидротехнический институт", 1958.
5. Чугаева Е. А. Роль шпунтовых сооружений в осушении. В кн. "Гидротехнический институт", 1958.
6. Федрига В. П. и Халилова Г. И. Исследования по влиянию перфорации дренажных стенок на эффективность их работы. В кн. "Гидротехнический институт", 1958.
7. Вопросы фильтрационных расчетов гидротехнических сооружений. Сб. статей под ред. проф. К. А. Михайлова. ГИИ, 1948.

ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗ КАНАЛА ПРИ НАЛИЧИИ ДВУХ ДРЕВ
НА ВОДОУНОРЕ

Г. П. ПЫЛТЭЕВ
(М. КСД)

§ 1. Постановка задачи. Рассмотрим задачу о плоской симметричной фильтрации в скважине, расположенной в центре канала, расположенного на водонепроницаемой поверхности. В скважине имеются два плота досок (фиг. 1). Ширина канала может также служить приближенной схемой при анализе фильтрации в нагнетательной песчаной плотине. Будем симметрично относительно оси скважины считать только половину области, добавив, соответственно, к границам, отмеченным линиями, ширину



Фиг. 1

плоты AD , длину водонора EE_1 и на скважине в плоскости канала над скважиной BC обозначим соответственно $E = E_1$ и H .

Если давление в скважине равно давлению в водоноре Дарси, то задача ставится так:

$$\Delta u = 0 \quad (1.1)$$

в области $z \in \mathbb{C}$, $z = x + iy$, $z \in \mathbb{C}$ удовлетворяет

$$u = 0 \quad (1.2)$$

на отрезке BC и на дуге DE и на линии уреза скважины AD и AE . Примем значения

$$u = 1 \quad (1.3)$$

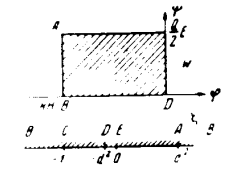
$$u = 0 \quad (1.4)$$

на дуге DE и на отрезке BC . Для значений потенциала в силу

$$u = 0 \quad (1.5)$$

будем искать аналитическую функцию $W(z)$ в области $z \in \mathbb{C}$, удовлетворяющей на отрезке BC и дуге DE условиям (1.5), (1.3), (1.5) и на дуге AE условиям (1.4), (1.3), (1.5) и на отрезке AD условию (1.4). Кроме (1.4), выполняется еще условие (1.2).

§ 2. Построение общего решения. Область течения в плоскости W , как легко видеть, будет соответствовать внутренности прямоугольника $ABCD$, изображенного на фиг. 2. Отобразим этот прямоугольник на вспомогательную верхнюю полуплоскость ζ так, чтобы его точки B, C и E перешли в точки $\zeta = \infty, \zeta = -1, \zeta = 0$:



Фиг. 2

$$W = -\frac{Q}{2K(k)} \int_0^x \frac{dt}{V(t^2-1)(1-k^2t^2)} \quad (2.1)$$

$$\zeta = \frac{V\zeta + a^2}{d}, \quad x = \frac{d}{V a^2 + d^2} \quad (2.2)$$

Здесь $K(k)$ — полный эллиптический интеграл 1-го рода, $a^2 = a^2$ — координаты точек D и A в плоскости ζ . Введем функцию

$$f(\zeta) = u + iv = z - \frac{Q}{2K(k)} \int_0^z \frac{dt}{V(t^2-1)(1-k^2t^2)} \quad (2.3)$$

На участке $(-\infty, -1)$ известна действительная часть этой функции $u = 0$, а на участке $(-1, 0)$ известна ее мнимая часть:

$$v = -\frac{Q}{2K(k)} F\left(\arctg \frac{V\zeta + a^2}{d}; k'\right) \quad (-1 < \zeta < 0) \quad (2.4)$$

$$v = 0 \quad (-a^2 \leq \zeta < \infty)$$

где $k' = \sqrt{1-k^2} = \frac{a}{V a^2 + d^2}$

Решение полученной обычной смешанной задачи имеет вид:

$$f(\zeta) = -\frac{Q\sqrt{1-k^2}}{2K(k)\pi} \int_{-1}^{\zeta} F\left(\arctg \frac{Vt + a^2}{d}; k'\right) \frac{dt}{V(1-t^2)(1-k^2t^2)} \quad (2.5)$$

Из соотношений (2.3) и (2.5) находим функцию

$$Z(\zeta) = \frac{Q\sqrt{1-k^2}}{2K(k)\pi} \int_0^{\zeta} F\left(\arctg \frac{Vt + a^2}{d}; k'\right) \frac{dt}{V(1-t^2)(1-k^2t^2)} \quad (2.6)$$

отображающую верхнюю полуплоскость ζ на область фильтрации. Формулы (2.1) и (2.7) дают решение поставленной задачи.

Положим в (2.7) $\zeta = \xi$ ($0 \leq \xi \leq a^2$), $\xi = 0$, $\xi = a^2$ и отделим действительную часть от мнимой, получим уравнение свободной поверхности $z = z(\xi)$ от ξ , где

$$x = \frac{Q\sqrt{t+\xi}}{2kK(x)\pi} \int_0^{\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}} \frac{F(\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}; \alpha)}{\sqrt{1-t(t+\xi)}} dt + \dots$$

$$y = \frac{Q}{2kK(x)} F\left(\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}; \alpha\right) \quad (0 < t < \xi)$$

а также основные размеры области фильтрации как функции параметров d и α .

$$L = \frac{Q}{2k} \int_0^{\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}} \frac{\sin \theta \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}}{1-t(t+\xi)} dt + \frac{Q}{2k} \dots$$

$$B = \frac{Q}{2k} \int_0^{\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}} \frac{\cos \theta \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}}{1-t(t+\xi)} dt \dots$$

$$L^2 = \frac{L}{B_\infty} = \frac{2 \sin \alpha}{\pi^2} \int_0^{\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}} \frac{\sin \theta \sin \varphi}{1 - \sin \alpha \sin \varphi \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}} \sin \theta \sin \varphi d\varphi \dots$$

Прежде чем перейти к решению задачи, обратимся к уравнению (2.8).

Подставив в уравнение (2.8) выражения (2.9) и (2.10) в виду:

$$x = \frac{Q \sin \alpha \cos \theta \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}}{2kK(x)\pi} \int_0^{\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}} \frac{F(\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}; \alpha)}{\sqrt{1-t(t+\xi)}} dt + \dots$$

$$y = \frac{Q}{2kK(x)\pi} F\left(\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}; \alpha\right) \quad (0 < \theta < \beta) \dots$$

$$L = \frac{L}{H} = \frac{2 \sin \alpha}{\pi^2} \int_0^{\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}} \frac{F(\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}; \alpha) \sin \theta \sin \varphi d\varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}} \dots$$

$$B = \frac{H}{\pi^2} \int_0^{\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}} \frac{2 \sin \alpha \cos \theta \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}} \dots$$

$$L^2 = \frac{L}{B} = \frac{2 \sin \alpha}{\pi^2} \int_0^{\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}} \frac{F(\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}; \alpha) \sin \theta \sin \varphi d\varphi}{(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi) \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}} \dots$$

$$\cos \beta = \dots \quad (2.13)$$

Если нам известна ширина водоупора L и высота H , то после того как найдены параметры α и β из уравнения (2.12), координаты точек свободной поверхности легко найти по формулам (2.11), так как координата y выражается через элементарные функции, а интеграл, стоящий в правой части уравнения (2.11), можно вычислить методом численного интегрирования.

§ 3. Фильтрация из бесконечности к водоупору с двумя дренажами. Рассмотрим задачу о фильтрации из бесконечности к водоупору с двумя дренажами. Рассмотрим фильтрацию из бесконечности к водоупору с двумя дренажами, который является частным случаем предыдущей задачи, когда канал находится в бесконечно удаленной (от водоупора) точке.

Для решения задачи вычислить решение поставленной задачи. Для этого воспользуемся формулами (2.1), (2.7), (2.11) и (2.12) положив $H = \infty$ и считая, что

$$\lim_{H \rightarrow \infty} K(\sin \beta) = \frac{1}{2} \pi \quad \text{при } \beta = \frac{1}{2} \pi, \quad \lim_{H \rightarrow \infty} \frac{H}{K(\sin \beta)} = \frac{Q}{k\pi} \quad \text{при } H \rightarrow \infty \text{ и } \beta = \frac{1}{2} \pi$$

$$W(\zeta) = -\frac{Q}{\pi} \ln \left(\frac{\sqrt{\zeta+d^2} + \sqrt{\zeta}}{d} \right) \dots$$

$$Z(\zeta) = \frac{Q\sqrt{t+\xi}}{k\pi^2} \int_0^{\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}} \frac{\ln \left(\frac{\sqrt{t^2+t+Vt}}{\sqrt{1-t(t+\xi)}} \right) dt}{\sqrt{1-t(t+\xi)}} + \frac{Q}{2k} + \frac{Q}{k\pi} \ln \left(\frac{\sqrt{t^2+t+Vt}}{\sqrt{1-t(t+\xi)}} \right) \dots$$

$$x = \frac{Q \sin \alpha \cos \theta \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}}{k\pi^2} \int_0^{\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}} \frac{\ln \left(\frac{1 + \sin \theta \sin \varphi}{1 - \sin \theta \sin \varphi} \right) \sin \theta \sin \varphi d\varphi}{(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi) \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}} \dots$$

$$y = \frac{Q}{2k\pi} \ln \left(\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} \right) \quad (0 < \theta < \pi) \dots$$

$$L^2 = \frac{L}{B_\infty} = \frac{2 \sin \alpha}{\pi^2} \int_0^{\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}} \frac{\ln \left(\frac{1 + \sin \theta \sin \varphi}{1 - \sin \theta \sin \varphi} \right) \sin \theta \sin \varphi d\varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}} \dots$$

где $2B_\infty = Q/k$ ширина потока грунтовых вод на бесконечности. Если известна длина водоупора $2L$, то после определения параметра α из уравнения (3.4), координаты точек свободной поверхности легко найти по формулам (3.3), так как координата y выражается через элементарные функции, а интеграл, стоящий в правой части выражения для x , можно вычислить методом численного интегрирования. Таким образом, основная трудность при решении данной задачи заключается в определении параметра α по заданной величине L^2 из уравнения (3.4), которое можно представить в виде:

$$L^2 = 1 + \frac{4}{\pi^2} I(\alpha) \quad (3.5)$$

$$I(\alpha) = \sin \alpha \int_0^{\arcsin \sqrt{\frac{t-d^2}{t}}} \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \sin \alpha \sin \varphi}{1 - \sin \alpha \sin \varphi} \right) \frac{\sin \varphi d\varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}} \dots$$

Так как интеграл $I(\alpha)$ не выражается через элементарные или какие-либо известные функции, то мы не можем найти зависимость $x(L)$ непосредственно из уравнения (3.5). Следовательно, нам необходимо дать эффективный метод вычисления $I(\alpha)$ для того, чтобы составить таблицу или построить график искомой зависимости.

§ 4. Метод вычисления интеграла (3.6). Приближенная формула для определения формы свободной поверхности. 1. Нетрудно проверить справедливость следующего разложения:

$$\frac{(1-u^2)^2}{2} \ln \frac{1+u}{1-u} = u - \frac{4}{3} u^3 + \frac{8}{5} u^5 - \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{2n} u^{2n+1}}{(2n+1) 4^n} \dots$$

Положив здесь $u = \sin \alpha \sin \varphi$, получим

$$\frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \sin \alpha \sin \varphi}{1 - \sin \alpha \sin \varphi} \right) = \frac{\sin \alpha \sin \varphi}{(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi)^{3/2}} - \frac{4}{3} \frac{\sin^3 \alpha \sin^3 \varphi}{(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi)^{5/2}} + \dots$$

$$+ \frac{11}{5} (\sin \alpha \sin \varphi)^5 - 48 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\sin \alpha \sin \varphi)^{2n+1}}{(4n+1) 4^n} \dots$$

Если теперь подставим (4.2) в (3.6), то

$$I(x) = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left[a_2 - \frac{1}{3} a_4 + \frac{11}{5} a_6 - 48 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_{2n}}{(4n^2-1)(4n^2-9)} \right] + \frac{1}{2} \sin \alpha \int_0^{\pi} \frac{\sin^{2n} \varphi d\varphi}{(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad (4.3)$$

и, следовательно,

$$I(x) = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left[a_2 - \frac{1}{3} a_4 + \frac{11}{5} a_6 - 48 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_{2(n+2)}}{(4n^2-1)(4n^2-9)} \right] \quad (4.4)$$

Согласно (4.4) коэффициенты a_n убывают быстро, и поэтому при вычислении интеграла (4.3) можно ограничиться небольшим числом членов. Можно показать, что для $\alpha \in (0, \pi/2)$ имеет место соотношение:

$$a_{2n} - \cos^2 \alpha a_{2n+2} + (2n+5) a_{2(n+2)} = 0 \quad (4.5)$$

Согласно (4.5) коэффициенты a_n и a_{2n} последовательно, как и коэффициенты b_n и b_{2n} в (4.6).

$$b_{2n} = \cos^2 \alpha b_{2n+2} + (2n+5) \cos^2 \alpha K(\sin \alpha) \quad (4.6)$$

Согласно (4.6) коэффициенты b_n убывают для любого α . При этом b_n убывают быстрее, чем a_n , и, следовательно, как уже указывалось выше, при вычислении интеграла (4.3) можно ограничиться тем интегралом, в котором число членов ряда невелико. Поэтому же интеграл можно представить в виде бесконечного ряда, если воспользоваться разложением (4.2). Действительно, подставив (4.2) в (3.6), получим:

$$I(x) = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left[b_2 - \frac{1}{3} b_4 + \frac{11}{5} b_6 - 48 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{b_{2(n+2)}}{(4n^2-1)(4n^2-9)} \right] + \frac{1}{2} \sin \alpha \int_0^{\pi} \frac{\sin^{2n} \varphi d\varphi}{(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad (4.7)$$

В коэффициенты b_{2n} легко определить рекуррентное соотношение

$$b_{2n} = \sin^2 \alpha b_{2n+2} + (2n+5) \sin^2 \alpha a_{2n} \quad (4.8)$$

после того как найдем коэффициенты a_{2n} второго ряда, имеем:

$$b_0 = \frac{(\cos \alpha \sin \alpha \cos \theta)^2}{3} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{3} K(\sin \alpha) \right] + \sin^2 \alpha \cos^2 \theta \left[\frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{3} K(\sin \alpha) \right] + \frac{1}{2} \sin^2 \alpha \sin^2 \theta \theta(F) \quad (4.9)$$

3. Рассмотрим теперь вопрос о поведении свободной поверхности в окрестности точки L , т. е. вблизи дрены. Для этого в формуле (3.3)

сделаем замену $\sin \theta = \text{th}^{1/2} \varphi$, $\sin \theta = \text{th}^{1/2} \varphi$, тогда получим:

$$I(x) = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left[b_2 - \frac{1}{3} b_4 + \frac{11}{5} b_6 - 48 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{b_{2(n+2)}}{(4n^2-1)(4n^2-9)} \right] + \frac{1}{2} \sin \alpha \int_0^{\pi} \frac{\sin^{2n} \varphi d\varphi}{(1 + (1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi) \text{th}^2 \varphi)^{1/2}} \quad (4.10)$$

Для $\text{th}^2 \varphi < 1$ имеет место разложение:

$$\frac{1}{(1 + (1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi) \text{th}^2 \varphi)^{1/2}} = 1 + \frac{2 \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi (1 - \sin^2 \alpha)}{8} \text{th}^2 \varphi + O(\text{th}^4 \varphi) \quad (4.11)$$

где $O(\text{th}^4 \varphi)$ — члены, имеющие порядок малости не меньше чем $\text{th}^4 \varphi$, тогда

$$x^2 = L^2 - \frac{1}{2p} y^2 + O(y^4) \quad (4.12)$$

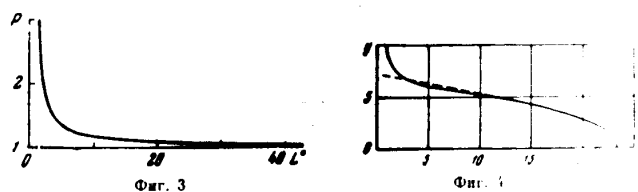
$$p = \frac{\cos^2 \alpha}{c_2} - \frac{1}{3} c_4 + \frac{11}{5} c_6 - 48 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{c_{2(n+2)}}{(4n^2-1)(4n^2-9)} \quad (4.13)$$

$$c_{2n} = (1 + \sin^2 \alpha) a_{2n} - 2a_{2n+2}$$

Таким образом, с точностью до членов четвертого порядка малости относительно ординаты y^2 свободная поверхность вблизи дрены совпадает с параболой

$$y^2 = 2p(L^2 - x^2) \quad (4.14)$$

График зависимости p от L^2 изображен на фиг. 3. Из графика видно, что при больших L^2 параметр p мало отличается от единицы, можно



также показать, что $\lim p = 1$, если $L^2 \rightarrow \infty$. Следовательно, для достаточно больших L^2 можно положить $p = 1$. Вычисления, проведенные для различных L^2 , показали, что свободная поверхность, построенная по формулам (4.3), на достаточно большом расстоянии от дрены практически совпадает с дало, а для очень малых стал совпадать с параболой (4.11). На фиг. 4 свободная поверхность вблизи дрены (пунктирная линия) построена по формулам (4.3) для $L^2 = 2$.

В заключение автор благодарит академика Г. И. Зильбермана и инженера П. И. Полубарникова-Кочина и Г. К. Мухоморова за оказанную помощь при выполнении настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Полубарникова-Кочина П. И. Труды Института гидротехники им. С. П. Павлова, 1962.
2. Сиперский Ю. С. Элементы теории асимптотических разложений функций Бесселя. М., 1961.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

ОТЕЧЕСТВЕННАЯ ФИЗИКА

№ 6

ПРИТОК К СВАЖИНАМ В ПЛАСТЕ С ПЕРЕМЕННЫМ ДАВЛЕНИЕМ НА КОНТУРЕ НАГИБАНИЯ (К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ПЛАСТА И СВАЖИНЫ ПРИ ПОМОЩИ КАРТЫ ИЗОБАР)

И. А. ЧАРНЫЙ

М. В.

С целью определения параметров пласта и геометрии скважины произвольной формы в пласте с переменной вязкостью и переменной проницаемостью в области заданной формы — так называемой области нагивания — построена карта изобар.

Методом конформных отображений карта изобар с целью определения параметров пласта и геометрии скважины при произвольном переменной вязкости и переменной проницаемости.

Пусть в кольце, ограниченном двумя радиальными окружностями с радиусами R_1 и R_2 , $R_1 < R_2$, расположена скважина с дебитом Q . Полярные координаты центра скважины (α, β) . Пласт считается плоским мощностью h . На окружностях $r = R_1$, $r = R_2$ заданы контурные давления $p_1(\theta)$ и $p_2(\theta)$. Требуется найти распределение давления $p(r, \theta)$ в кольце.

Введем в рассмотрение фильтрационный потенциал $\Phi = kpr$, где k — проницаемость, p — вязкость. Как принято в электростатике, будем искать решение уравнения $\Delta^2 \Phi = 0$ в виде суммы

$$\Phi(r, \theta) = \varphi(r, \theta) + \varphi^*(\alpha, \beta) \quad (1)$$

Здесь

$$\varphi^*(\alpha, \beta) = \frac{Q}{4\pi} \ln [r^2 + \beta^2 - 2r\beta \cos(\theta - \alpha)] \quad (q = \frac{Q}{k})$$

потенциал единичной скважины в неограниченной плоскости, $\varphi(r, \theta)$ — полая функция, зависящая от геометрии внутри кольца, должна удовлетворять условиям: $\Delta^2 \varphi = 0$.

Общее решение уравнения Лапласа в полярных координатах имеет вид

$$\varphi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (c_n r^n + d_n r^{-n}) (\cos n\theta + \sin n\theta) + (e_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta) r^{-n} \quad (2)$$

Величины c_n, d_n, e_n, f_n коэффициенты $c_n, c_1, a_n, b_n, c_n, d_n$ подлежат определенным граничным условиям

$$\begin{aligned} \Phi(R_1, \theta) &= (R_1^2 + \beta^2) \Phi_1(\theta) - \frac{Q}{4\pi} \ln [R_1^2 + \beta^2 - 2R_1\beta \cos(\theta - \alpha)] \\ \Phi(R_2, \theta) &= (R_2^2 + \beta^2) \Phi_2(\theta) - \frac{Q}{4\pi} \ln [R_2^2 + \beta^2 - 2R_2\beta \cos(\theta - \alpha)] \end{aligned} \quad (3)$$

где $\Phi_1(\theta)$ и $\Phi_2(\theta)$ — заданные функции.

$$\Phi_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n \cos n\theta + \Phi_0 \sin n\theta \quad (i = 1, 2) \quad (4)$$

Коэффициенты определяются по формулам

$$\Phi_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Phi_1(\theta) \cos n\theta d\theta, \quad \Phi_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Phi_2(\theta) \cos n\theta d\theta, \quad \Phi_{1n} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Phi_1(\theta) \sin n\theta d\theta$$

Тогда, пользуясь разложением

$$\ln(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \theta) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^n \cos n\theta}{n} \quad (5)$$

после вычислений получаем распределение потенциала в кольце

$$\Phi(r, \theta) = F(r, \theta) + \frac{Q}{4\pi} \ln \left(\frac{r}{R_1} \right) - \frac{Q}{4\pi} \ln \left(\frac{r}{R_2} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\Phi_{1n}}{r^n} - \frac{\Phi_{2n}}{r^n} \right] \cos n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\Phi_{1n}}{r^n} - \frac{\Phi_{2n}}{r^n} \right] \sin n\theta \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} F(r, \theta) &= \frac{\Phi_0 \ln(R_2/R_1) - \Phi_1 \ln(R_1/R_2) - \Phi_2 \ln(R_2/R_1)}{\ln(R_2/R_1)} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\Phi_{1n} \left(\frac{r}{R_2} \right)^n - \Phi_{2n} \left(\frac{r}{R_1} \right)^n + \Phi_{1n} \left(\frac{R_2}{r} \right)^n - \Phi_{2n} \left(\frac{R_1}{r} \right)^n \right] \cos n\theta \\ &+ \left[\frac{\Phi_{1n} \left(\frac{r}{R_2} \right)^n - \Phi_{2n} \left(\frac{r}{R_1} \right)^n + \Phi_{1n} \left(\frac{R_2}{r} \right)^n - \Phi_{2n} \left(\frac{R_1}{r} \right)^n \right] \sin n\theta \\ f(r, \theta) &= - \frac{\ln R_2 \ln(\beta/R_1) + \ln r \ln(R_2/R_1)}{\ln(R_2/R_1)} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n(\theta - \alpha)}{n} \left[\frac{\left(\frac{R_2}{r} \right)^n - \left(\frac{R_1}{r} \right)^n}{\left(\frac{R_2}{R_1} \right)^n - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^n} + \left(\frac{R_2}{r} \right)^n - \left(\frac{R_1}{r} \right)^n \right] \\ &- \frac{\left(\frac{R_2}{r} \right)^n - \left(\frac{R_1}{r} \right)^n}{\left(\frac{R_2}{R_1} \right)^n - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^n} \end{aligned} \quad (7)$$

Прямой проверкой, учитывая (6), можно убедиться, что формула (6) удовлетворяет уравнению Лапласа и граничным условиям (4).

Потенциал Φ_0 на контуре скважины малого радиуса r_0 определяется, согласно (7), формулой

$$\Phi_0 = F(r_0, \theta) + \frac{Q}{4\pi} [\ln(r_0/R_1) - \ln(r_0/R_2)] \quad (8)$$

Отсюда можно найти дебит Q .

Полученные суперпозиционные формулы (6) можно обобщить на случай произвольных скважин.

Для частного случая $R_1 = 0$ (скашивание в $r = 0$) в (2) $c_1 = 0$, $c_n = d_n = 0$ и распределение давлений p водятся к виду

$$p(r, \theta) = p_2 + \sum_{n=1}^{\infty} (p_{2n} \cos n\theta + p_{2n}' \sin n\theta) \left(\frac{r}{R_2}\right)^{2n} + \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \ln \frac{r^2 + \delta_1^2 - 2r\delta_1 \cos(\theta - \alpha_1)}{R_2^2 + \delta_1^2 - 2R_2\delta_1 \cos(\theta - \alpha_1)} \quad (10)$$

где α_1 — азимут точки z_1 , α_2 — полярные координаты центра i -й скважины, r — радиус в полярном r, θ на контуре, δ — параметр проводимости скважины, R_2 — радиус скважины на окружности $r = R_2$.

$$p_{2n} = \dots \quad (12)$$

Давление в скважинах i можно выразить с помощью уравнениями

$$p_i = \dots \quad (13)$$

В случае неограниченных скважин под r_c следует подразумевать так называемый приведенный радиус $r_c \exp(-C)$, где C — фильтрационное сопротивление, обусловленное несовершенством скважины по величине и характеру вскрытия пласта.

Интерференция скважин в пласте, имеющем в плане форму односвязной или двусвязной области, может быть исследована при помощи конформного отображения области на круг или круговое кольцо с последующим использованием формул (7) и (11).

Формулы (11) и (13) позволяют по известным r_c и приведенным радиусам скважин при помощи карты изобар найти давления и забойные давления, следующим образом.

Пусть на карте изобар изображен круг радиуса $R_1 = R_2$ с центром в точке O . Давление на карте z_0 при $r = r_0$ определяется непосредственно по карте изобар и методом конформного отображения может быть разложено в ряд Фурье (11). Для давления p_0 в точке O — центре круга, из формулы (11) при $r = r_0$ и $\theta = 0$, находим параметр c

$$p_0 = p_2 + \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \ln \frac{R_2^2 + \delta_1^2 - 2R_2\delta_1 \cos(\theta - \alpha_1)}{R_2^2 + \delta_1^2 - 2R_2\delta_1 \cos(\theta - \alpha_1)} + \dots \quad (14)$$

Зная Q_n , p_{2n} из системы (13) можно найти приведенные радиусы скважин, расположенных внутри круга.

Поступило 10 IV 1958

ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД В РАЙОНАХ ПЛОТИН, ШЛЕУЗОВ И КАНАЛОВ

Н. Н. ВЕРИГИН
(Москва)

При устройстве плотин и других водоподпорных сооружений движение естественных грунтовых вод вблизи них существенным образом изменяется. Эти изменения состоят в том, что вблизи водоподпорного сооружения образуется зона фильтрации из верхнего бьефа в нижний (фиг. 1, зона А). Фильтрационное течение в этой зоне отличается естественный грунтовый поток в сторону нижнего бьефа.

При этом естественный грунтовый поток вблизи плотин претерпевает изгиб и разделяется на две отдельные зоны.

В наиболее типичном случае, когда естественные подземные воды питают реку, в одной из этих зон (фиг. 1, зона С) естественный всток движется из пород, слагающих берега и русло реки, ко дну верхнего бьефа, а в другой зоне (фиг. 1, зона В) этот поток течет на водораздельных берегах и русло реки, ко дну нижнего бьефа.

Такая кинематическая картина имеет место под дном водохранилища и в основании плотин (в вертикальном срезе), а также в берегах реки и в зоне береговых примыкающей скважин (в горизонтальной плоскости).

Для расчета фильтрации в скважинах и в береговой зоне вблизи плотин до сих пор изучалось главным образом установившееся движение фильтрационных вод [1, 2, 4, 9]. В частном случае линейной задачи Н. Н. Павловским исследована неустановившееся фильтрация под плотинами [11].

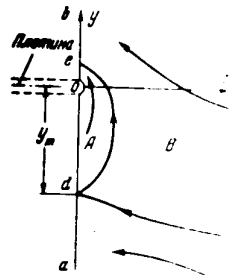
В одном случае фильтрации в обход плотин на канале П. Я. Подубариной-Кочевой впервые было рассмотрено неустановившееся движение фильтрационных вод в береговой зоне [4, 7].

Исследование этого движения представляет принципиальный и практический интерес, так как наблюдения за режимом грунтовых вод в районах плотин показывают, что фильтрационное течение и естественный грунтовый поток в скважинах в длительный период после постройки сооружения изменяется во времени.

Фильтрационный и естественный грунтовый поток в скважинах и в береговой зоне в основании плотин после постройки сооружения устанавливается в течение длительного периода, однако и здесь наблюдается значительное изменение параметров движения потоков грунтовых вод по сравнению с установившимся режимом.

Неустановившийся характер течения грунтовых вод в скважинах и в береговой зоне также вызывается также периодическими работами на плотинах и в бьефах. Иные следствия переменный режим грунтовых вод и фильтрации в водоподпорных сооружениях (главным образом в береговой зоне).

1. Основное уравнение. Течение, вызываемое линейными плотинами в береговой зоне движение грунтовых вод осуществляется в направлении от верхнего бьефа к нижнему бьефу. В зависимости от условий так называемой «плотины» за счет гидравлического



Фиг. 1

решения. При этом в начальном слое пласта это уравнение принимает вид уравнения теплопроводности, в котором на правой стороне стоит величина удельного теплового потока q_0 , т. е.

$$\Delta u = \frac{q_0}{2} \quad (1.1)$$

в координатах x, y в момент времени $t = 0$.

Вдоль оси x вблизи плотных распределений тепла (фиг. 1, точка 0) задана функция интенсивности M теплового потока, зависящая от координаты x по закону

$$M(x) = M_0 \exp(-\lambda x) \quad (1.2)$$

где M_0 — постоянная величина, λ — коэффициент, зависящий от метода, указанного в [1]. В дальнейшем будем считать, что $M_0 = 1$, а λ — произвольным образом. В дальнейшем будем считать, что $M_0 = 1$, а λ — произвольным образом.

Если считать, что $u(x, y, t) = u_1(x, y) + u_2(x, y) + u_3(x, y) + \dots$ (1.3), то уравнение (1.1) примет вид

$$\Delta u_1 + \Delta u_2 + \Delta u_3 + \dots = \frac{q_0}{2} \quad (1.4)$$

Каждое из функций $u_i(x, y)$ удовлетворяет уравнению Лапласа, а именно

$$\Delta u_i = 0 \quad (1.5)$$

где Δ — оператор Лапласа. Если считать, что $u_i(x, y) = \int_0^y \exp(-\lambda x) \exp(-\lambda y) \exp(-\lambda z) \dots$ (1.6)

Это выражение справедливо для функции $u_i(x, y)$ в области $x > 0, y > 0$. Если считать, что $u_i(x, y) = \int_0^y \exp(-\lambda x) \exp(-\lambda y) \exp(-\lambda z) \dots$ (1.6)

В дальнейшем будем считать, что $u_i(x, y) = \int_0^y \exp(-\lambda x) \exp(-\lambda y) \exp(-\lambda z) \dots$ (1.6)

решения. При этом в начальном слое пласта это уравнение принимает вид уравнения теплопроводности, в котором на правой стороне стоит величина удельного теплового потока q_0 , т. е.

Решение рассматриваемой задачи можно найти также посредством разложения вдоль оси y (или x) постоянно действующих линейных давлений с осями, параллельными оси x (или соответственно y).

Обозначая в (1.6)

$$v = \frac{x}{2\sqrt{at}}, \quad \lambda = \frac{y}{2\sqrt{at}}, \quad h = \text{arctg} \frac{y}{x} \quad (1.7)$$

и вводя в (1.6) подстановку $\xi = \text{arctg}(y/x)$, будем иметь

$$u = \frac{M}{4} B(v, h), \quad B(v, h) = \int_0^h \exp(-\lambda^2) \exp(-\lambda^2) \dots \quad (1.8)$$

Интеграл (1.8) можно представить в виде ряда по степеням функции $B(v, h)$, выражающей следующим образом

$$B(v, h) = \frac{1}{2} \left[\text{arctg} h + e^{-v^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{v^{2n}}{n!} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{h^{2k}}{k!} \dots \right] \quad (1.9)$$

Это выражение для B получается посредством разложения в ряд функции (1.8) в степенной ряд и почленного его интегрирования. При $h \rightarrow \infty, v \rightarrow \infty$ из (1.6) будет [10]

$$B(v, h) \sim \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) \int_0^h \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt + \left[1 - \Phi\left(\frac{v}{\sqrt{2}}\right)\right] \quad (1.10)$$

где Φ — функция Эрмита. При $t \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ [10] справедливо соотношение

$$\Phi(x) \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

Если считать, что $u_i(x, y) = \int_0^y \exp(-\lambda x) \exp(-\lambda y) \exp(-\lambda z) \dots$ (1.6)

В дальнейшем будем считать, что $u_i(x, y) = \int_0^y \exp(-\lambda x) \exp(-\lambda y) \exp(-\lambda z) \dots$ (1.6)

В дальнейшем будем считать, что $u_i(x, y) = \int_0^y \exp(-\lambda x) \exp(-\lambda y) \exp(-\lambda z) \dots$ (1.6)

2. Плотины на реке или канале. Рассмотрим принципиальную схему движения грунтовых вод к реке (рис. 2, а). Допустим, что до устройства плотин существует установившийся равномерный поток, параллельный оси x и определяемый уравнением (1.1) при $\partial h/\partial t = 0$. Пусть далее, после устройства плотин, при времени $t = 0$ горизонт воды вдоль уреза верхнего бьефа oa мгновенно повышается от высоты над ложем пласта h_1 до высоты h_2 и в дальнейшем поддерживается постоянным. Тогда начальные и граничные условия задачи будут:

$$h(x, 0) = h_2 \quad \text{при } y = 0 \quad (2.1)$$

$$h(x, \infty) = h_1 \quad \text{при } y = 0 \quad (2.2)$$

$$h(x, t) = h_1 \quad \text{при } y = b \quad (2.3)$$

где b — ширина канала, h_1 — высота воды в естественных условиях, h_2 — высота воды в водохранилище, $q_0 < 0$ и k — коэффициент фильтрации.

В соответствии с уравнением (1.1) при $\partial h/\partial t = 0$ в установившемся состоянии течения, в рассматриваемом сечении, существует линейный вихрь, представляющий собой одномерный поток вдоль оси x , который исчезает при мгновенном повышении уровня воды вдоль уреза реки oa , т. е.

$$v = \frac{1}{2} h_2^2 - \frac{1}{2} M E(x, \omega) + N [1 - \Phi(\omega)] + \frac{1}{2} h_1^2 \quad (2.4)$$

Определяя постоянные M и N из условий (2.2) и (2.3), получим:

$$h = \sqrt{h_2^2 + \frac{1}{2}(h_2^2 - h_1^2) [1 - \Phi(\omega) - B(x, \omega)]} \quad (2.5)$$

где $v = x \sqrt{at}$ и $\omega = y/x$, а функции $B(x, \omega) = B(x, y)$, вычисленные нами по (1.9), находятся из графика фиг. 3.

При пользовании этим графиком следует иметь в виду, что $B(x, -\omega) = -B(x, \omega)$, и потому при $\omega < 0$ и y в первой четверти $B > 0$, а в четвертой $B < 0$. При $y = 0$ и $\omega = 0$ и $B = 0$.

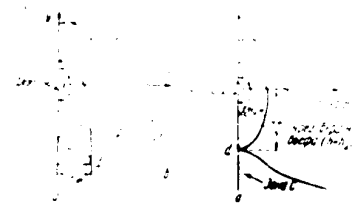
$$h = \sqrt{h_2^2 + \frac{1}{2}(h_2^2 - h_1^2) [1 - \Phi(\omega)]} \quad (2.6)$$

где при $y = 0$ и $\omega = 0$ и $B = 0$.

Из (2.5) при $y = 0$ и $\omega = 0$ и $B = 0$ и при $t = \infty$ имеем

$$h = \sqrt{h_2^2 + \frac{1}{2}(h_2^2 - h_1^2) \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)} \quad (2.7)$$

Размерность функции B характеризуется весьма интересной кинематической характеристикой. Имеем, при $q_0 = 0$ после подъема уровня водохранилища в определенный период времени длительностью t , на всем протяжении уреза верхнего бьефа oa происходит фильтрация воды в водохранилище в грунтовый поток (фиг. 2, а). При этом на поверхности

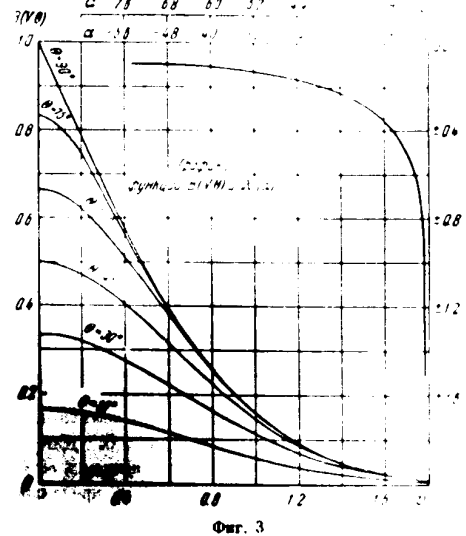


Фиг. 2

поверхности вод образуется фильтрационная депрессия (ложбина), вытнутая вдоль уреза водохранилища (фиг. 2, а, пунктир). Наименьшие точки этой ложбины вначале перемещаются от уреза водохранилища вглубь берега, достигают некоторого максимального удаления от этого уреза и затем снова приближаются к нему.

В этот период времени на оси ложбины в бесконечности существует критическая точка (точка разветвления потока) d , имеющая координаты $y = -\infty$ и $t = t_m$. В этой точке скорость фильтрации равна нулю и глубина потока имеет минимум. К точке d примыкает мгновенная линия тока de , разграничивающая весь поток грунтовых вод на две зоны (фиг. 2, а, зоны A и B).

В последующий период времени, т. е. при $t > t_m$ (фиг. 1, б), на части уреза верхнего бьефа oa , удаленной от плотин, восстанавливается естественное грунтовое питание водохранилища, и депрессия в уровне грунтовых вод исчезает. На части верхнего бьефа oa , прилегающей к плотине, по-прежнему происходит фильтрация из водохранилища в грунтовый



Фиг. 3

поток и существует фильтрационная депрессия. В этот период критическая точка d находится на урезе верхнего бьефа. К ней примыкает мгновенная разделяющая линия тока bde , разграничивающая весь поток на три зоны (фиг. 2, б, зоны A , B и C).

В обоих случаях разделяющие линии тока не совпадают с осью фильтрационной депрессии.

При $q_0 > 0$ кинематическая структура потока будет иной (в этом случае точка разветвления d при $t = t_m$ появляется на урезе нижнего бьефа и затем перемещается вдоль этого уреза, удаляясь от него).

Первый период времени t_m определяется из условия $h = h_1 = 0$ при $x = 0$, где h находится из (2.6) при $m = 1$ и будет:

$$t_m = \frac{k^2(h_2^2 - h_1^2)^2}{4\pi q_0^2 a} \quad (2.8)$$

Фильтрационный расход на единицу длины уреза в установившемся состоянии из (2.5) и (1.8)

$$q = -k \frac{\partial h}{\partial x} = q_0 - k \frac{h_2^2 - h_1^2}{4} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (2.9)$$

где

$$B_1(v, w) = 1 - \Phi(v) - B(v, w) = \frac{2}{\pi} \int_0^w \exp\left(-\frac{v^2 + \eta^2}{2}\right) d\eta$$

Дифференцируем интеграл (2.10) по x , принимая во внимание (2.1), и интегрируем по y , получим

$$\frac{h}{2} \frac{d\lambda}{dx} = \left[\int_0^{\lambda_m} \lambda \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right) d\lambda + \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda \right]_{x=0}^x =$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda - \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda + \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda$$

где через $\lambda(x, y)$ обозначено безразмерное выражение в (2.10), а $\xi = \eta/2\sqrt{at}$. В окончательном виде окончательно получаем

$$F(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda - \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda + \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda$$

$$F(\lambda) = \left[1 - \Phi(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda \right]_{x=0}^x \quad (2.11)$$

Отметим, что $F(0) = \infty$, $F(\infty) = 0$ и $F(\lambda_m) = 2$. Для второго периода времени $t > t_0$ ордината критической точки на уроне водохранилища найдется из (2.11) при $q_x = 0$ и будет

$$y_m = 2\lambda_m \sqrt{at} \quad (2.12)$$

где λ_m находится из уравнения

$$F(\lambda_m) = -\frac{4q_0 \sqrt{at}}{k(\lambda_m^2 - \lambda_0^2)} = \alpha \quad (2.13)$$

В (2.12) и (2.13) при $q_0 < 0$ величина $\alpha > 0$ и $\lambda_m, y_m < 0$, а при $q_0 > 0$ величина $\alpha < 0$ и $\lambda_m, y_m > 0$. Для упрощения вычисления λ_m по (2.13) на фиг. 3 приводится график $\lambda_m = f(\alpha)$.

При $t \rightarrow \infty$ из (2.13) получается предельное расстояние критической точки от плотины [19]:

$$y_m = \frac{k(b_2^2 - b_1^2)}{2q_0} \quad (2.14)$$

Фильтрационный расход из верхнего бьефа в нижний в обход плотины определяется из (2.11) и будет

$$Q = \int_{y_m}^0 q_x dx = \int_{y_m}^0 \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda - \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda \right] dx \quad (2.15)$$

Входимы в (2.15) подынтегральное выражение

$$\int_0^{\lambda_m} \left[1 - \Phi(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda \right] dx = \int_0^{\lambda_m} \left[1 - \Phi(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda \right] dx$$

$$= \int_0^{\lambda_m} \left[1 - \Phi(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda \right] dx = \int_0^{\lambda_m} \left[1 - \Phi(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda \right] dx$$

$$F(\lambda) = \left[1 - \Phi(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda \right]_{x=0}^x$$

$$F(\lambda) = \left[1 - \Phi(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda \right]_{x=0}^x$$

$$F(\lambda) = \left[1 - \Phi(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_0^{\lambda_m} \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{\lambda} d\lambda \right]_{x=0}^x$$

Значения функции $A(\lambda)$ приводятся в таблице

При $-0.001 < \lambda < 0.001$ функция A равна

$$A(\lambda) = 0.282\lambda - 0.205 - 0.159 \ln |\lambda|$$

При $\lambda > 3$ и $\lambda < -3$ следует пользоваться формулами

$$A(\lambda) = \frac{1}{\pi} \lambda^2 e^{-\lambda^2}, \quad A(\lambda) = \frac{1}{\pi} \lambda^2 e^{-\lambda^2}$$

Значения функции $A(\lambda)$ приводятся в таблице

λ	$A(\lambda)$	$A(\lambda)$	$A(\lambda)$	$A(\lambda)$	$A(\lambda)$
∞	0	0.04	0.31	0.57	0.29
3.0	0.00335	0.03	0.30	0.58	0.17
1.0	0.0033	0.02	0.32	0.59	0.15
0.90	0.0050	0.01	0.36	0.60	0.13
0.80	0.0077	0.005	0.64	0.29	0.085
0.70	0.012	0.003	0.72	0.30	0.11
0.60	0.018	0.001	0.90	-0.30	0.18
0.50	0.027	0	∞	-0.50	0.26
0.40	0.041	-0.001	0.99	-0.60	0.2
0.30	0.064	-0.003	0.72	-0.70	0.18
0.20	0.104	-0.005	0.64	-0.80	0.13
0.10	0.19	-0.01	0.53	-0.90	0.10
0.09	0.20	-0.02	0.41	-1.0	0.08
0.08	0.22	-0.03	0.34	-1.20	0.14
0.07	0.25	-0.04	0.30	-1.30	0.20
0.06	0.26	-0.05	0.26	-1.4	0.26
0.05	0.29	-0.06	0.23	-1.5	0.31

При $t \rightarrow \infty$ вместо (2.16) получим [12]:

$$Q = \frac{k(b_2^2 - b_1^2)}{2\pi} \ln \frac{y_m}{y_0} + q_0(y_m - y_0) \quad (2.15)$$

где y_m находится из (2.14). В (2.14) и (2.15), как и ранее, при $q_0 < 0$ будет $y_m < y_0 = 0$, а при $q_0 > 0$ следует считать $q_0 < 0$. Формулы (2.14) и (2.15) для расчета фильтрационного расхода применимы в тех случаях, когда вившего движения были пренебрежимо малы. Если же в притоке или оттоке при проектировании плотины рассматриваются течения с заметными скоростями, то же было рассмотрено движение течения в бифлоновом потоке. Для более сложных схем сопряжения с бифлоном.

3. Шлизы или плотины при равномерном потоке в бифлоновом потоке. Пусть после устройства плотины в бифлоновом потоке происходит наполнение верхнего бьефа. Тогда в бифлоновом потоке здесь мгновенно повышается уровень воды. Если же в бифлоновом потоке происходит наполнение нижнего бьефа, то здесь мгновенно повышается уровень воды. Для решения задачи будут

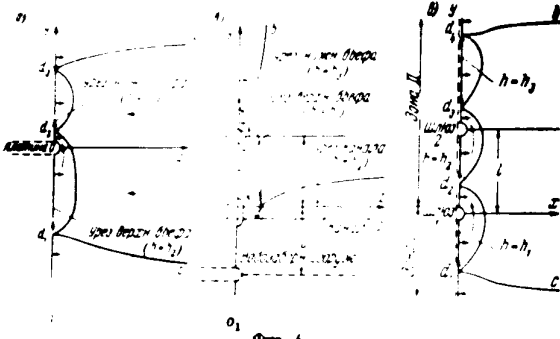
$$A(0, y, t) = h_1 \quad (\text{при } y < 0), \quad A(0, y, t) = h_2 \quad (\text{при } y > 0) \quad (2.16)$$

Начальное условие при $t < t_1$ запишем так:

$$h(x, y, 0) = \sqrt{h_0^2 - 2 \frac{q_0}{k} x} \approx h_0$$

где q_0 — удельный бытовой расход потока и k — коэффициент фильтрации грунта.

При $t = t_1$ начальное условие будет иным: оно состоит в том, что при $t = t_1$ выражения $h(x, y, t)$ для $t < t_1$ и для $t > t_1$ должны совпадать друг с другом. Иначе говоря, при $t > t_1$ начальное условие опреде-



ляется непрерывностью грунтовых вод, сформировавшейся в процессе неустановившегося движения за предшествующий период времени длительностью t_1 .

При $t > t_1$ решение данной задачи найдено выше и выражается равенством

$$h^2 = h_0^2 + \frac{1}{2} (h_2^2 - h_0^2) B_1, \quad B_1 = [1 - \Phi(v) - B(v_1, w)] \quad (3.3)$$

$$v = \frac{x}{2\sqrt{at}}, \quad w = \frac{y}{2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{v} \right)$$

При $t > t_1$ решение задачи находится в первом слагаемого потока, определяемого равенством (3.3), течения, действующего вниз, непрерывно действующим на протяжении всего периода времени $t = t_1$ и одномерного движения, образующегося в момент повышения уровня воды в нижнем бьефе в момент $t = t_1$ и до момента t_1 до h_1 .

Выполняя такое сложение, получим

$$h^2 = h_0^2 + \frac{1}{2} (h_2^2 - h_0^2) [1 - \Phi(v) - MB(v_1, w) + N\Phi(v_1) + P] \quad (3.4)$$

$$M = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{v} \right), \quad N = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{v} \right), \quad P = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{v} \right) \quad (3.5)$$

Введём в (3.4) начальные условия, выражающиеся по (3.3) при $t = t_1$, в граничные условия (1). Тогда, принимая во внимание, что $B(\infty, w) = 0$ и $B(v_1, \infty) = 1$, найдём постоянные M , N и P . После подстановки их значений в (3.4) получим

$$h^2 = \sqrt{h_0^2 + \frac{1}{2} (h_2^2 - h_0^2) B_1(v, w) + (h_1^2 - h_0^2) [1 - \Phi(v_1) + B(v_1, w)]}, \quad (3.6)$$

где B_1 выражается по (3.3).

решение (3.6) распространяется на случай непостоянного повышения верхнего и нижнего бьефов $h_1 = h_1(t)$ и $h_2 = h_2(t)$ в силу равенства (3.6) получим

$$h^2 = \sqrt{h_0^2 + \frac{1}{2} (h_2^2 - h_0^2) [1 - \Phi(v)] + (h_1^2 - h_0^2) B(v, w)} \quad (3.7)$$

При $q_0 = 0$ и $h_0 = h_1$ из (3.7) получается случай, рассмотренный в работах [4,7] тем же методом.

Решение (3.6) можно распространить на случай непостоянного повышения верхнего и нижнего бьефов от времени. Для этого воспользуемся представлением, принятым в 1950 г. аппроксимацией колебаний уровня воды на границах бьефов ступенчатой линией $h = f(t)^2$. Кроме того, примем за начальные уровни воды в верхнем и нижнем бьефах произвольные значения, а именно: в моменты времени t_1, \dots, t_n уровень воды в верхнем бьефе повышается до H_1, \dots, H_n , а на противоположном бьефе соответственно до h_1, \dots, h_n . Тогда, в соответствии с (3.7) получим

а) первый период ($0 < t < t_1$)

$$h_1^2 = h_0^2 + \frac{1}{2} [(H_1^2 - h_0^2) - 2\sqrt{at} \operatorname{erfc} v_1 - (H_1^2 - h_1^2) B(v_1, w)] \quad (3.8)$$

$$v_1 = \frac{x}{2\sqrt{at}}, \quad w = \frac{y}{2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{v} \right)$$

б) второй период ($t_1 < t < t_2$)

$$h_{11}^2 = h_1^2 + \frac{1}{2} \{ [(H_2^2 + h_2^2) - (H_1^2 + h_1^2)] \operatorname{erfc} v_1 - [(H_2^2 - h_2^2) - (H_1^2 - h_1^2)] B(v_1, w) \}$$

$$v_1 = \frac{y}{2\sqrt{a(t-t_1)}}$$

в) период номер n ($t_{n-1} < t < t_n$)

$$h_n^2 = h_{n-1}^2 + \frac{1}{2} \{ [(H_n^2 + h_n^2) - (H_{n-1}^2 + h_{n-1}^2)] \operatorname{erfc} v_n - [(H_n^2 - h_n^2) - (H_{n-1}^2 - h_{n-1}^2)] B(v_{n-1}, w) \}$$

$$v_n = \frac{y}{2\sqrt{a(t-t_{n-1})}}$$

где $\operatorname{erfc}(v) = 1 - \Phi(v)$, а h_0 находится из (3.2).

Кинематическая структура движения, определяемого уравнением (3.6) в общем случае характеризуется наличием трех критических точек (фиг. 4 а, точки d_1 , d_2 и d_3). Вспомогательные критические точки (3.7), точки d_4 и d_5 переходят в бесконечность при $y \rightarrow \infty$. Переходят в бесконечность и точки d_1 и d_2 при $x \rightarrow \infty$. Точка d_3 перемещается к плотине. Точка d_4 перемещается к плотине и движется вдоль уровня нижнего бьефа.

Направление течения в любой момент времени определяется перемещениями точек d_1 и d_2 относительно плотины.

При $t \rightarrow \infty$ точки d_4 и d_5 сливаются в одну точку. Уравнение (3.7) переходит в параболу, а движение воды устанавливается плоско-параллельным течением.

Если в (3.7) $q_0 > 0$, то существуют следующие

¹ В работе [4] этот способ обобщен на случай непостоянного повышения уровня воды, а также кусочно-линейной кривой уровня воды.

4. Плотина, головное водозборное сооружение и смежный канал. Рассмотрим движение грунтовых вод вблизи плотины O при наличии на расстоянии l от нее водозабора ϵ и магистрального канала δ , нормального к берегу верхнего бьефа (фиг. 4,б). Примем, что в момент времени $t = 0$ начальная всюду постоянная глубина воды h_0 выше уровня плотины бьефа до h_1 , в канале — до h_2 ($h_2 < h_1$) и равна нулю в водозаборе ϵ ($h_3 = h_4 = 0$). В дальнейшем эти глубины поддерживаются постоянными. Тогда течение грунтовых вод в зоне между плотиной и водозабором $O\epsilon$ и в зоне между каналом и водозабором $O\delta$ не будет иметь друг от друга, и их можно считать независимыми течениями в плоскости, где имеет место бег воды. В первом случае $h_1 > h_2$ и в некоторых местах, расположенных друг на друга непрерывно, могут возникнуть в противоположных направлениях течения. В частности, в точке сопряжения плотины с каналом M_1 (фиг. 4,б) течения относительно M_1 и M_2 будут направлены в противоположные стороны M_1 и M_2 .

Тогда стационарная функция $F(x, y, t)$ в области $0 < x < l$ и $0 < y < l - h_2$ удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta F = 0$ и граничным условиям $F(0, y, t) = 0$ и $F(x, 0, t) = 0$ и начальным условиям $F(x, y, 0) = h_0$.

$$F(x, y, t) = h_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[B_n \left(x, \frac{y}{2} + l \right) + B_n \left(x, \frac{y}{2} - l \right) \right] e^{-\lambda_n^2 t} \quad (4.1)$$

$$\lambda_n = \frac{n\pi}{2l}, \quad \lambda = \frac{y}{2l} \quad (x, y) \in \Omega$$

Тогда в силу непрерывности водохранилища глубина воды в бьефе не изменится, т.е. везде будет иметь место, то и в M_1 и M_2 . Если уровень воды в канале и водохранилище повышается, то в точке сопряжения M_1 глубина в бьефе возрастает, а в канале падает (фиг. 4,а). При $h_1 = h_2$ и $l \rightarrow \infty$ из (4.1) получается уравнение для стационарного течения в первом случае фильтрации в воде в области $0 < x < l$ и $0 < y < l$, а именно:

$$h^2 = h_0^2 + h_1^2 - h_2^2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2h_0 h_n}{\lambda_n} e^{-\lambda_n^2 t} \quad (4.2)$$

Этот результат совпадает с известным (см. [1], стр. 127) решением задачи о течи в плотины.

Если в канале $h_2 < h_1$, то в точке сопряжения M_1 течения направлены в противоположные стороны M_1 и M_2 . Тогда решение, найденное в (4.1), можно записать в виде:

$$F(x, y, t) = h_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2h_0 h_n}{\lambda_n} e^{-\lambda_n^2 t} \sin \frac{n\pi x}{2l} \sin \frac{n\pi y}{2l} \quad (4.3)$$

$$F_1(x, y, t) = h_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2h_0 h_n}{\lambda_n} e^{-\lambda_n^2 t} \sin \frac{n\pi x}{2l} \sin \frac{n\pi y}{2l} \quad (4.4)$$

Очевидно, что при $y = 0$ $h = h_2$, при $x = 0$ и $y > l - h_2$, а при $x = 0$ и $y < l - h_2$.

Если при $t = 0$ глубина грунтового потока выражается по (3.2), то в правой части решения (4.1) нужно добавить слагаемое:

$$F(x, y, t) = -2 \frac{q_0}{k} x \Phi(t) \quad (4.5)$$

Функция F характеризует собой некоторое доопределение функции, возникающее в области прямого угла $0 < x < l$ и $0 < y < l - h_2$ при граничных условиях $F(0, y, t) = 0$, $F(x, 0, t) = 0$ и начальном условии

$$F(x, y, 0) = h_0 - 2 \frac{q_0}{k} x \quad (4.6)$$

Кинематическая структура течения, определенная уравнением (4.1), изображена на фиг. 4, б. В общем случае в области Ω могут иметься две точки разветвления (фиг. 4, б — d_1 и d_2). Как было показано в предельном исследовании, в процессе неустойчивости течения эти точки d_1 и d_2 удаляются от плотины O и ϵ . При $h_1 = h_2$ область Ω ограничена лишь одной критической точкой d_1 .

5. Канал с несколькими шлюзами. Исследуем движение грунтовых вод в районе призматического канала при наличии на нем нескольких шлюзов, находящихся на расстояниях l_1, \dots, l_n друг от друга и имеющих разные напоры.

Рассматриваемая задача решается посредством размещения непрерывно действующих линейных шлюзов в местах расположения шлюзов и сложения вызванных ими течений с некоторым дополнительным двумерным потоком, определяемым уравнением типа (4.5). Интенсивность и направление этих шлюзов, вообще говоря, различны; если глубина воды в разделенных шлюзами соседних бьефах всюду возрастает вдоль канала, то направление этих шлюзов будет одинаковым.

Примем, что стационарная глубина грунтового потока в районе канала определяется уравнением:

$$h^2 = \int_0^l h_0^2 - 2 \frac{q_0}{k} x - 2 \frac{q_1}{k} y \quad (q_0, q_1 < 0) \quad (4.7)$$

где h_0 — базисная глубина потока в месте расположения шлюзов и плотины в канале, q_0 и q_1 — удельные расходы грунтового потока в шлюзах и плотины, $q_0 < 0$ и $q_1 < 0$.

Пусть также на канале при $x = l$ имеется и плотины, тогда, исходящие из расстояния l друг от друга в противоположные стороны в их бьефах мы можем полагать $q_2 > 0$ и $q_3 > 0$. Тогда в первом бьефе h_1 в первом бьефе и h_2 в третьем бьефе.

При таких условиях решение задачи можно записать в виде:

$$h^2 = h_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2h_0 h_n}{\lambda_n} e^{-\lambda_n^2 t} \sin \frac{n\pi x}{2l} \sin \frac{n\pi y}{2l} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2h_0 h_n}{\lambda_n} e^{-\lambda_n^2 t} \sin \frac{n\pi x}{2l} \sin \frac{n\pi y}{2l} \quad (4.8)$$

т.е.

$$F_1(x, y, t) = h_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2h_0 h_n}{\lambda_n} e^{-\lambda_n^2 t} \sin \frac{n\pi x}{2l} \sin \frac{n\pi y}{2l} \quad (4.9)$$

Имея в виду, что $B(0, \pm\infty) = \pm i$ и $B(\pm\infty, 0) = \pm i$, из (5.2) получается: глубина $h = A_1$ (для $y < 0$) и $h = A_2$ (для $y > 0$), а при $t = 0$ глубина h зависит от x из (5.2), принимая во внимание, что $B(0, 0) = 0$.

$$h^2 = 2 \frac{q_0}{k} x + \frac{1}{2} (h_1^2 + h_2^2) - \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{\pi} \arctg \frac{x}{y} - \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{\pi} \arctg \frac{y-t}{x} \quad (5.4)$$

При $x = 0$ уравнение (5.4) удовлетворяет тем же граничным условиям, что и (5.2).

В рассмотренном течении в общем случае существуют четыре критические точки $d_{1,2}$, расположенные на уровнях быфов (фиг. 4, е).

При $t \rightarrow \infty$ точки d_1 и d_2 сливаются одна с другой, и поэтому в потоке сохраняются только две критические точки (d_1 и d_2).

Решение двух-мерных задач при помощи рекуррентных формул типа (3.10) можно распространить на случаи одновременных или разновременных колебаний уровня воды в быфах по закону ступенчатой линии. Во всех рассмотренных выше и других подобных задачах при $t \rightarrow \infty$ число критических точек равно $n - 2$, где n — число границ разного напора во внешнем контуре течения.

Во всех рассмотренных задачах можно более подробно исследовать кинематическую структуру потока. Если известна функция $\psi = 1/2 k h^2$, то уравнение мгновенных линий тока будет

$$\frac{dy}{dx} = \frac{q_y}{q_x} \quad (\text{при } t = \text{const}) \quad (5.5)$$

где

$$q_y = -k \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad q_x = -k \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5.6)$$

Уравнение траекторий движения будет:

$$\frac{dx}{q_x(x, y, t(x, y))} = \frac{dy}{q_y(x, y, t(x, y))} \quad (5.7)$$

где время t выражено через x, y из уравнения мгновенных линий тока.

Если в районах плотин, шлюзов и киндеров заходят напорные подземные воды (а не грунтовые воды со свободной поверхностью), то движение их будет описываться уравнением упругого режима. В этом уравнении за невязку функции можно принять величину mH , где H — напор воды на свободной поверхности плотины, а m — мощность (толщина) плотины. Если в виду, что уравнения движения напорных и безнапорных вод принципиально одинаковы, получим следующую формулу для траекторий:

$$\frac{dx}{q_x(x, y, t(x, y))} = \frac{dy}{q_y(x, y, t(x, y))} \quad (5.8)$$

Подставляя в уравнение (5.8) вместо глубины потока h, A_1, h_2 и т. д. их выражения через напора H, H_1, H_2 и т. д. по (5.8) получим кинематические траектории для упругого режима фильтрации. При этом и меняется также значение коэффициента пористости n .

... могут использоваться не только при ... в берегах реки ... гидросоору ... но и при исследовании фильтрации в основи ... (плоская задача).

... (4.5) и в (5.3) могут быть использованы для расчета ... грунтовых вод между дренами, пересекающимися под прямым углом при естественном уровне грунтовых вод, определенном уравнением (5.1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Павловский Н. Н. Теория движения грунтовых вод. М.: ГИИЗ, 1922.
2. Аравин В. И. и Нумеров С. П. Теория фильтрации в пористой среде в деформируемой пористой среде. 1953.
3. Веригин Н. Н. О неустойчивом движении грунтовых вод вблизи водохранилища. ДАН, т. 66, вып. 6, 1949.
4. Веригин Н. Н. Фильтрация в обход плотин и фактически в противофильтрационных завесах. Гидротехническое строительство, № 4, 1947.
5. Веригин Н. Н. Движение грунтовых вод вблизи водохранилищ. Гидротехническое строительство, № 4, 1952. Режим грунтовых вод при колебании и сбросе водохранилища. Гидротехническое строительство, № 11, 1952.
6. Полубаринова-Кочина П. Я. О неустойчивом движении грунтовых вод при фильтрации из водохранилища. ПММ, т. 13, вып. 2, 1949.
7. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. ГИИЗ, 1952.
8. Полубаринова-Кочина П. Я. Некоторые плоские задачи теории фильтрации газа в угольном пласте. ПММ, т. 18, вып. 1, 1954.
9. Недрыга В. П. Расчет фильтрации в обход гидротехнических сооружений. Гидротехническое строительство, № 5, 1947.
10. Веригин Н. Н. и Шестаков В. М. Методы расчета движения грунтовых вод в двухслойной среде. Изд. ВОДГЕО, 1954.
11. Рыжик И. М. и Градштейн И. С. Таблицы интегралов, рядов, сумм и произведений. ГИИЗ, 1951.
12. Вочевер Ф. М. Гидродинамическая оценка береговой фильтрации в обход плотин. Гидротехническое строительство, № 6, 1954.

О ВЫБОРЕ ВЕЛИЧИНЫ РАСЧЕТНОЙ СКОРОСТИ ВОЗДУХА В ОСЕВЫХ КОМПРЕССОРАХ ТРАНСПОРТНЫХ И ГАЗОТУРБИННЫХ УСТАНОВОК

Б. М. ЛИНТЕРОВ

(Ленинград)

Сделана попытка количественно оценить влияние величины расчетной скорости течения воздуха в компрессоре на его адиабатический к. п. д., габариты проточной части, при заданном числе оборотов ротора.

Так как мощность, расходуемая на сжатие воздуха в газотурбинной установке при температурах газа, не превышающих 1000°, примерно в 2—3 раза больше полезной мощности, то к. п. д. компрессора оказывает большое влияние на общий к. п. д. цикла, а вес его составляет весьма заметную долю веса всей установки. К. п. д. осевого компрессора, его габариты и вес существенно образом зависят от величины абсолютной скорости потока воздуха в проточной части.

Увеличение расчетной скорости воздушного потока C при постоянном коэффициенте расхода воздуха φ дает возможность увеличить напор ступени за счет увеличения окружной скорости и уменьшить габариты и вес компрессора при заданной степени повышения давления ϵ и весовом расходе воздуха G . Однако следует иметь в виду, что увеличение расчетной скорости течения воздуха приводит к увеличению относительных величин потерь во входном и выходном устройствах, а следовательно, и снижению адиабатического к. п. д. η_a всего компрессора. Если, кроме того, увеличению скорости соответствует такое увеличение числа M на входе в лопаточный вентиль, при котором значение его будет превышать критическое число $M_{кр}$, то адиабатический к. п. д. компрессора будет уменьшаться также и вследствие уменьшения к. п. д. отдельной ступени.

При проектировании стационарных установок вопрос о весе и габаритах отдельных машин является второстепенным, главным для этих установок является вопрос экономичности. Поэтому величина скорости воздуха в осевом компрессоре стационарной установки выбирается обычно достаточно малой, что приводит к выходным и входным устройствам станций весьма значительным потерям к. п. д. на входе в лопаточный вентиль и критическим.

1 Под входным устройством понимается совокупность входного патрубка и входной направляющей аппаратуры (расположенной перед рабочим колесом первой ступени) и выходным устройством — совокупность спрямляющего аппарата (расположенного направляющим венцом последней ступени), выходного диффузора и выходного патрубка.

... расчетной скорости течения воздуха в осевых компрессорах транспортных и газотурбинных установок приобретает важное значение.

Задача сводится к получению зависимостей, позволяющих оценить влияние величины скорости воздушного потока в компрессоре на его адиабатический к. п. д., габариты, число оборотов и на некоторые характеристики прочности.

Из рассмотрения процесса изменения состояния воздуха в компрессоре (фиг. 1) можно установить, что адиабатический к. п. д. компрессора выражается функцией

$$\eta_p = f(\eta_{вх}, \eta_{ст}, \eta_{вых}, C_1, C_2, C_3, \epsilon, T_0) \quad (1)$$

где $\eta_{вх}$, $\eta_{ст}$, $\eta_{вых}$ — к. п. д. соответственно входного устройства, ступени компрессора и выходного устройства; C_1, C_2, C_3 — абсолютная скорость потока соответственно перед первой ступенью, за последней ступенью и на выходе из компрессора; $\epsilon = p_2/p_0$ — степень повышения давления в компрессоре; T_0 — температура воздуха перед приемным патрубком компрессора. Функция (1) имеет более подробный вид

$$\eta_p = f(\eta_{вх}, \eta_{ст}, \eta_{вых}, M_{вх}, M_{ст}, M_{вых}, \epsilon, \beta) \quad (2)$$

$$M_{вх} = \frac{C_1}{\sqrt{gkRT_0}}, \quad M_{ст} = \frac{C_2}{\sqrt{gkRT_0}}, \quad M_{вых} = \frac{C_3}{\sqrt{gkRT_0}}, \quad \beta = \frac{C_2}{C_1} \quad (3)$$

Нижко, при нахождении вида зависимости (2), приняты следующие допущения: а) число ступеней бесконечно большое; б) входная скорость воздуха C_0 равна нулю, а скорость на выходе из выходного устройства компрессора C_3 полностью теряется; в) к. п. д. всех ступеней одинаков.

Допущение (а) обосновывается сравнением адиабатических к. п. д. для процесса сжатия с бесконечно большим и конечным числом ступеней. Расчеты, проведенные по формулам (9.9) и (9.10) книги И. П. Кириллова [1], а также по формулам (3.3), (3.4), (3.5) отчета [2], показывают, что при степени повышения давления в компрессоре $\epsilon = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15$ расхождение между этими к. п. д. не превышает 0,7%.

Допущение (б) практически не вносит погрешности в расчеты, ввиду малости работы сжатия от входной C_1 до выходной C_2 ступени по сравнению с затраченной в ступенях работой.

1 Следует также иметь в виду, что, меняя величину расчетной скорости воздуха, можно менять не только к. п. д., габариты и число оборотов, но и ряд характеристик прочности (например, на критическом числе $M_{кр}$).

2 В книге [1] формулы выведены для случая одинаковых лопаточных венцов на всех ступенях; для случая одинаковых венцов в каждой ступени расчеты при больших выходных скоростях C_3 и малых степенях повышения давления ϵ могут быть выполнены с использованием выходной кинетической энергии.

Для оценки погрешности, внесенной допущением о сжатии в ступенях несколько подробнее рассмотрим процесс сжатия в ступенях для случая

где $\Delta T_{1,2} = \frac{\Delta T_{1,2}}{\eta_{ст}}$, $\Delta T_{2,3} = \frac{\Delta T_{2,3}}{\eta_{ст}}$

$\Delta T_{3,4} = \Delta T_{3,4} \cdot \eta_{ст}$, $\Delta T_{4,5} = \frac{\Delta T_{4,5}}{\eta_{ст}}$

а адиабатический к.п.д. ступени равен

$$\eta_{ст} = \frac{AC}{AD} = \frac{T}{\Delta T} \left[\left(1 + \frac{\Delta p}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad (4)$$

При достаточно большом числе ступеней $\Delta T \rightarrow 0$ и $\Delta p \rightarrow 0$. Представив функцию $\left(1 + \frac{\Delta p}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}}$ в виде степенного ряда по Δp и проведя при $\Delta T \rightarrow 0$ и $\Delta p \rightarrow 0$ предел, получим

$$\eta_{ст} = \frac{1}{k} \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} \quad (5)$$

Уравнение (5) представляет собой дифференциальное уравнение процесса сжатия в ступенях компрессора.

В общем случае к.п.д. ступени меняется вдоль проточной части и может быть выражено в виде функции $\eta_{ст} = f(T)$. Определение

уравнения процесса 1-2 сжатия в ступенях компрессора производится путем интегрирования дифференциального уравнения (5) при известной зависимости $\eta_{ст} = f(T)$. Рассмотрим некоторые частные случаи.

(I). В случае постоянного к.п.д. ступени

$$\eta_{ст} = f(T) = \text{const}$$

уравнение процесса сжатия будет иметь следующий вид

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\eta_{ст} k}} \quad (6)$$

а адиабатический к.п.д. процесса 1-2 равен

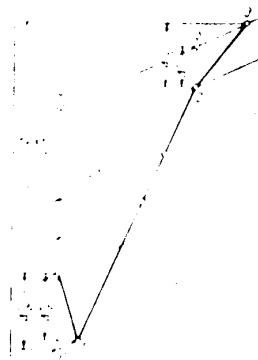
$$\eta_{ад} = \frac{T_2 - T_1}{T_2 - T_1 \cdot \eta_{ст}^k} \quad (7)$$

(II). В случае постоянного к.п.д. ступени с повышенной температурой

$$\eta_{ст} = f(T) = \eta_{ст0} + a(T - T_0)$$

(здесь $\eta_{ст0}$ — к.п.д. первой ступени, T_0 — температура перед первой

¹ Выше формулы (4), (5) и (7) записаны на языке В. С. Степанова [8], где рассмотрен процесс сжатия в ступенях компрессора при $\eta_{ст} = \text{const}$.



Фиг. 1. Процесс сжатия в ступенях компрессора при $\eta_{ст} = \text{const}$. а — адиабатический к.п.д. ступени; б — адиабатический к.п.д. процесса.

... (коэффициент) уравнения ступеней будет иметь следующий вид:

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\eta_{ст}}} = \exp[a(T_2 - T_1)] \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\eta_{ст0} + aT_1} \quad (8)$$

а адиабатический к.п.д. равен

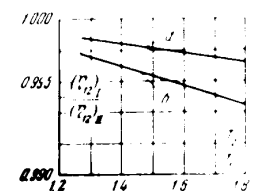
$$(\eta_{ад})_{II} = \frac{1}{T_2/T_1 - 1} \left[\exp[a(T_2 - T_1)] \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\eta_{ст0} + aT_1} - 1 \right]$$

Сравним адиабатический к.п.д. двух рассмотренных процессов на простых примерах, принимая к.п.д. ступени в процессе 1-2 $\eta_{ст1} = 0,9$ и $\eta_{ст2} = 0,88$ равным значению к.п.д. средней ступени в процессе II $\eta_{ст0} = f(T) = \eta_{ст1} - a(T - T_1)$, т. е. полагая

$$\eta_{ст0} = \frac{1}{2} [\eta_{ст1} + \eta_{ст2}]$$

Результаты такого сравнения представлены на фиг. 2 в виде зависимости

$$\frac{(\eta_{ад})_I}{(\eta_{ад})_{II}} = f\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$



где $(\eta_{ад})_I$ и $(\eta_{ад})_{II}$ соответственно адиабатическо к.п.д. I и II процессов, $T_1 = 300$ К.

- а) $\eta_{ст1} = 0,9$, $\eta_{ст2} = 0,88$, $\eta_{ст0} = 0,88$
- б) $\eta_{ст1} = 0,88$, $\eta_{ст2} = 0,80$, $\eta_{ст0} = 0,84$

Фиг. 2

Из сравнения можно сделать вывод, что отклонение истинного закона изменения к.п.д. ступеней вдоль проточной части от закона $\eta_{ст}(T) = \text{const}$ в пределах изменения величин, которые могут иметь место на расчетном режиме работы компрессора, пренебрежимо мало влияет на адиабатический к.п.д. процесса сжатия в ступенях компрессора. Поэтому использование допущения (а) не может внести заметной погрешности в результат исследования.

Определить зависимость (2) в явном виде невозможно. В явном виде, а именно, в виде

$$\eta_{ст} = f(\eta_{ст0}, \eta_{ст}, \eta_{стmax}, \alpha, M_1^*, \alpha, \beta) \quad (9)$$

получить искомую зависимость нетрудно. Для этого нужно логарифмировать уравнение (6) и подставить отношения T_2/T_1 и p_2/p_1 , выраженные на основании рассмотрения отдельных процессов изменения состояния воздуха (0-1, 1-2, 2-3) через величины $\eta_{ст0}$, $\eta_{ст}$, $\eta_{стmax}$, α , M_1^* , α и β .

Температура воздуха за входным устройством (перед первой ступенью)

$$T_1 = T_0 + \frac{\Delta T_0}{2} \left[1 + \frac{k-1}{2} (M_1^*)^2 \right] = T_0(1 + d) \quad (10)$$

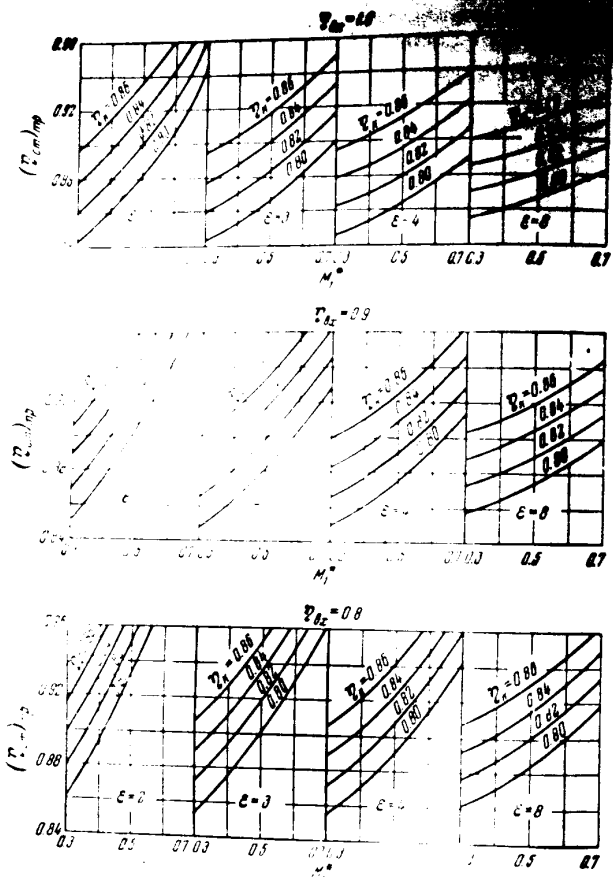
где

$$d = \frac{k-1}{2} M_1^* \frac{V_0}{c_p T_0} \quad (11)$$

Температура воздуха за ступенями сжатия

$$T_2 = T_1 + \Delta T_1 + \frac{\Delta T_1}{2} \left[1 + \frac{k-1}{2} (M_1^*)^2 \right] \quad (12)$$

Здесь ΔT_0 — температурный эквивалент затраченной на нагрев воздуха



Фиг. 3. Зависимость требуемого коэффициента сжатия от скорости на входе в компрессор и коэффициента адиабатического КПД компрессора при различных значениях температуры на входе в компрессор и повышения работоспособности компрессора.

$$M_1 = \frac{C}{\sqrt{\frac{2k}{k-1} P_1 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 \right)}} \quad (14)$$

$$P_2 = P_1 \left(1 + \frac{k-1}{k} \beta^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (15)$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (16)$$

$$T_2 = T_1 + \frac{A(C^2 - C_1^2)}{C_1^2} \eta_{\text{max}}, \quad P_2 = P_1^{\frac{k}{k-1}}$$

$$P_2 = P_1 \left(1 + \frac{k-1}{k} \beta^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad \left(\beta = \frac{K}{K-1} \right) \quad (17)$$

$$f_1 = d(\alpha^2 - \beta^2) \eta_{\text{max}}, \quad f_2 = 1 + \frac{\alpha^2 - 1}{\eta_{\text{max}}} - \alpha^2 d \quad (18)$$

Из уравнений (8), (11), (13), (14), (15), (17) и (18) имеем

$$\eta_{\text{ст}} = \frac{\frac{k-1}{k} \lg \epsilon - \lg \left[\left(1 + \frac{k-1}{k} \beta^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \left(1 - \frac{d}{\eta_{\text{max}}} \right) \right]}{\lg \frac{f_2}{f_1 - d}} \quad (19)$$

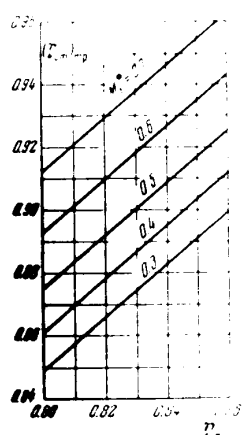
Уравнение (19) может применяться для выбора величины скорости потока на входе в первую ступень, для оценки адиабатического КПД компрессора, при исследовании влияния различных параметров ($\eta_{\text{ст}}$, η_{max} , η_{max} и т.д.) на адиабатический КПД компрессора.

Зависимость (19) представлена на фиг. 3. Следует указать, что в пределах практического изменения величин, входящих в уравнение (19), зависимость $\eta_{\text{ст}} = f(\eta_{\text{max}})$ (при постоянстве остальных величин) является линейной (фиг. 4). Это положение позволяет при пользовании графиками на фиг. 3 производить линейную интерполяцию по η_{max} .

Перейдем ко второй части задачи — определению влияния величины расчетной скорости потока воздуха в осевом компрессоре на его габариты, число оборотов и на некоторые характеристики прочности.

Рассмотрим два варианта проточной части компрессора, обеспечивающих расчетную степень повышения давления ϵ и расчетный весовой расход воздуха G при неравных значениях расчетной скорости воздуха C . Параметры воздуха на входе и статические изгибные напряжения в торцевых сечениях соответствующих лопаток принимаем и при этом одинаковыми для обоих вариантов. Кроме того, предполагаем, что в указанных вариантах проточной части имеют место геометрическое подобие поперечных размеров (магнитуды m), подобие поперечных размеров и размеров профилей лопаток, а также кинематическое подобие потоков.

¹ В статье рассматриваются компрессоры, у которых в лопатках не достигаются допустимых статических напряжений поперечных сечений лопатки. Проведение аналогичного исследования для компрессоров, у которых величины хорды определяются, вообще говоря, по условиям осевого типа Рейнольдса, не представляет трудности.



Фиг. 4. Зависимость требуемого коэффициента сжатия от скорости на входе в компрессор и коэффициента адиабатического КПД компрессора при различных значениях температуры на входе в компрессор и повышения работоспособности компрессора.

Будем обозначать величины, относительные к проточной части, штрихом (величины без штрихов относятся к варианту). Из условия $\tau' = \tau$, $p' = p_0$ и $T_0' = T_0$ получим

$$H_{00}' = H_{00} \quad (20)$$

Из условия геометрического подобия

$$\frac{D}{D'} = \frac{l}{l'} \quad \tau' = \tau, \quad k_W' = k_W \quad (21)$$

$$\frac{I_x}{I_x'} = \frac{l^3}{l'^3} \quad \frac{I_y}{I_y'} = \left(\frac{b}{b'}\right)^4, \quad B' = B \quad (22)$$

Из условия кинематического подобия

$$\frac{u}{u'} = \frac{l}{l'} \quad \psi' = \psi \quad (23)$$

Из условия $C' = C$, а также условия кинематического и геометрического подобия

$$\frac{F}{F'} = \frac{C}{C'} \quad (24)$$

В формулах (20—24) приняты следующие обозначения:

- H_{00} — адиабатический напор компрессора;
- D — диаметр облапывания;
- l — высота лопатки; b — хорда лопатки;
- τ — относительный шаг облапывания на среднем диаметре;
- k_W — относительный момент сопротивления корневого сечения;
- F_x, I_x — площадь и момент инерции поперечного сечения лопатки;
- B — коэффициент, учитывающий влияние центробежных сил на частоту колебаний лопатки;
- u — окружная скорость вращения рабочих лопаток;
- ψ — степень реакции ступени;
- F — площадь поперечного сечения проточной части;
- ϕ — коэффициент теоретического напора ступени;

$$\tau = \frac{l}{b}, \quad k_W = \frac{W_c}{b^2}, \quad \phi = \frac{\Delta H_{теор}}{u^2 - 2c} \quad (25)$$

Первое равенство (21) и равенство (24) позволяют установить следующую зависимость поперечных размеров проточной части от величины расчетной скорости потока:

$$\frac{D}{D'} = \frac{l}{l'} \sqrt{\frac{C}{C'}} \quad (26)$$

Отношение осевых размеров проточных частей

$$\frac{l}{l'} = \frac{C}{C'} \quad (27)$$

где z — число ступеней, относительное к варианту.

Из равенств (21) и последнего (23) и выражения (27) получим

$$\frac{u}{u'} = \frac{C}{C'} \sqrt{\frac{C}{C'}} \approx \left(\frac{C}{C'}\right)^{3/2} \quad (28)$$

См. формулы (13) и (15) в книге А. В. Лешин [5].

... моменты могут быть определена из формулы

$$C_{max} = \frac{Pl}{2k_W b^2} \quad (29)$$

где Δu_c — изменение окружной составляющей скорости в рабочем колесе; m — число рабочих лопаток в рассматриваемом вращающемся колесе; P — разность статического давления в рабочем колесе; l — хорда лопатки; b — хорда лопатки; u — окружная скорость перед рассматриваемой ступенью.

$$P = \sqrt{P_c^2 + P_s^2} = \left[\left(\frac{G \Delta u_c}{g \cdot m} \right)^2 + \left(\frac{F \Delta p_c}{m} \right)^2 \right]^{1/2} \cdot b \cdot l \cdot \frac{u}{2} \quad (30)$$

Из выражений (29) и (30) величина хорды рабочей лопатки

$$b = ul \sqrt{\frac{2k_W}{4gk_W \gamma_{воз}} \sqrt{C^2 + C'^2}} \quad (31)$$

С учетом равенств (21), (23) и условия $\tau_{нар}' = \tau_{нар}$, $\tau' = \tau$, из выражений (25) и (31) получим

$$\frac{b'}{b} = \frac{C'}{C} \sqrt{\frac{C}{C'}} = \sqrt{\frac{C'}{C}} \quad (32)$$

Совместное решение уравнений (26), (28) и (32) позволяет определить зависимость осевых размеров проточной части от величины расчетной скорости воздуха:

$$\frac{l'}{l} = \frac{\gamma_{нар} (C')^2 (C')^{1/2}}{\gamma_{нар} (C)^2 (C)^{1/2}} \approx \left(\frac{C'}{C}\right)^{5/2} \quad (33)$$

Отношение чисел оборотов определяется следующим образом. Очевидно, что

$$\frac{n'}{n} = \frac{u'}{u} \frac{D}{D'} \quad (34)$$

С учетом равенств (23) и (25) получим

$$\frac{n'}{n} = \left(\frac{C'}{C}\right)^{3/2} \quad (35)$$

Из рассмотрения формул для критического числа оборотов ротора n_c (см., например, формулу 16а в книге М. П. Ишюнского) следует, что

$$\frac{n_c'}{n_c} = \sqrt{\frac{I_x'}{I_x} \frac{D'}{D}} \quad (36)$$

где I_x — экваториальный момент инерции осевого ротора; D — диаметр ротора. Так как

$$\frac{I_x'}{I_x} = \frac{D'^4}{D^4} \frac{z'}{z} \quad (37)$$

то из (36), (25) и (33) получим

$$\frac{n_c'}{n_c} = \left(\frac{C'}{C}\right)^{3/2} \sqrt{\frac{D'}{D} \frac{z'}{z}} \quad (38)$$

Отношение статических частот собственных колебаний лопатки

$$\frac{f_c'}{f_c} = \left(\frac{l'}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{I_x}{I_x'}} = \left(\frac{C'}{C}\right)^5 \sqrt{\frac{I_x}{I_x'}} \quad (39)$$

ОТНОШЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ЧАСТОТ

$$\frac{l'_g}{l_g} = \sqrt{\frac{U_0^2 + 2U_0^2}{l_0^2 + 2U_0^2}}$$

Из уравнений (39), (38), (22), (25) и (32)

$$\frac{l'_g}{l_g} = \left(\frac{C'}{C}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{n'}{n}$$

Период гармоник возмущающей силы, соответствующий резонансным колебаниям

$$k = \frac{l_g}{n} \quad (41)$$

Из формулы (41) следует, что

$$k \propto \frac{1}{n} \quad (42)$$

Полученные соотношения (37), (40) и (42) позволяют формулировать следующие рекомендации в процессе проектирования проточной части компрессора: 1) величина расчетной скорости воздуха при заданной частоте вращения лопатки, геометрического подобия потоков, геометрического подобия проточной части (масштаб m_2), а статические и динамические коэффициенты соответствующих лопаток принимаются одинаковыми, то приближенно

а) внешние размеры проточной части обратно пропорциональны, а углы лопатки прямо пропорциональны квадрату и величина расчетной скорости воздуха;

б) величина приближенности проточной части осевого компрессора обратно пропорциональна, а число оборотов его прямо пропорционально полуторной степени расчетной скорости воздуха;

в) приближенное число оборотов ротора n , пропорционально расчетной скорости потока в степени $\frac{1}{2}$, а отношение $\frac{n}{l}$ пропорционально скорости воздуха.

Динамические частоты лопаток пропорциональны изменению числа оборотов компрессора, а порядок гармоник возмущающей силы, соответствующий резонансным колебаниям, не меняется.

Полученный вывод в сочетании с уравнением (17), определяющим зависимость адиабатического к.п.д. компрессора от величины расчетной скорости воздуха и других параметров, позволяет правильно подойти к выбору величины расчетной скорости воздушного потока в осевых компрессорах транспортных авиационных двигателей.

Получено 3 I 1955

1. Кириллов Н. Д. ...
2. Dr.-Ing. ...
3. Степанов ...
4. Яковлев ...
5. Левицкий ...

ВИХРЕВОЙ ЭНЕРГОРАЗДЕЛИТЕЛЬ ПОТОКА

М. Г. ДУБИНСКИЙ
(Москва)

В работе [1] было показано, что при движении закрученного потока в цилиндрической трубе без учета трения газа о стенки профиль его скорости по радиусу трубы примерно замыкается так, что:

- 1) газ стремится вращаться по закону твердого тела, т.е. с одинаковой угловой скоростью, когда действие вязкости не проявляется;
- 2) температура заторможенного потока газа при этом в проточной трубе уменьшается к центру трубы.

Если принять во внимание трение газа о стенки, то за достаточно большое промежуток времени поток станет чисто осевым и с постоянной энергией по радиусу. Поэтому действительное распределение параметров газа при его движении в трубе будет отличаться от описанной выше картины потока без учета трения газа о стенки. Но принципиально можно в некотором сечении трубы отвести центральную часть потока, обладающую меньшей энергией, и тем самым получить два потока с разной энергией.

Этой теме в последнее время уделялось большое внимание (некоторые работы упомянуты в статье Г. Л. Гродовского и Ю. Е. Кузнецова [2]).

Следует вспомнить, что еще в 70-х гг. прошлого столетия Максвелл, исходя из установленного им закона распределения молекул в газе, высказал идею о возможности получения потоков горячего и холодного газа из одного источника.

Одним из практических способов, позволяющих получать холодный и горячий газ из одного источника, является создание вихревого потока газа. Разделение энергии потока при этом непосредственно основано на силах вязкости газа и вторичных термодинамике.

Настоящая работа и посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию вихревого энергоразделителя.

1. Описание установки и схемы замеров. Представленный на фиг. 1 общий вид установки вихревого энергоразделителя состоит из следующих основных элементов: цилиндрической камеры закрутки 1 диаметром 54 мм, входного цилиндрического сопла 2 диаметром 12 мм, тангенциально расположенного по отношению к камере закрутки двух трубок 3 и 4 для отвода горячего и холодного воздуха, в разных направлениях двух баков 5 и 6 горячего и холодного воздуха, на выходе из которых установлены дроссельные заслонки.

Сжатый воздух от 2 до 5 поступает тангенциально в сопло 2 в камеру 1, откуда и отводится в противоположных направлениях в трубки 3 и 4.

Испытывание работы энергоразделителя производится при различных диаметрах трубок 3 и 4, равных 25 мм, а затем 32 мм, а также при различных диаметрах трубок, равных 32 и 25 мм, причем трубка диамет-

ром 25 мм далее также соединялась с трубой непосредственно примыкающей к баку. Длина наружи проходила до 92 мм. При испытаниях трубки были изолированы...

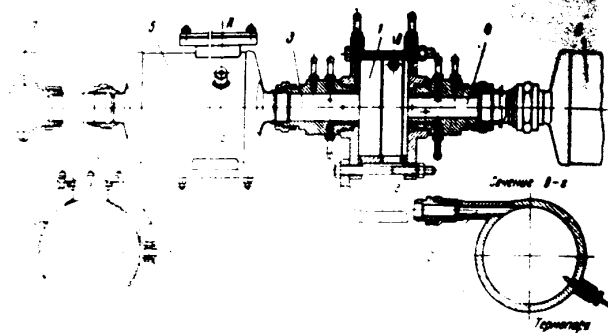
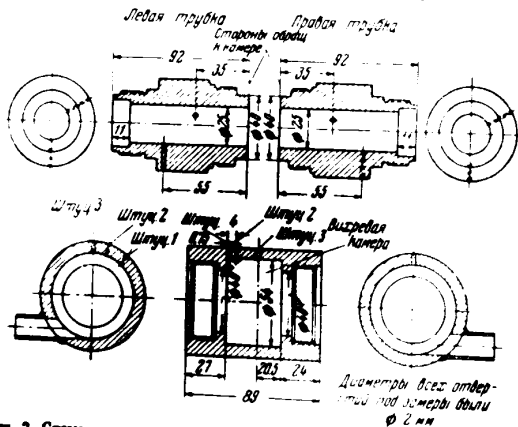


Схема измерений температуры в камере завихрения. Измерения температуры в камере и в трубах энергоразделителя с помощью специальной трубки диаметром 2,5 мм. Измерение температур в двух медь-константановых термопарах.



Фиг. 2. Схема замеров температур и давлений в камере и трубках энергоразделителя.

тепловыми термопарами: неэкранированной и экранированной с наружным диаметром экрана $d = 1,5$ мм. Температура измерялась в трех сечениях камеры (см. на фиг. 2 штуцеры 1, 2 и 3) и в двух сечениях вдоль каждой трубки. При проведении эксперимента достаточно точно поддерживалось постоянство давления и температуры воздуха на входе в камеру.

Возможных работах, посвященных исследованию энергоразделителя, указывается, что к камере энергоразделителя присоединены трубки разного диаметра и вследствие этого по трубке большего диаметра из центра камеры отводится холодный воздух, а по трубке меньшего диаметра — горячий воздух.

Первые опыты с энергоразделителем, представленным на фиг. 1, показали, что такое разделение может быть осуществлено и при разных диаметрах трубок путем изменения положения дроссельных заслонок, т. е. путем создания различного сопротивления отводам.

Далее были взяты трубки различных диаметров и при помощи изменения положения дроссельных заслонок холодный (горячий) воздух попеременно поступал как в трубку меньшего (25 мм) так и большего (32 мм) диаметра. Однако охлаждение воздуха в первом случае было большим.

Затем были исследованы поля давления и температур в трех сечениях камеры завихрения. Наблюдалось слабое падение давления и температуры при движении к центру и наиболее резкое их уменьшение вблизи оси камеры.



Фиг. 3. Изменение температуры воздуха в отводящих трубках 2 и 3 по радиусу.

Отличие полей давления и температуры в разных сечениях камеры завихрения очень незначительно. Наиболее интересными оказались поля температур в различных сечениях трубок горячего и холодного воздуха (фиг. 3). В каждом сечении обеих трубок температура по радиусу плавно уменьшалась к центру.

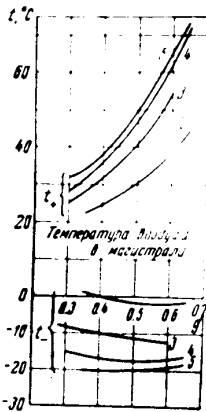
Существенное отличие наблюдалось в том, что средняя температура горячего воздуха повышалась при течении вдоль трубки, в то время как средняя температура холодного воздуха при его течении вдоль трубки практически оставалась постоянной.

На основании проведенного теоретического и экспериментального исследования можно построить следующую физическую модель явления, происходящего в вихревом энергоразделителе, представленном на фиг. 1. Воздух, поступающий тангенциально в камеру завихрения 1, вследствие вязкости не подчиняется закону сохранения момента количества движения, и скорость воздуха при движении к центру постепенно уменьшается по сравнению с идеальным расширением воздуха вследствие вязкости.

Вследствие того, что направление движения воздуха к центру при уменьшении радиуса одновременно уменьшается, в результате возникает такой момент, когда тангенциальная скорость воздуха становится меньше, чем центробежная сила.

В этой второй зоне, где происходит падение скорости, воздух стремится к вращению по закону твердого тела, т. е. вращается с себя сил вязкости, что и осуществляется вблизи центра.

Соответственно этому в ядре потока температура будет несколько меньше, но в целом температура будет несколько выше, чем в трубе с открытой заслонкой. Если в одной из трубок 3 или 4 при этом действительно, что ядро потока не в состоянии вытеснить выходящее дросселем, и в эту трубку направляется поток воздуха, то в трубе с открытой заслонкой давление и большая температура воздуха отводится в противоположном направлении в трубку с открытой заслонкой. Горячий воздух, выходящий в трубку с открытой заслонкой, имеет очень малые осевые скорости и температуры, а в трубе с закрытой заслонкой, наоборот, осевые скорости и температуры устанавливаются здесь аналогично условиям в вихревой камере, т. е. в центре трубки осевые скорости имеют наименьшее значение и температура. В результате образуется центральный вихрь, в трубе горячего воздуха через камеру в трубу холодного воздуха. Процесс вытеснения воздуха заканчивается в том сечении трубки горячего воздуха, где давление в центре уже настолько возросло, что в состоянии преодолеть сопротивление дроссельной заслонки.



Фиг. 3. Характеристики вихревого энергоделителя. — температуры t_1 и t_2 горячего и холодного воздуха в зависимости от относительного количества G/G_0 холодного воздуха; цифры при кривых указывают давление на входе в эту камеру.

Для визуального наблюдения течения был выполнен вихревой энергоделитель из плексигласа.

Применяя специальную фотопарку, можно было наглядно видеть основные выше осевые токи воздуха, направление и интенсивность которых изменялись при помощи дроссельных заслонок.

В заключение по результатам работ были сняты характеристики вихревого энергоделителя, приведенные на фиг. 4.

Из опыта при этом видно, что при температуре воздуха в рабочей камере $T = 100^\circ\text{C}$ и давлении от 2 до 5 ат.

На графике фиг. 3 по абсциссе и ординате отложены температуры горячего и холодного воздуха, измеренные непосредственно в соответствии с соответствующими показаниями датчиков.

$$K = \frac{G_1}{G_1 + G_2}$$

(здесь G_1 и G_2 — количество холодного и горячего воздуха).

...исследования была выполнена и исследование вихревого энергоделителя, где вихревая цилиндрическая камера имеет диаметр $d = 250$ мм. Эта первая ступень большого энергоделителя была очень эффективной. На этом экспериментальные работы по вихревым энергоделителям были закончены.

В процессе экспериментов с энергоделителем было обнаружено явление, заслуживающее внимания.

Известно, как происходит течение воздуха вдоль поверхности, имеющей углубление с острыми бортами. В этом случае вихревое движение, а поток плавно омывает углубление, в котором вихревое движение происходит в направлении потока.

Совершенно иное явление происходит при течи воздуха в вихревой камере вихревого энергоделителя, в которой в центре камеры имеется углубление. При вращении воздуха в камере вихревое движение в камере случайно было так же, как в камере вихревого энергоделителя. Внутренней стороне стенки образовалось вихревое движение, в котором влажность непрерывно в воздух и углубление переталкивал момент движения и происходило аккумулятивное энергии. При этом штуцер весьма сильно разогревался, в то время как остальная часть поверхности корпуса оставалась холодной.

При создании незначительного потока воздуха из отверстия в атмосферу, как и следовало ожидать, разогрев штуцера прекратился.

На основании проведенного исследования вихревого энергоделителя можно сделать заключение, что трение воздуха о стенки сильно уменьшает эффективность энергоделителя и целесообразно далее исследовать более сложные конструкции вихревых энергоделителей со свободными вращающимися стенками.

3. Диффузия прямолинейной вихревой нити. При движении воздуха в вихревом энергоделителе происходит диссипация энергии аналогично тлению, происходящему при диффузии вихревой нити.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ имеется поле тангенциальных скоростей, соответствующее прямолинейной вихревой нити, имеющей интенсивность Γ при постоянной энергии и энтропии для всех частиц воздуха. Тогда относительные параметры воздуха будут:

$$\rho = \frac{\rho_0}{\rho_\infty} = \left[1 - \frac{\Gamma^2}{4r^2} \right]^{-1/2} \quad (1)$$

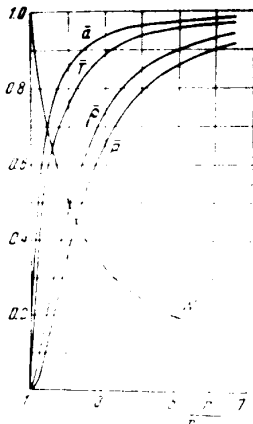
$$p = \frac{p_0}{p_\infty} = \left[1 - \frac{\Gamma^2}{4r^2} \right]^{-1/2} \quad (2)$$

$$T = \frac{T_0}{T_\infty} = \left[1 - \frac{\Gamma^2}{4r^2} \right]^{-1/2} \quad (3)$$

$$a = \frac{a_0}{a_\infty} = \left[1 - \frac{\Gamma^2}{4r^2} \right]^{-1/2} \quad (4)$$

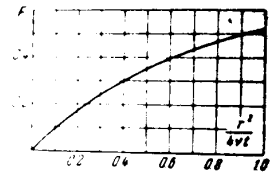
$$\vec{v} = \frac{v}{v_{max}} = \frac{r_{min}}{r} = \frac{1}{r} \left(\omega_{max} \right)^{-1/2} 2k_1 \sqrt{Rl} \quad (5)$$

Здесь $\rho_\infty, \rho_0, T_\infty, \mu, \nu$ — известные параметры: ρ_∞ — давление, ρ_0 — плотность, T_∞ — температура, μ — динамическая вязкость, ν — кинематическая вязкость.



Фиг. 5. Изменение скорости воздуха по радиусу для различных значений параметра $\frac{r^2}{4wt}$.

По формулам (1) и (2) можно найти значения ρ_0 и μ по графику (фиг. 5). Из него следует, что в потоке воздуха появляются радиальные токи, так как плотность воздуха (как и остальные параметры) при $t \rightarrow \infty$ стремится к выравниванию, а то время как в



Фиг. 6. Изменение функции F от параметра $\frac{r^2}{4wt}$.

начальный момент времени ($t = 0$) плотность воздуха определялась как функция радиуса по формуле (2).

Однако из фиг. 5 следует, что уже при $r/r_{\min} > 6$ поток можно рассматривать как несжимаемый; далее рассматривается лишь эта область.

Уравнения движения будут:

$$\rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r^2} \right) \quad (6)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial r} \quad (7)$$

Известное решение уравнения (6) имеет вид

$$w = \frac{\Gamma}{r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4wt}\right) \right] \quad \left(v = \frac{\mu}{\rho_0} \right) \quad (8)$$

Найдем изменение полного давления

$$p_0 = p + \rho_0 \frac{w^2}{2} \quad (9)$$

Дифференцируя уравнение (9) по r , получим

$$\frac{\partial p_0}{\partial r} = \frac{\Gamma^2}{r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4wt}\right) \right] \frac{1}{2w} \exp\left(-\frac{r^2}{4wt}\right) \quad (10)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\partial p_0}{\partial r} = 0 \quad \text{при } t = 0, \quad \frac{\partial p_0}{\partial r} \rightarrow 0 \quad \text{при } t \rightarrow \infty \quad (11)$$

будет существовать максимум полного давления при некотором значении r (уравнение (10))

$$\frac{\partial p_0}{\partial r} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\Gamma^2}{r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4wt}\right) \right] \frac{1}{2w} \exp\left(-\frac{r^2}{4wt}\right) = 0 \quad (13)$$

Умножив (13) на r и уравнение (13), получим

$$r^2 = \frac{2r-1}{2-1} \quad (14)$$

Если уравнение (14) графически, найдем

$$r_1 \approx 1.44, \quad t_1 = \frac{r^2}{4\nu r_1} = \frac{0.473}{\nu}$$

Отсюда можно сделать следующие выводы:

1. Полный напор (при $t = \text{const}$) возрастает с увеличением радиуса, так как $\partial p_0 / \partial r > 0$.

2. Градиент полного напора на некотором радиусе r_1 (при $t = 0$) и достигает максимума

$$\frac{\partial p_0}{\partial r} = 0.053 \frac{\Gamma^2}{r^2} \quad \text{при } t_1 = \frac{0.473}{\nu}$$

При дальнейшем увеличении t градиент полного напора стремится к нулю.

3. Момент времени $t = t_1$, при котором достигается максимум полного напора пропорционален квадрату радиуса и обратно пропорционален кинематической вязкости воздуха; т.е. если в некоторый момент $t = t_1$ достигается максимум градиента $\partial p_0 / \partial r$, то в большем радиусе r_2 этот момент времени градиент уже убывает, так как максимальное значение градиента здесь было достигнуто при $t < t_1$.

Найдем распределение давления p_0 по радиусу. Из (7) имеем

$$\frac{p_0}{\rho_0} = \int \frac{w^2}{r} dr + f(t) \quad (15)$$

где $f(t)$ — произвольная функция.

Подставляя сюда значение w из уравнения (8) и интегрируя, получим

$$\frac{p_0}{\rho_0} = \Gamma^2 \int \frac{1}{r^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4wt}\right) \right]^2 + \frac{1}{4w} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{(2^k-1)}{k \cdot k!} \left(\frac{r^2}{4wt} \right)^k \exp\left(-\frac{r^2}{4wt}\right) dr + f(t) \quad (16)$$

$$p_0 = \frac{\rho_0 \Gamma^2}{4w} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{(2^k-1)}{k \cdot k!} \left(\frac{r^2}{4wt} \right)^k + f(t) \quad (17)$$

При одном и том же значении t разность полных давлений на различных радиусах r_1 и $r_2 > r_1$ будет:

$$(p_0)_{r=r_2} - (p_0)_{r=r_1} = \frac{\rho_0 \Gamma^2}{4w} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{(2^k-1)}{k \cdot k!} \frac{(r_2^k - r_1^k)}{(4wt)^k} = F_2 \left(\frac{r_2^2}{4wt} \right) - F_1 \left(\frac{r_1^2}{4wt} \right) \quad (18)$$

На фиг. 6 дано изменение функции F в зависимости от параметра $r^2/4wt$; пользуясь этим графиком, можно найти приращение полного напора при увеличении радиуса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин Н. Е., Кибель И. А. и Розен Н. В. Теория обтекания тел. М.: ГИИТ, 1948.
2. Гродзевский Г. Л. и Куяленов Ю. Г. К теории вихревого течения в канале с вращающимся газовым потоком. Изв. АН СССР, ОТН, № 5, 1944.
3. Дубинский М. Г. О вращающихся потоках газа. Изв. АН СССР, ОТН, № 5, 1944.

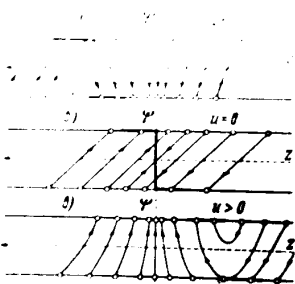
ТЕОРИЯ СТАБИЛИЗАЦИИ КУРСА НЕЙТРАЛЬНОГО САМОЛЕТА ПРИ ПОМОЩИ АВТОПИЛОТА С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ СЕРВОМОТОРА

ОБЪЯСНЕНИЕ НАЛИЧИЯ ЗОНЫ НЕУСТОЙЧИВОСТИ¹

В. А. АНДРОНОВ и Н. П. БАУТИН

Москва

Известно, что в нелинейных системах в точечных преобразованиях могут возникать зоны неустойчивости. Для общего описания поведения системы в таких зонах необходимо свести задачу к исследованию поведения траекторий в фазовом пространстве.



Фиг. 1

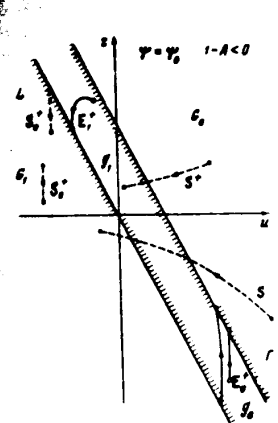
Отрезок $u = z = 0$, $|\psi| < \psi_0$ является инвариантной областью. Плоскость $\psi = \psi_0$ вне полосы

$$0 < u < A + (A-1)z < B$$

служит местом, где в фазовом пространстве лежат куски траекторий верхнего полупространства, переходящие в траектории в зоне $|\psi| < \psi_0$.

¹ Настоящая работа является продолжением работы [1]. Постановка задачи и уравнения движения самолета рассмотрены в [1]. Выводы о наличии зоны неустойчивости также приведены в [1]. В настоящей работе формулы на первой части работы [1] помечены римскими цифрами.

... траекторий, направленные навстречу друг другу. Зона неустойчивости служит местом, где в фазовом пространстве лежат куски траекторий, направленные навстречу друг другу. Зона неустойчивости служит местом, где в фазовом пространстве лежат куски траекторий, направленные навстречу друг другу.



Фиг. 2а



Фиг. 2б

могут быть получены из пластинки $-B < u + (A-1)z < B$ разрезанием ее по оси пластинки (по прямой $u + (A-1)z = 0$) и параллельном переносе половины на плоскости $\psi = \psi_0$ и $\psi = -\psi_0$. Изображенная точка, попав на пластинку в плоскости $\psi = \psi_0$, начинает двигаться по траектории разбивания пластинки и попадает либо на ребро $\Gamma: u + (A-1)z - B = 0, u > A+B, \psi = \psi_0$, с которого уходит в полупространство $\psi > \psi_0$, либо на ребро $L: u + (A-1)z = 0, \psi = \psi_0, u < 0$, с которого уходит в зону $|\psi| < \psi_0$.

2°. Сведение задачи к точечным преобразованиям. Разобьем плоскость $\psi = \psi_0$ на четыре куска (фиг. 2а и 2б): (G_0) , где $u + (A-1)z < -B$, $u > 0$; (G_1) , где $u + (A-1)z < 0$, $u > 0$; (G_2) , где $u + (A-1)z > 0$, $u < 0$; (G_3) , где $u + (A-1)z > B$, $u < 0$. Траектории разбивания пластинки переходят в точки ребра $\Gamma: u + (A-1)z - B = 0, u > A+B, \psi = \psi_0$ само ребро Γ не включается в G_2 ; (G_1) , содержащий те точки пластинки, с которых траектории разбивания пластинки переходят в точки ребра $L: u + (A-1)z = 0, \psi = \psi_0, u < 0$ само ребро L не включается в G_1 .

Обозначим также через G_0, G_1, G_2 соответственно симметричные G_0, G_1, G_2 в G и L — полупрямые, симметричные G и L .

Назовем преобразованием S^+ переход точки $u_0 z_0$, принадлежащую G_1 или G_2 , в точку $u_1 z_1$, принадлежащую G_0 при $\psi = \psi_0$ в полупространстве $\psi > \psi_0$.

Назовем преобразованием S_0^+ переход по траектории точки $u_0 z_0$, принадлежащей G_1 , в точку $u_1 z_1$, принадлежащую G_0 .

Для точек плоскости $\psi = \psi_0$ следующим образом определим преобразование E^+ (фиг. 2 и 3):

на куске $g_0 (E^+ \equiv E_0^+)$ — как переход по траекториим пластинки точки $u_0 z_0$, принадлежащей g_0 , в точку $u_1 z_1$, принадлежащую G (и ребро L);

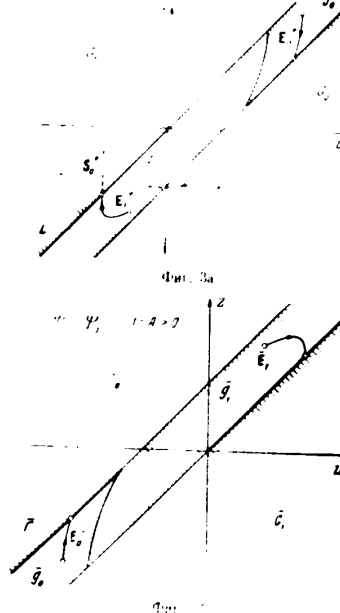
на куске $g_1 (E^+ \equiv E_1^+)$ — как переход по траекториям пластинки точки $u_0 z_0$, принадлежащей g_1 , в точку $u_1 z_1$, принадлежащую G_0 (и ребро L).

на куске G_0 или $G_1 (E^+ \equiv E_0^+ \text{ или } E_1^+)$ — как тождественное преобразование.

Для точек плоскости $\psi = -\psi_0$ аналогичным образом определим преобразования S^-, S_0^- и E^- .

В силу симметрии фазового пространства *отжде* симметричные состояния. Возьмем дальнейшим мы

симметричные точки $u_0 z_0$ и $u_1 z_1$ в плоскостях $\psi = \psi_0$ и $\psi = -\psi_0$ и будем считать радиальную траекторию, соединяющую G_0 или L , рассматривать как траекторию пластинки G_0 или L . Так как траектории пластинки G_0 или G_1 при движении по траектории L не могут пересечься, то для точек $u_0 z_0$ на отрезке ребра L траектория пластинки G_0 или G_1 не имеет точек пересечения траектории L . Траектория пластинки G_0 или G_1 *сводится к рассмотрению* траектории точки $u_0 z_0$ на куске G_0 относительно, *приближающ* и концу траектории L (или отрезку ребра L при неограниченном повторении преобразования T). Преобразование T определяется для точек куска G как $T = S^+ E^+ S^- E^-$, а для точек ребра L — как $T_L = S_0^+ E_0^+$, где *черта*



Фиг. 2а

Фиг. 2б

преобразования $S^+ E^+ S^- E^-$ в точке $u = z = 0$ ($\psi = \psi_0$) преобразованием T называется преобразованием ($u = z = 0, \psi = \psi_0$) *называем* преобразование T *прибли-* *жающ* к траектории L по пластинкам, или *непрямой* траектории L .

Совокупность траекторий полупространства $\psi > \psi_0$, дважды отражен- ных относительно плоскости $\psi = \psi_0$, порождает преобразование S^+ . Вводя как параметр τ — время пробега иобразованной траек- тории до вторичного пересечения с плоскостью $\psi = \psi_0$, получим для траектории $z_0 = \zeta$, получаем для преобразования S^+ (фиг. 1.2):

$$z_1 = \zeta, \quad u_1 = (A-1)(1+\zeta)^{-1} e^{-\tau} + \zeta, \quad (1.2)$$

$$z_2 = (1+\zeta)e^{-\tau} - 1, \quad u_2 = (A-1)(1+\zeta)^{-1} e^{-\tau} + \zeta.$$

Преобразование S^+ определено только в полупространстве $\psi > \psi_0$. Совокупность траекторий внутри объема $\psi_0 > \psi > -\psi_0$ порождает преобразование S_0^+ . Аналитически преобразование S_0^+ определяется в полупространстве $\psi_0 > \psi > -\psi_0$ (фиг. 1.2):

$$z_1 = \zeta, \quad u_1 = \theta^{-1} [(A-1)(e^{-\tau} - 1) \zeta + 2\zeta] \exp \left[-\frac{A-1}{\sqrt{4B^2 - (A+B)^2}} \tau \right].$$

Преобразование S_0^+ определено на куске z , принадлежащем G_0 и G_1 , и совпадающем с G_1 . Легко, однако, проверить, что S_0^+ по вышесказанному определено для всех точек G_1 , где $u \leq 0$ и $z \geq 0$, как радиальная траектория G_1 и будет подперта преобразованиями, так как траектории G_0 и G_1 могут переходить точки куска G_0 по преобразованию $S^+ E^+$.

Совокупность кусков траекторий на пластинках порождает преобразование E^+ и E^- . Аналитически преобразования E_0^+ и E_1^+ (такие же в случаях $4B - (A+B)^2 < 0$ выражениями

$$z_1 = \left[z_0 \cos \theta + \frac{B-1}{\sqrt{4B^2 - (A+B)^2}} \frac{uz_0 - 2uz_0 \sin \theta}{1 - Bz_0 - (1+B)^2} \right] \exp \left[-\frac{(A+B)\theta}{\sqrt{4B^2 - (A+B)^2}} \right],$$

$$u_1 = (1-A)z_1 \pm B \quad (1.3)$$

где θ — меньший положительный корень уравнения

$$[(A-1)z_0 - u_0] \cos \theta + \frac{B-1}{\sqrt{4B^2 - (A+B)^2}} \frac{(1+B)(1-Bz_0 - u_0) \sin \theta}{1 - Bz_0 - (1+B)^2} = B \exp \left[-\frac{(A+B)\theta}{\sqrt{4B^2 - (A+B)^2}} \right] - B \exp \left[\frac{(A+B)\theta}{\sqrt{4B^2 - (A+B)^2}} \right]. \quad (1.4)$$

а для случая $4B - (A+B)^2 < 0$ выражения (1.3) и (1.4) можно считать по- лучеными из (1.3) и (1.4) заменой величины $4B - (A+B)^2$ на $4B^2 - (A+B)^2$ соответственно величинами $(A+B)^2 - 4B$ и $4B - (A+B)^2$. В всех случаях из двойных знаков следует брать знак плюс для преобразования E_0^+ и знак минус для преобразования E_1^+ .

Преобразования E_1^+ и E_1^- даются для случая $4B > (A+B)^2$ следующими

$$z_1 = \left[z_0 \cos \theta + \frac{(2A-B)z_0 - 2z_0 \sin \theta}{\sqrt{4B - (A+B)^2}} \right] \exp \left[-\frac{z_0}{\sqrt{4B - (A+B)^2}} \right] \quad (3)$$

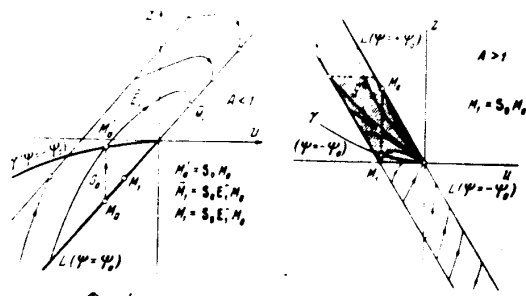
$$u_1 = (1-A)z_1$$

где θ — действительный корень уравнения,

$$(B - (1-A)u_0 + (A+B)(1-A)z_0 \sin \theta)^2 = (A+B)^2 \sin^2 \theta \quad (4)$$

а для z_0 и u_0 справедливы следующие выражения, получаемые из (1) и (2) при $z = z_0$ и $u = u_0$: $(A+B)z_0 \sin \theta = (A+B)^2 \sin^2 \theta$.

§ 2. Преобразования прямой в прямую и диаграмма Ламерея. Пусть L — траектория разбивания астоколебаний, имеющая вид отрезка покоя. Полюсом устойчивости отрезка покоя считаем точку M_0 в фазовом пространстве.



пространство, достаточно, чтобы утверждать, что любая точка, взятая в достаточно малой окрестности отрезка покоя, приближается к отрезку покоя по траекториям разбиения при $t \rightarrow \infty$ (фиг. 4, б) или одной из пластинок (в случае $4B < (A+B)^2$) (фиг. 5) и приближается к отрезку ребра L (или \bar{L}), принадлежащему L .

Назовем L_1 куском траектории разбиения L , которая по преобразованию S_0^+ переходит в отрезок покоя L . Пусть L_1 — отрезок, примыкающий к концу отрезка покоя L . Пусть L_1 — отрезок, примыкающий к началу отрезка покоя L . Пусть L_1 — отрезок, примыкающий к концу отрезка покоя L . Пусть L_1 — отрезок, примыкающий к началу отрезка покоя L . Пусть L_1 — отрезок, примыкающий к концу отрезка покоя L . Пусть L_1 — отрезок, примыкающий к началу отрезка покоя L .

Преобразование S_0^+ переводит ребро L в кривую γ , расположенную в плоскости $z_0 z_1$ (фиг. 4 и 5).

$$z_1 = \frac{2z_0}{(1-A)k^2 + (1+A)k} \quad (0 < \theta < \infty) \quad (5)$$

Преобразование E_1^- переводит каждую точку кривой γ , принадлежащую куску L_1 , или на конец отрезка покоя, или в точку, принадлежащую куску L_2 . Первый случай всегда имеет место при $A < 1$. В этом случае кривая γ расположена на плоскости $\psi = -\psi_0$ для значений z_0 , принадлежащих отрезку L_1 . Точка γ , принадлежащая куску пластины,

$$z_0 = \frac{2z_1}{(1-A)k^2 + (1+A)k} \quad (2.2)$$

имеет действительную часть z_0 , противоположную знаку $(1-A)z_1$. Если $z_1 > 0$, то $z_0 < 0$.

$$z(\infty) = u(\infty) = 0, \quad \left(\frac{dz}{du} \right)_{u=0} = 0$$

Преобразование E_1^- переводит каждую точку кривой γ , принадлежащую куску L_2 , или на конец отрезка покоя, или в точку, принадлежащую куску L_1 . Первый случай всегда имеет место при $A < 1$. В этом случае кривая γ расположена на плоскости $\psi = -\psi_0$ для значений z_0 , принадлежащих отрезку L_2 . Точка γ , принадлежащая куску пластины,

$$-B \leq u + (A-1)z \leq 0, \quad 0 \leq z \leq \frac{1}{1-A}$$

переходит на конец отрезка покоя. В последнем случае $z_0 > 0$. Таким образом, если $A < 1$, то каждая точка границы области $z_0 > 0$ переходит по траекториям разбиения в точку $z = 0$ (фиг. 5). Отрезок покоя, таким образом, вращается. Рассмотрим случай $A < 1$. Кривая γ расположена в плоскости $\psi = -\psi_0$ для значений $z_0 > 0$, и каждая точка γ , принадлежащая куску L_2 , переходит на ребро L . Преобразование симметрии переводит L_2 на ребро L . Пусть $M_0(-u_0, z_0)$ — точка, принадлежащая L_2 , $M_1(-u_1, z_1)$ — последующая M_0 по преобразованию S_0^+ точка, принадлежащая L_1 , $M_2(u_2, z_2)$ — точка, симметричная M_1 . Преобразование $S_0^+ E_1^-$ переводит точку M_2 на ребро L_1 в точку M_1 , также принадлежащую L . Таким образом, на отрезке L_1 при помощи преобразования $S_0^+ E_1^-$ определена функция последования $z_1 = f(z_0)$ (фиг. 4).

Рассматривая $z_1 = f(z_0)$ как кривую в плоскости $z_0 z_1$, получаем диаграмму Ламерея. Из определения преобразования $S_0^+ E_1^-$ следуют свойства кривой $z_1 = f(z_0)$

$$f(0) = 0, \quad \frac{dz_1}{dz_0} > 0$$

Покажем, что на диаграмме Ламерея либо нет точек пересечения $z_1 = f(z_0)$ с полупрямой $z_1 = z_0 > 0$, либо есть одна такая точка. Ходя от точки $z_1 = z_0 > 0$ к началу координат, мы переходим от одного случая к другому и дадут условия смены устойчивости отрезка покоя и появления из отрезка покоя периодического движения.

Найдем на куске z_1 или линии $B = u + (A-1)z = 0$, $z > 0$ геометрическое место точек, обладающих тем свойством, что преобразование E_1^- не изменяет абсолютных величин двух расстояний до плоскости $z = 0$. Легко показать, что кривая γ имеет вид $z_0 = k z_1$, где k определяется уравнением

$$\exp \left\{ \frac{2(A+B)}{\sqrt{4B - (A+B)^2}} \arctg \frac{(1-A)z_1 + (1+B)z_0}{(1-A)z_1 - (1+B)z_0} \right\} = (A-1)[(A-1)k^2 + (2-A-B)k - 1] \quad (6)$$

если $4B - (A+B)^2 < 0$

$$\text{Вexp} \left\{ \frac{2(A-B)}{\sqrt{(A+B)^2 - 4B}} \operatorname{arctg} \frac{(A-1)k + 1}{(A-1)k + 1} \right\} = (A-1)[(A-1)k^2 + (2-A-B)k - 1]$$

Точки E_1^- разбиваются лучом $z = ka$ на три класса:

- 1) точки, принадлежащие лучу: преобразование E_1^- не меняет их расстояния до плоскости $u = 0$;
- 2) точки, для которых $z = ka$: преобразование E_1^- приближает их к плоскости $u = 0$;
- 3) точки, для которых $z < ka$: преобразование E_1^- удаляет их от плоскости $u = 0$.

Если $k = 0$, то луч $z = ka$ не пересекает кривую γ и преобразование E_1^- приближает к плоскости $u = 0$ все точки кривой γ в плоскости $u = 0$. Преобразование $S_0^+ E_1^-$ переводит каждую точку отрезка L_1 к концу отрезка покоя. В этом случае отрезок L_1 удовлетворяет неравенству

$$z_1 = f(z_0) > z_0 > z_2$$

Кривая $z_1 = f(z_0)$ на диаграмме Ламерея не имеет с полупрямой $z_1 = z_0 > 0$ общих точек. При повторении преобразования $S_0^+ E_1^-$ последовательно приближаются к концу отрезка покоя. Отрезок покоя в этом случае не имеет. Если $k > 0$, то луч $z = ka$ пересекает кривую γ в одной или двух точках, образуя только одна точка пересечения, отличная от начала. Если точка пересечения P' принадлежит z_1 (как всегда будет), то на отрезке L_1 между k или ψ_0 и пусть P — точка на ребре L , полученная из точки P' применением преобразования обратного S_0^+ . Из определения k следует, что точка P будет неподвижной относительно преобразования $S_0^+ E_1^-$. Каждую точку отрезка L_1 ребра L преобразование $S_0^+ E_1^-$ переводит в точку, также принадлежащую L_1 и расположенную ближе к P .

Кривая $z_1 = f(z_0)$ на диаграмме Ламерея имеет, таким образом, с полупрямой $z_1 = z_0 > 0$ единственную точку пересечения для значений $z_0 < a$, соответствующего точке P . Для значений $0 < z_0 < a$ и $z_0 > a$ отрезок L_1 имеет место соответственно $z_1 = f(z_0) > z_0$ и $z_1 = f(z_0) < z_0$. При повторении преобразования $S_0^+ E_1^-$ последовательность точек на L сходится к точке P . Таким образом, неподвижная точка устойчива, а отрезок покоя неустойчив. Соответствующее устойчивое периодическое движение составляется из кусков фазовых траекторий, принадлежащих пластинам.

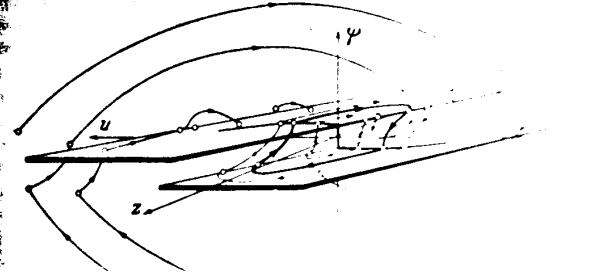
$$B = a(1-A) \quad (1) \quad z_0 = \psi_0$$

$$C = a(1-A) \quad (2) \quad z_0 = \psi_0$$

и кусков траекторий между пластинами $z = \psi_0$ и $z = -\psi_0$ (фиг. 6).

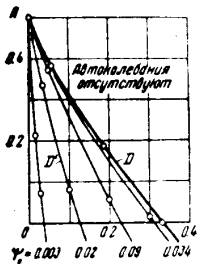
Если $k = 0$, то луч $z = ka$ не пересекает кривую γ и соответственно касается ее при $z = 0$. В этом случае координаты кривой $z_1 = f(z_0)$ на диаграмме Ламерея. В этом случае (2.3) и (2.4) $k = 0$, находим значения A и B . При повторении преобразования покоя движется устойчиво, и из отрезка покоя возникает устойчивое периодическое движение (кривая D на фиг. 7 или цилиндрическая поверхность D на фиг. 8).

Устойчивость периодического движения при изменении относительности. Условия существования автоколебаний, выходящих за пределы устойчивости, и условия исчезновения периодических решений при пересечении луча $z = ka$ [где k определяется из (2.3) или (2.4)] и кривой γ (точка P') принадлежит устойчивому периодическому движению.

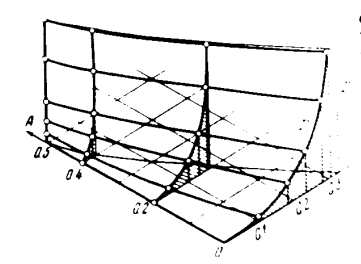


Фиг. 6

Это лишь до тех пор, пока P' лежит на L_1 . В противном случае можно говорить о применении преобразования $T_1 = S_0^+ E_1^-$, о порождаемой этим преобразованием траектории неподвижной точки функции последования $z_1 = f(z_0)$ на соответствующей диаграмме Ламерея.



Фиг. 7



Фиг. 8

Каждая точка ребра L_1 кривой $z_1 = f(z_0)$ на диаграмме Ламерея определяется применением преобразования $T_1 = S_0^+ E_1^-$. При повторении применения преобразования T_1 на эту точку будет получена другая точка T_2 .

Для точек куска G_0 , близких к кривой $z_1 = f(z_0)$, преобразование T_1 может быть неправильным, так как либо сразу переводит точку S_0^+ в G_0 , либо преобразование $S^+ S_0^+$ могут переводить преобразованную точку S_0^+ на G_0 на пластинку g или g' . Нетрудно выделить в G_0 кусок L_1 или

используемого преобразования T_0 будет изобразением T_0 переводит выделенный кусок L_1 , а частью в линейное множество f , составленное из кусков ребра Γ и кривой f^* .

Линейное множество f может при этом опять лежать в F , и, таким образом, изучение последовательного повторения неправильного преобразования в себе при применении T_0 линейного

Это преобразование опять может быть удобно представить в виде диаграмм Ламерея, являющихся продолжением диаграмм предыдущих преобразованием T_1 . Последнее становится очевидным, если заметить, что множество f по преобразованию S^*E^* (или S^*E^* может быть также рассмотрено как преобразование, если S^* переводит изображающую точку z_0 на кусок G_1) переходит также в линейное множество f . В дальнейшем вместе с куском L_1 одну непрерывную кривую $L_1 + f^*$ (продолжение ребра L_1 или отрезка ребра L_1 , дополненный куском кривой, лежащий в G_1). Неправильное преобразование T_0 переводит точку $M_0(z_0 = z_0)$, принадлежащую кривой $L_1 + f^*$, в точку $M_1(z_1 = z_1)$, также принадлежащую $L_1 + f^*$. Таким образом, по кривой $L_1 + f^*$ определена функция последования $z_1 = f(z_0)$, а в каждой точке z_1 соответствующая диаграмма Ламерея, включающая (или не включающая) ранее диаграмму Ламерея, а также содержащая (или не содержащая) полную диаграмму Ламерея).

Обозначим через z^* значение z_0 , соответствующее концу отрезка L_1 (см. выше), для $0 < z_0 < z^*$ может существовать не более одной точки пересечения и число их может измениться только либо в результате появления периодического решения из отрезка покоя (или появления периодического решения и отрезку покоя), либо при переходе точки пересечения через значение $z = z^*$ на другую часть диаграммы. Появление периодического решения из отрезка покоя происходит, как выяснено выше, при изменении параметров A и B соответствующих пересечению цилиндрической поверхности D с образующими параллельными оси ψ (фиг. 8) в направлении убывающих A и B . Переход точки пересечения через значение $z_0 = z^*$ порождает появление устойчивого периодического движения, выходящего куски траектории вне зоны нечувствительности (для $\psi > \psi_0$ и $\psi < -\psi_0$), т. е. возникновение автоколебаний, выходящих на зону нечувствительности. Поверхность D' (фиг. 8), выходящая из условия, что для точки пересечения имеет место равенство $z = z^*$ (или, другими словами, в условиях, что точка P' лежит на границе куска G_0), дает в пространстве параметров A, B $z = z^*$ границу, пересечение которой при изменении параметров в направлении убывающих A или B приводит к возникновению автоколебаний, выходящих за зону нечувствительности.

1. Такими будут преобразование $T_0 \equiv T_1, = S^*E^*S^{-1}E_1^{-1}$ на множестве f , преобразование $T_0 \equiv T_1, = S^*E^*E_1^{-1}$ на отрезке L_1 и преобразование $T_0 \equiv T_1, = S^*E^*$ на отрезке L_1 , так как $E_0^*S^*E_1^{-1}$ вырождается здесь в E_1^{-1} .

линейного множества f может лежать на кривой γ , если кривая γ не пересекает f соответственно при

$$k > \frac{A+B}{2} \sqrt{4k-1} \quad (2.5)$$

или при $k < \frac{A+B}{2}$. Если кривая γ пересекает f соответственно при $k > \frac{A+B}{2}$ и $k < \frac{A+B}{2}$, то множество f удовлетворяет требованию, что точка P' лежит на кривой γ либо на прямой $u + (A-1)z = B = 0$ или на кривой γ , либо на траектории, касающейся и прямой $u + (A-1)z = B = 0$ и кривой γ , приводит к таким параметрам A, B , при которых поверхность D'

$$\psi_0 = \frac{B[1-k(1-A) + \sqrt{4k-1}]}{2(1-A)k}$$

где k определяется уравнениями (2.3) или (2.4) и ψ_0 определяется уравнением

$$\psi_0 = \frac{u_0}{z^*} [1 - k(1-A) + \sqrt{4k-1}]$$

$$u_0 = - \left[(A+B) \cos \tau + \frac{(2-A-B)(1-B) \sin \tau}{\sqrt{A^2+B^2-1}} \right] \sqrt{A^2+B^2-1}$$

где k определяется уравнением (2.3) и τ — значением положительного корня уравнения

$$\cos \tau = \frac{[A+k(A-1)(A+B)] \sqrt{A^2+B^2-1}}{k(1-A)[2B-(A+B)^2] + A(A+B) - 2B}$$

(если $B > \mu(A+B)^2$). Множество f^* при применении к нему неправильного преобразования T_0 может либо целиком перейти в самозамкнутое множество f^* неправильного преобразования T_0 может быть либо ограничено повторено, либо преобразование T_0 не для всех точек множества f^* будет неправильным. (Обозначим через z^{**} значение z_0 , разделяющее на множестве $L_1 + f^*$ точки, для которых преобразование T_0 будет неправильным, от точек, для которых оно становится правильным. Очевидно, $0 \leq z_0 \leq z^{**}$ будет тот интервал значений z_0 , для которых определены функции последования $z_1 = f(z_0)$ и соответствующая диаграмма Ламерея. Аналитические выражения функции последования $z_1 = f(z_0)$ в интервале $z^* \leq z_0 \leq z^{**}$ неудобны для исследования их в общем виде. Фактическое построение диаграмм Ламерея для фиксированных значений параметров A, B и ψ_0 может быть осуществлено предельно. При этом обнаруживается, что в интервале $z^* \leq z_0 \leq z^{**}$ диаграмма Ламерея может иметь две точки пересечения с прямой $u + (A-1)z = B = 0$, соответствующей устойчивому, а другая неавтоколебательному движению (характер устойчивости всех их характерен диаграммой Ламерея).

Качественный характер диаграмм Ламерея в интервале $z^* \leq z_0 \leq z^{**}$ (число точек пересечения кривой $z_1 = f(z_0)$ с прямой $u + (A-1)z = B = 0$) может измениться либо при переходе устойчивого периодического движения через значение $z = z^*$ (поверхность D' на фиг. 8), либо при переходе устойчивого периодического движения через значение $z = z^{**}$ (поверхность D'' на фиг. 8).

число периодических движений. Условие касания кривой $z_1 = f(z_0)$ с прямой $z_1 = z_0$ в пространстве параметров A, B, ψ_0 выделяет в пространстве параметров A, B, ψ_0 поверхность D'''' . Изменение параметров A, B, ψ_0 в направлении от асимптотической поверхности D'''' к поверхности D'' приводит к исчезновению периодических решений.

$$A - B = \frac{1 - A + u_0 - (1 - A - u_0)e^{2u_0}}{2u_0} \quad (2.9)$$

$$u_0 = -\frac{u_0}{2} [2(A+B) + \ln(1-2A-2B)] \quad (2.10)$$

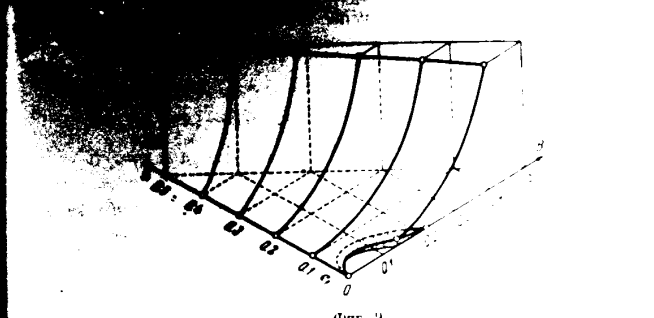
Поверхности D_1^* и D_2^* переходят одна в другую на кривой $(2A-1)(A+B)-B \left(\exp \frac{A}{A+B} - 1 \right) = 2B(1-A-B)$

$$u_0 = -\frac{B}{2} - \frac{B}{4(1-B)} \ln(1-2A-2B) \quad (2.11)$$

соответствующей значению параметра $u_0 = \frac{1}{2} B(A+B)^{-1}$ в уравнении (2.9) и (2.10). Для точек кривой (2.11) периодическое решение сводится к кускам траектории, проходящих как через ребро $z_1 = z_0$ и $z_1 = z_0$ пластины, так и через ребро $z_1 = z_0$ и $z_1 = z_0$ пластины.

Поверхность D'' выделенная из кусков D_1^* и D_2^* , образованная для $A \geq 0, B > 0, 1-2A-2B > 0$. Она пересекает плоскость $\psi_0 = 0$ по прямой $B = 0$ и по кривой $\{(A-B)(A+B-1)-B\} = \{(A+B)(A-B-1) - B\}$ (куском D_1^*). Плоскость $2A+2B-1=0$ является границей поверхности для D'' .

Условия касания кривой $z_1 = f(z_0)$ с прямой $z_1 = z_0$ выделяет в пространстве параметров A, B, ψ_0 поверхность D'''' . Изменение параметров A, B, ψ_0 в направлении от асимптотической поверхности D'''' к поверхности D'' приводит к исчезновению периодических решений.

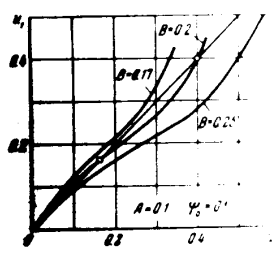


Фиг. 9

Условия касания кривой $z_1 = f(z_0)$ с прямой $z_1 = z_0$ выделяет в пространстве параметров A, B, ψ_0 поверхность D'''' . Изменение параметров A, B, ψ_0 в направлении от асимптотической поверхности D'''' к поверхности D'' приводит к исчезновению периодических решений.

На фиг. 10 изображен ряд диаграмм Ламера, построенных для фиксированных значений A, B и ψ_0 .

3. Количество за периодическое движение. На диаграмме Ламера точки пересечения кривой $z_1 = f(z_0)$ с прямой $z_1 = z_0$ на диаграмме Ламера полностью определяют периодическое решение, которое легко может быть построено последовательным приспособлением кусков траекторий. Возможны периодические решения, состоящие из четырех кусков траекторий. Возможны периодические решения, не выходящие из границ зоны нечувствительности и соответствующее неподвижной точке преобразования (B_0^*, B_1^*) , из шести или из восьми кусков (периодическое решение, выходящее за зону нечувствительности). Шести- или восьмикусовое устойчивое периодическое решение появляется, например, при изменении



Фиг. 10

параметров, соответствующим преобразованиям направлений соответственно на куске, где $B < 0$.
 Время движения по отдельным кускам выражается формулами для S^+ , S_0^+ , E^+ и E^- . Параметры τ и θ — значения соответствующего времени перехода (без учета уравнений (1, 4), а параметр θ в выражениях для E^- — мерным временем t соотношениями

$$\begin{aligned} 2B\theta &= [4B - (A+B)^2]^{1/2}t && \text{при } 4B - (A+B)^2 > 0 \\ 2B\theta &= [4(A-B)^2 - 4B]^{1/2}t && \text{при } 4B - (A+B)^2 < 0 \end{aligned}$$

Для установившегося периодического движения, не выходящего за зону неустойчивости, выражение для периода имеет простой вид.
 Если для выражения для S^+ и E^+ , а также соотношение $z_1 = kz_0$, можно считать $\tau_1 = \tau_0$ и $\theta_1 = \theta_0$ соответственно время движения между пластинами z_0 и $z_1 = z_0$ и по пластинкам g_0 и g_1 , представить в следующем виде:

$$T = \frac{2B}{A-B} \ln \frac{(A-1)(A-1)k^2 + (2-A-B)k - 1}{B[k(A+B)](A+B)k - 1}$$

где k определяется из (2.5) или (2.6).

Период T неограниченно возрастает, когда периодическое движение выходит из отрезка покоя ($k \rightarrow 0$).

§ 3. Преобразование области в область. Г. Симметричный характер периодического движения. Пусть $M_0(u_0, z_0)$ — точка, взятая на куске S^+ и такая, что допускает применение правильного преобразования S^+ в S_0^+ . Напишем в развернутом виде преобразования, соответствующие последовательным переходам по кускам траекторий в пространстве:

$$\begin{aligned} z_0 &= \tau_1, & u_0 &= (A-1)(1 + \tau_1) \frac{e^{-\tau_1} - 1}{\tau_1} + \frac{\tau_1}{2} + A + B - 1 \Big\} S^+ \\ \tau_1 &= (1 + \tau_1) e^{-\tau_1} - 1, & u_1 &= u_0 - \tau_1 \\ z_1 &= \xi_1, & u_1 &= \theta_1^{-1} [(A-1)(e^{-\theta_1} - 1) \xi_1 - 2\psi_0] \Big\} S_0^+ \\ \tau_2 &= \xi_1 e^{-\theta_1}, & u_2 &= u_1 \\ z_2 &= \tau_2, & u_2 &= (A-1)(\tau_2 - 1) \frac{e^{-\tau_2} - 1}{\tau_2} - \frac{\tau_2}{2} - A - B + 1 \Big\} S^- \\ \tau_2 &= (\tau_2 - 1) e^{-\tau_2} - 1, & u_3 &= u_2 + \tau_2 \\ z_3 &= \xi_2, & u_3 &= \theta_2^{-1} [(A-1)(e^{-\theta_2} - 1) \xi_2 + 2\psi_0] \Big\} S_0^- \\ \tau_4 &= \xi_2 e^{-\theta_2}, & u_4 &= u_3 \end{aligned}$$

Пусть однооборотное периодическое движение проходит через точку M_0 и, следовательно, выполняется условие: $z_4 = z_0$, $u_4 = u_0$. Из уравнений $u_1 = u_0 - \tau_1$, $u_2 = u_1 + \tau_2$, $u_3 = u_2$, $u_4 = u_3$ и условий $z_4 = z_0$ следует, что

$$\tau_1 = \tau_2 = \tau_0 \quad (3.1)$$

преобразования, величины τ_0 и θ_0 определяются из (3.1), получаем для периода

$$\begin{aligned} T &= \tau_0 \left[\frac{e^{-\tau_0} - 1}{\tau_0} + \frac{\tau_0}{2} + A + B - 1 \right] (L_0) \\ T &= \tau_0 \left[\frac{e^{-\tau_0} - 1}{\tau_0} + \frac{\tau_0}{2} - A - B + 1 \right] (L_0') \\ u_0 &= (A-1)(u_0 - 1) \frac{e^{-\tau_0} - 1}{\tau_0} - \frac{\tau_0}{2} - A - B + 1 (L_0) \\ u_0 &= (A-1)(u_0 + 1) \frac{e^{-\tau_0} - 1}{\tau_0} - \frac{\tau_0}{2} + A + B - 1 (L_0') \\ u_0 \theta_0 &= (A-1)(1 - e^{-\theta_0}) z_1 - 2\psi_0 \\ u_0 - u_2 &= \tau_0 \end{aligned}$$

Здесь нужно еще добавить условия:

$$u_0 + (A-1)z_0 \leq B, \quad u_0 - (A-1)z_1 \leq 0$$

Нетрудно показать, что группа уравнений (L_0, L_0') при фиксированных A, B, ψ_0 и фиксированном τ_0 может удовлетворяться не более чем одной системой значений величин u_0, z_0, θ_2 , так как

$$\frac{dz_0}{du_0} > \frac{1}{1-A} \text{ для } L_0, \quad \frac{dz_0}{du_0} < \frac{1}{1-A} \text{ для } L_0'$$

и, следовательно, L_0 и L_0' , рассматриваемые как кривые в пространстве $u_0 z_0$, не могут иметь более одной точки пересечения¹.

Уравнения (L_2, L_2') переходят в уравнения (L_0, L_0') при замене z_0 соответственно через $-z_0$, $-z_0$, поэтому при тех же фиксированных A, B, ψ_0 и τ_0 уравнения (L_2, L_2') могут иметь в качестве решения единственную систему значений

$$u_2 = -u_0, \quad z_2 = -z_0, \quad \theta_2 = \theta_0$$

и, следовательно, однооборотное периодическое движение (если оно существует) симметрично относительно начала координат.

2. Область существования симметричного периодического движения. В силу соотношений (3.5) группа уравнений (L_2, L_2') системы (3.5) — (3.6)

¹ Первое из неравенств (3.4) очевидно. Во второе влиять в первую очередь не будет, и не вычислять довольно громоздких выражений для dz_0/du_0 . Второе неравенство L_0' можно рассматривать как семейство прямых, зависящих от параметра θ_2 (прямая L_0'), а в совокупности уравнения L_0 определяют и z_0 , и u_0 как функции от параметра θ_2 (прямая L_0). Для прямых L_0' :

$$\frac{dz_0}{du_0} = \frac{\theta_2}{(1-A)(e^{\theta_2} + 1) - 1 - 1}$$

В силу однозначности функций $u_0(\theta_2)$ и $z_0(\theta_2)$ кривая L_0' не может пересекать прямую L_0 . Нетрудно проверить, что движение в направлении возрастания u_0 и вдоль прямой L_0' соответствует пересечению семейства прямых L_0' и кривой L_0 по мере возрастания θ_2 , т. е. убывающих dz_0/du_0 для прямых L_0' , так как следует, что для прямой L_0' выполняется (3.6).

падает с уравнением (L_0, L_0') и является уравнением $2u_1 = \tau_0$. Вводящие линейно, приходим к уравнениям:

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= -1 \mu \frac{\mu \tau_0 e^{\tau_0} - e^{\tau_0} + 1}{e^{\tau_0} - \mu \tau_0 - 1} \\ \vartheta_2 &= \frac{h}{\tau_0} \frac{h(e^{\tau_0} + 1)}{e^{\tau_0} - 1} \end{aligned}$$

где $\mu = \frac{1}{1+B}$, $\lambda = 2(1-A-B)$, $h = 4(\psi_0 - A + 1)$

Дополнительные условия (3.3) после исключения из них переменных u_0 и z_0 (при помощи условия (3.5) и формул для преобразований S^* и S_0^*) можно записать в таком виде:

$$\begin{aligned} \tau_0(1 - e^{-\tau_0}) - k(e^{-\tau_0} + \tau_0 - 1) &= 0 \\ (1 - e^{-\tau_0})(1 - \vartheta_1 \vartheta_2 e^{-\tau_0} - e^{-\tau_0}) \leq 2\psi_0(e^{\tau_0} + e^{-\tau_0}) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Отыскание периодических решений и области существования их сводится к исследованию кривых (3.6) на куске плоскости τ_0, ϑ_2 , выделенном условиями $\tau_0 > 0, \vartheta_2 > 0$ и неравенствами (3.8), и определению точек пересечения и области существования в пространстве параметров точек пересечения этих кривых. Область существования ϑ_2 , определяемого уравнением (3.6), дается неравенством

$$0 < \frac{\mu \tau_0 e^{\tau_0} - e^{\tau_0} + 1}{e^{\tau_0} - \mu \tau_0 - 1} < 1$$

или эквивалентным неравенством

$$\frac{e^{\tau_0} - 1}{\tau_0 e^{\tau_0}} < \mu < \frac{2(e^{\tau_0} - 1)}{\tau_0(e^{\tau_0} + 1)} \quad (3.9)$$

Если $0 < \mu < 1$ и, следовательно, $A < 0, B > 0, 1 - A - B > 0$

то каждому фиксированному μ отвечает интервал значений $\tau_0: \tau_0' < \tau_0 < \tau_0''$, в котором кривая (3.6) существует и существует точка пересечения кривых (3.6) и (3.7). При $\mu > 1$ кривая (3.6) не существует и, следовательно, не могут существовать и периодические движения рассматриваемого типа. Условия (3.10) совместно с условиями (3.8), которые также можно рассматривать, принимая во внимание уравнения (3.6) и (3.7) как соотношения между параметрами A, B и ψ_0 , выделяют в пространстве параметров область, для точек которой в G_0 существует неподвижная точка правильного преобразования. Неподвижная точка попадает на край пластинки («внешний» или «внутренний»), если выполняется либо-либо из равенств (3.8), и в этом случае мы опять приходим к плоскости D' , изображенной на фиг. 9. Неподвижная точка уходит в бесконечность, если $1 - A - B = 0$.

Р. Устойчивость периодического движения. Для нахождения устойчивости неподвижной точки и соответствующего периодического движения обратимся к правильному преобразованию $T_0 = S_0^* S^*$. Введем в формулах для S_0^* величины z_1 и u_1 соответственно вместо

z_0, u_0 и введем z_1, u_1 координаты промежуточного преобразования T_0 , приходим к уравнениям:

$$z_1 = z_0 + \tau_0 + A + B - 1$$

$$u_1 = u_0 + \tau_0 + A + B - 1$$

$$z_1 = z_0 + \tau_0 + A + B - 1$$

$$u_1 = u_0 + \tau_0 + A + B - 1$$

$$z_1 = z_0 + \tau_0 + A + B - 1$$

$$u_1 = u_0 + \tau_0 + A + B - 1$$

где a, b, θ и τ — соответственно значения координат u_0, z_0 и параметров τ_1 и ϑ_1 , относящихся к неподвижной точке M_0 и M_0' и преобразования $T_0(M_0 = T_0 M_0)$. Подставляя (3.12) в (3.11), разлагая в ряд по степеням малых величин x, y, ξ, η, h и k и ограничиваясь в разложении только членами первого порядка, получаем

$$\begin{aligned} x &= ay + \left(\frac{1}{2} + \xi\right)h, & h &= \xi + \eta \\ \eta &= -\gamma y + \delta h - kb, & k &= \epsilon \tau_0 - \eta^2 \end{aligned}$$

где

$$\alpha = (A-1)\frac{e^{-\theta}-1}{\theta}, \quad \beta = (A-1)(1+b)\frac{1-e^{-\theta}}{\theta}, \quad \gamma = e^{-\theta(1+\beta)}$$

$$\delta = (1+b)\tau_0, \quad \lambda = \frac{(A-1)(1-e^{-\theta})}{(A-1)\theta e^{\tau_0} + \theta}, \quad \epsilon = \frac{\tau_0}{(1+b)\tau_0 + \theta}$$

исключая h и k , находим¹

$$\xi = \frac{1/2 - \beta}{1/2 + \beta} x - \frac{\alpha}{1/2 + \beta} y$$

$$\eta = \frac{\delta + (\alpha\beta(1/2 - \beta))}{(1 + \lambda\beta)(1/2 + \beta)} x - \frac{\gamma(1/2 + \beta) + \alpha(\delta + \alpha\beta)}{(1 + \lambda\beta)(1/2 + \beta)} y$$

Устойчивость неподвижной точки и ее характер могут быть определены на основании первого приближения (3.14). Необходимое и достаточное условие асимптотической устойчивости заключается в требовании, чтобы корни характеристического уравнения

$$\begin{vmatrix} 0.5 - \beta & -\alpha \\ 0.5 + \beta & -\alpha \\ \delta + \alpha\beta(0.5 - \beta) & \gamma(0.5 + \beta) + \alpha(\delta + \alpha\beta) \end{vmatrix} = 0 \quad (3.15)$$

были по модулю меньше единицы. Обозначим

$$P = \frac{\alpha(\delta + \alpha\beta(0.5 - \beta))}{(0.5 + \beta)(1 + \lambda\beta)}, \quad Q = \frac{\gamma(0.5 + \beta) + \alpha(\delta + \alpha\beta)}{(0.5 + \beta)(1 + \lambda\beta)}$$

$$q = \frac{\alpha}{(0.5 + \beta)(1 + \lambda\beta)}$$

¹ В области $A > 0, B > 0, 1 - A - B > 0$ (фиг. 10) $\alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0, \delta > 0, \lambda > 0, \epsilon > 0$.
² Характер неподвижной точки сохраняется и в следующем приближении, если соответствующее характеристическое уравнение имеет корни, отличные от нуля (3.15).

тогда увеличим условие устойчивости

$$-p + q + 1 > 0, \quad p + q < 0$$

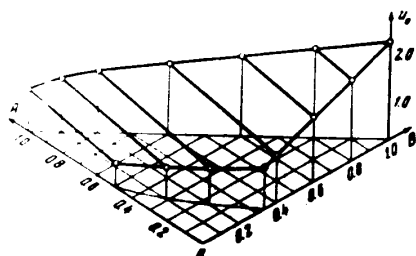
Воспользувшись (3.16), получаем

$$-p + q + 1 = \frac{1 - \gamma + \beta - \alpha}{(0.5 + \beta)(1 + \lambda)} \quad (3.17)$$

$$p + q - 1 = \frac{2(\alpha\beta + \beta\gamma + \beta) + 2\lambda\alpha + \beta\gamma}{(0.5 + \beta)(1 + \lambda)} \quad (3.18)$$

Нетрудно проверить, что условия (3.17) не выполняются, а условия (3.18) имеют разные знаки. В соответствии с этим для уравнения (3.14) по модулю меньше, а другой больше. Неподвижная точка (и соответствующее периодическое движение) будет неустойчива и будет типа седла.

§ 4. Оценка области сходимости процесса регулирования. Дадим оценку области сходимости процесса регулирования для тех значений параметров A и B , при которых процесс регуляции устойчив, но существует неустойчивое



Фиг. 11

периодическое движение. Пусть $u_0 z_0$ — точка, ваятан на ребре Γ .

$$u + (A - 1)z - B = 0$$

Найдем условия, при которых траектория, проходящая через точку $u_0 z_0$ ребра Γ , опять возвращается на ребро. Для этого достаточно, чтобы преобразование $S^* E S_0^*$ (E может быть также тождественным преобразованием) переводило изображающую точку $u_0 z_0$ на пластинку в плоскости $\Phi = \Phi_0$. Требуемое будет, например, заведомо выполнено, если $u_0 < u_0^*$, а точка $M_0(u_0^*, z_0^*)$ лежит на ребре Γ , т.е. так, что

$$S^* M_0(u_0^*, z_0^*) = M_1(u_1, (1 - A)z_1, \bar{z}_1) \quad (4.1)$$

$$S^* M_1(u_1, (1 - A)z_1, z_1) = M_2(u_1, z_1) \subset g \quad (4.2)$$

Условие (4.1) дает

$$2B = 2u_0 + \tau_0^2 - \frac{\tau_0^2}{e^{-\tau_0} + \tau_0 - 1} \quad (4.3)$$

а условие (4.2) приводит к неравенству

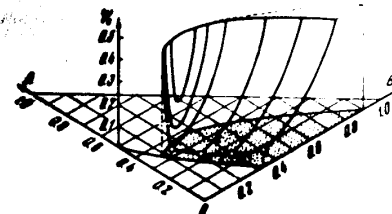
$$2\tau_0 < u_1(1 - \delta - e^{-\delta}) \quad (4.4)$$

$$2B = 2u_0 + \tau_0^2 - \frac{\tau_0^2}{e^{-\tau_0} + \tau_0 - 1} \quad (4.5)$$

Значение u_0^* будет характеризовать область сходимости, если начальные условия $\Phi = \Phi_0$. Фиг. 11 позволяет оценить u_0^* от параметров A и B . Значения u_0^* на границе, определяемых поверхностью

$$2B = 2u_0 + \tau_0^2 - \frac{\tau_0^2}{e^{-\tau_0} + \tau_0 - 1} \equiv F(A, B) \quad (4.6)$$

и $u_0^* = F(A, B)$. Поверхность (4.6) изображена на фиг. 12.



Фиг. 12

Для заданных A и B значения Φ_0 вычисляются по уравнениям (4.3), (4.4) и (4.6). Цилиндрическая поверхность

$$2B = 2u_0 + \tau_0^2 - \frac{\tau_0^2}{e^{-\tau_0} + \tau_0 - 1}$$

$$A = \frac{2u_0 + \tau_0^2 - \frac{\tau_0^2}{e^{-\tau_0} + \tau_0 - 1}}{2\tau_0(e^{-\tau_0} + \tau_0 - 1)}$$

является для (4.6) асимптотической поверхностью. Вне области сходимости (4.6), ограниченной кривой (4.7) и кривой D смены устойчивости отрезка покоя, величина u_0^* дает оценку области сходимости процесса регулирования независимо от величины параметра Φ_0 .

Поступило 15 IV 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев А.А. и Блауин П.П. Теория стабилизации курса полетного аппарата при помощи автопилота с постоянной скоростью сервомотора. Изд. НИИ авиации и космонавтики. М.: МН СССР, ОТН, вып. 3, 1975.

О ДВИЖЕНИИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ВНУТРИ БЫСТРО ВРАЩАЮЩЕГОСЯ КОНУСА

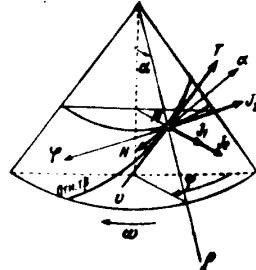
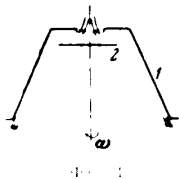
Е. М. ГОЛЬДИН
(Ленинград)

Исследована динамика моделирует различные технологические процессы ускоренной химической и пищевой промышленности, которые осуществляются при помощи инерционных центрифуг. Так, для обогащения раздробленного угля после его обогащения производится концентрирование (фиг. 1), состоящая из конического ситчатого ротора 1 и тарелки 2, быстро вращающаяся вокруг своей оси. Влажная угольная масса подается на тарелку, образующуюся на внутренней поверхности ротора и движется по ней к выходному сечению, теряя в пути влагу, которая удаляется через отверстия в сите. Несмотря на широкое применение инерционных центрифуг, теория движения для них почти не разработана. В настоящей статье даны некоторые новыя результаты анализа движения пробел. Кроме того, даны о движении внутри конуса пробел в некотором обобщенном классическом случае о движении материальной точки в выделенной плоскости. Тема данной статьи возникла в сотрудничестве с Всесоюзным научно-исследовательским институтом «Углубоочемне».

1. Дифференциальные уравнения движения. Для вывода уравнений относительного движения материальной точки по внутренней поверхности быстро вращающегося конуса выберем сферическую систему координат ρ, φ, α , жестко связанную с конусом и с центром в его вершине (фиг. 2).

Относительное движение точки M происходит под действием инерционных сил J , силы трения T и нормальной реакции N . По сравнению с ними силой тяжести пренебрежем.

Центробежная сила $J_1 = m\omega^2 \sin^2 \alpha$ лежит в осевой плоскости, проходящей через данную точку M , и перпендикулярна к оси конуса. Такое же направление имеет составляющая кориолисовой силы, связанная с компонентой относительной скорости $v_r = \dot{\rho} \sin \alpha$. Величина этой составляющей $J_2 = 2m\omega \dot{\rho} \sin \alpha$, где ω — угловая скорость конуса. Вектор составляющая кориолисовой силы связана со скоростью v_r и имеет величину $J_3 = 2m\omega \dot{\rho} \sin \alpha$. Ее направление прямо противоположно направлению



Фиг. 2

... скорости v . Напомен, ... оси α .

... ρ, φ, α и составляя ... массы на проекции относительно ... преобразований получим диф

$$(v = \sqrt{\dot{\rho}^2 + \dot{\varphi}^2 \sin^2 \alpha}) \quad (1.1)$$

$$N = m\rho(\omega + \dot{\varphi})^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (1.2)$$

Для интегрирования нелинейной системы (1.1) необходимо знать закон изменения T . В данной статье рассмотрен случай, когда сопротивляющая сила пропорциональна относительной скорости v , а также случай сухого трения, когда $T = jN$.

2. Сопроизведение, пропорциональное скорости. Подставим в (1.1) $T = \gamma v$, где γ — коэффициент пропорциональности, и введем безразмерные переменные: абсолютную угловую скорость x материальной точки и логарифмическую скорость y в направлении образующей конуса;

$$x = \frac{\omega + \dot{\varphi}}{\omega}, \quad y = \frac{\dot{\rho}}{\rho \omega \sin \alpha}$$

Другими словами, x характеризует степень вовлечения материальной частицы во вращательное движение конуса, а y дает отношение скорости частицы в направлении образующей к скорости конуса.

Введем также τ — безразмерное время движения и безразмерный коэффициент сопротивления, k — коэффициент в пределах от нуля до ∞ .

$$\tau = \omega t \sin \alpha, \quad k = \frac{\gamma}{2\omega \sin \alpha}$$

В новых переменных вместо (1.1) получим нелинейную систему

$$x' - 2k(1-x) + 2xy = 0, \quad y' + 2ky + y^2 - x^2 = 0 \quad (1.3)$$

где, как и в дальнейшем, штрихами обозначены производные по τ .

Эта система эквивалентна одному уравнению с разделенными переменными на комплексной плоскости $z = x + iy$. В самом деле, умножив второе из уравнений (2.1) на i и складывая с первым, найдем

$$z' - iz^2 + 2kz = 2k - 0 \quad (2.1)$$

Комплексная плоскость $z = x + iy$ представляет собой фазовую плоскость, наглядно характеризующую различные компоненты скорости материальной точки, движущейся внутри конуса (фиг. 3). Так, если $x = y = 0$ материальная точка находится в абсолютном покое, если $x = 1, y = 0 \rightarrow$ относительном покое. Верхняя полуокружность $y = 0, x < 1$ — ступень движения точки к выходному сечению конуса, а нижняя — движение к его вершине. При $x = 1$ материальная точка находится в покое во вращательное движение конуса, при $x = 0$ — движется вдоль его образующей.

Перепишем (2.2) в виде

$$z' = i(z - z_0) \dots$$

где z_1 и z_2 — корни квадратного уравнения

$$z^2 + 2kiz - 2ki = 0$$

Нетрудно вычислить, что

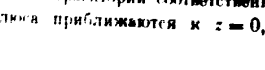
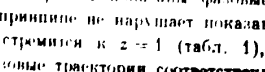
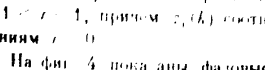
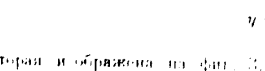
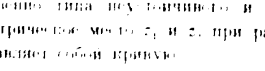
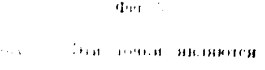
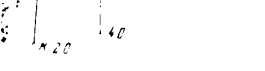
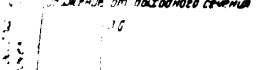
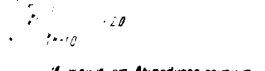
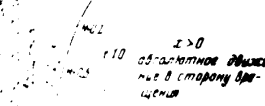
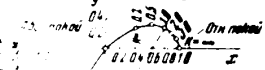
$$z_1 = x_1 + iy_1, \quad z_2 = x_2 + iy_2 \dots \quad (2.5)$$

причем

$$x_1 = x_2 = \sqrt{k^2 + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}k^2$$

Интегрирование (2.5) с учетом начальных данных $t = 0, z = z_0$ дает

Движение y в выходящем сечении



$$\frac{z - z_1}{z - z_2} = \frac{z_0 - z_1}{z_0 - z_2} e^{i(z_1 - z_2)t} \quad (2.6)$$

откуда сразу видно поведение изображающей точки на фазовой плоскости. Действительно, поскольку

$$i(z_1 - z_2) = -2\left(\frac{k}{z_1} - iz_1\right)$$

экспоненциальный множитель в (2.6) убывает с течением времени $t \rightarrow \infty$. Это стремление тем быстрее тем больше k , так как согласно табл. 1, значения $2k/z_1$ возрастают вместе с k . Аналогично получим, что $z \rightarrow z_2$ при $t \rightarrow \infty$. Таким образом, фазовые траектории представляют собой спирали, разматывающиеся от точки z_2 и наматывающиеся на точку z_1 .

Эти точки являются особыми для фазовой плоскости соответственно типа седла и устойчивого фокуса. Согласно (2.5) метрические расстояния z_1 и z_2 при различных коэффициентах трения k представляют собой кривую

$$y = \sqrt{\frac{1}{1+k^2}}$$

которая изображена на фиг. 3. Эта кривая определяется в промежутке $-1 < z < 1$, причем $z_1(k)$ соответствует значениям $z > 0$, а $z_2(k)$ — значениям $z < 0$.

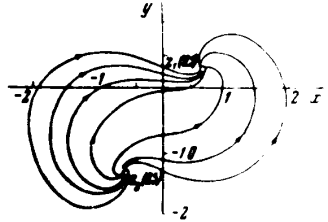
На фиг. 4 показаны фазовые траектории при $k = 0.5$. Мышечные k в принципе не нарушают локальной картины. При увеличении k полюс z_1 стремится к $z = 1$ (табл. 1), полюс z_2 удаляется на бесконечность и фазовые траектории соответственно вытягиваются. При уменьшении k оба полюса приближаются к $z = 0$, что также приводит к изменению картины

Таблица 1

k	метрические расстояния		
	z_1	z_2	z_0
0	0.942	1.40	2.00
0.5	1.000	1.27	1.88
1.0	1.000	1.20	1.80
1.5	1.000	1.15	1.75
2.0	1.000	1.12	1.72
2.5	1.000	1.10	1.70
3.0	1.000	1.08	1.68
4.0	1.000	1.06	1.66
5.0	1.000	1.05	1.65
10.0	1.000	1.02	1.62
∞	1.000	0	∞

формации траекторий. Во всех случаях изображающая точка стремится к своему предельному значению $z_1(k)$. Скорость изображающей точки определяется формулой (2.3), откуда модуль скорости равен $z_1(k)|z - z_2(k)|$ и при фиксированном z и возрастании k , вообще говоря, увеличивается на увеличение модуля $z_1(k)$.

Из сказанного выше следует, что при движении материальной точки по внутренней поверхности быстро вращающегося конуса ее угловая скорость $-\dot{x}$ и логарифмическая скорость в направлении образующей $-\dot{y}$ асимптотически стремятся к некоторым предельным значениям x_1, y_1 тем быстрее, вообще говоря, чем больше коэффициент сопротивления.



Фиг. 4

Для дальнейшего представим (2.6) в виде

$$z = z_1 + \frac{(z_1 - z_2) Z_0 e^{i(z_1 - z_2)t}}{1 - Z_0 e^{i(z_1 - z_2)t}} \quad (Z_0 = \frac{z_0 - z_1}{z_0 - z_2}) \quad (2.7)$$

Левую часть (2.7) можно преобразовать так:

$$z = x + iy = \frac{\rho}{\omega} \dot{\varphi} + i \frac{\rho}{\omega} \dot{\varphi} \sin \alpha + (1 - e^{-\rho t}) \sin \alpha + e^{-\rho t} \dots$$

Отсюда, интегрируя (2.7) и пользуясь начальными данными $z = z_0, \dot{z} = \dot{z}_0$, получим

$$\varphi + \varphi \sin \alpha + i \ln \frac{\rho}{\rho_0} = z_1 + i \ln \left(\frac{1 - Z_0 e^{i(z_1 - z_2)t}}{1 - Z_0} \right) \quad (2.8)$$

Остатки здесь полностью часть от мнимой и поинтегрируем по ним

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 - Z_0 e^{i(z_1 - z_2)t}}, \quad \varphi \sin \alpha = (z_1 - 1) \arg \left(\frac{1 - Z_0 e^{i(z_1 - z_2)t}}{1 - Z_0} \right) \quad (2.9)$$

Таблица 3

β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006
0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008
0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010

Значения β_n для любых k согласно (2.5), можно выводить.

$$\beta_1 = 1 - \frac{1}{2k}, \quad \beta_2 = \frac{1}{2k}$$

Учитывая, кроме того, что $\tau = \omega \sin \alpha$, получим из (3.5) следующие формулы в явном виде

$$\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{\omega \sin \alpha}{2k} t\right), \quad \tau = \frac{\omega t}{2k} \quad (3.4)$$

Формулы (3.2) и (3.4) относятся к случаю больших сопротивлений (малым темпам протекания) случайных процессов.

Интересно, что в случае $k \rightarrow 0$ дает

$$z = \frac{\rho_0}{1 - \tau \omega} \quad (3.5)$$

Отсюда видно, что при любом ρ_0 и $\tau \rightarrow \infty$ будем иметь $z \rightarrow 0$, т. е. в случае пренебрежимо малых сопротивлений предельным состоянием материальной точки конуса будет состояние абсолютного покоя.

Разделяя в (3.5) вещественную и мнимую части, найдем

$$z = \frac{\rho_0}{z^2 + 1 + \tau \omega} + i \frac{\rho_0 \tau}{z^2 + 1 + \tau \omega} \quad (3.6)$$

Соответственно для фазовых траекторий получим окружности

$$\left(x - \frac{z_0^2 + \rho_0^2}{2z_0}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{z_0^2 + \rho_0^2}{2z_0}\right)^2 \quad (3.7)$$

показанные на фиг. 5. Согласно (2.2) скорость движения изображаемой точки по этим окружностям прямо пропорциональна квадрату радиуса от начала координат.

Уравнения движения материальной точки внутри конуса при $k \rightarrow 0$ можно записать, переписывая (3.5) в виде

$$1 + \rho \sin \alpha + i \frac{\rho}{z} = \frac{\rho_0}{z^2 + 1 + \tau \omega}$$

и интегрируя это равенство с учетом начальных данных $\rho = \rho_0$ и $\tau = 0$ что дает

$$\tau + \rho \sin \alpha + i \ln \frac{\rho}{\rho_0} = i \ln(1 - \tau \omega)$$

Таблица 4

β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006
0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008
0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010

Для любых β_n при любом ρ_0 все параметры определены в единичном круге $|z| < 1$ и начальных скоростей

$$\dot{z} = \frac{\rho_0}{z^2 + 1 + \tau \omega} \sin \alpha$$

где \dot{z} — производная по времени z .

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

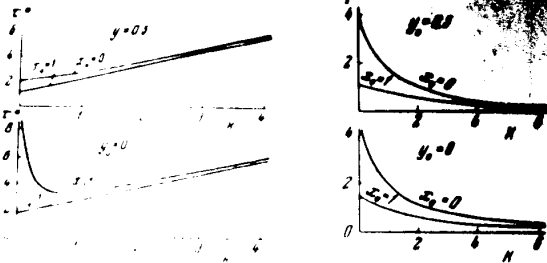
Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Из (3.6) и (3.7) следует, что z и \dot{z} являются функциями τ и ρ и наоборот.

Отсюда находим известные уравнения

$$\rho = \rho_0 \sqrt{x_0^2 + (1 + y_0^2)^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{y_0}{1 + y_0^2} \quad (3.2)$$

Для иллюстрации полученных формул (3.2), (3.4) и (3.5) проведены расчеты времени фугования τ^* и угла φ^* для



Фиг. 7

при различных начальных скоростях y_0 и различных коэффициентах трения k . При расчетах, в соответствии с реальными условиями, принималось $\rho^* = 2\rho_0$ и $\alpha = 30^\circ$. Результаты показаны на фиг. 6 и 7.

Из фиг. 6 видно, что начальная окружная скорость y_0 и коэффициент трения k отражается на результирующих характеристиках конуса по сравнению с начальной скоростью y_0 и коэффициентом трения k . Кроме того, при возрастании k угол φ^* при фуговании увеличивается, а время фугования τ^* уменьшается. Кроме того, при возрастании k угол φ^* при фуговании увеличивается, а время фугования τ^* уменьшается. Кроме того, при возрастании k угол φ^* при фуговании увеличивается, а время фугования τ^* уменьшается.

4. Различные формы уравнений при сухом трении. Перейдем к случаю сухого трения, т.е. к случаю, когда $\mu = 0$. Вращающийся конус движется по горизонтальной поверхности Кулона $T = fN$, где f — коэффициент трения. В этом случае уравнения движения, определяемая формулой (1.2) Ньютона, имеют вид: $m \ddot{x} = -f \dot{y}$ и $m \ddot{y} = f \dot{x}$. Если разделить эти уравнения на \dot{x} и \dot{y} соответственно, получим систему:

$$\dot{x} \ddot{x} = -f \dot{y} \quad \dot{y} \ddot{y} = f \dot{x} \quad (4.1)$$

где $b = f$ — коэффициент трения при сухом трении.

Эта система может быть переписана в виде дифференциальной формы, удобной для геометрических интерпретаций:

$$d \frac{x^2 + y^2}{2} - b \sqrt{(1-x)^2 + y^2} d \arctg \frac{y}{1-x} \quad (4.2)$$

$$y = R \sin \theta \quad (4.3)$$

В декартовых координатах приобретают вид

$$R^2 = (1 + R^2) \cos^2 \theta - 2R \cos \theta \quad (4.4)$$

В декартовых координатах получим

$$d \frac{1-R^2}{1-R \cos \theta} + b R d \theta = 0 \quad (4.5)$$

5. Особые точки фазовой плоскости. Точки фазовой плоскости x' и y' или соответственно R' и $R\theta'$ образуются одновременно в нуле или терпят сдвиг, называются особыми.

При помощи (4.1) можно сразу отметить две такие точки, не зависящие от коэффициента сопротивления b : начало декартовых координат ($x = y = 0$), что соответствует абсолютному покое, и начало полярных координат ($x = 1, y = 0$), которое соответствует относительному покое материальной точки в конусе. Для первой из них обращаются в нуль x' и y' , а для второй эти производные получаются неопределенными.

Чтобы найти остальные особые точки, приравняем нулю правые части уравнений (4.4); при этом из последнего имеем

$$\cos \theta = \frac{2R}{1+R^2}, \quad \sin \theta = \pm \frac{1-R^2}{1+R^2}$$

Согласно первому из уравнений (4.4) получим для R

$$\frac{(1-R^2)^2}{1+R^2} \left(\pm 1 - \frac{b}{1+R^2} \right) = 0$$

Случай $R = 1$ соответствует $\theta = 0$, т.е. $x = y = 0$, и уже отмечен. Кроме того, $b > 0$, и поэтому нужно сохранить только знак \pm . Особые точки фазовой плоскости в полярных координатах будут:

$$R = \sqrt{b-1}, \quad \sin \theta = \frac{2-b}{b}, \quad \cos \theta = \frac{2\sqrt{b-1}}{b} \quad (5.1)$$

Из (5.1) видно, что каждому значению коэффициента трения b (большому единицы), соответствует определенная, вообще говоря, отличная от начала, особая точка фазовой плоскости. Единственными особыми точками при $b = 1$ и $b = 2$, особые точки для которых совпадают с началом координат, являются $x = 1, y = 0$ и $x = y = 0$. Последние, как указывалось, являются особыми при любых b .

В декартовых координатах особые точки определяются формулами:

$$x = 1 - R \cos \theta = \frac{2-b}{b}, \quad y = R \sin \theta = \frac{2\sqrt{b-1}}{b}$$

Исключая отсюда b , получим уравнение геометрического места особых точек в виде

$$y = x \sqrt{1-x}$$

что полностью совпадает с аналогичным геометрическим местом для случая сопротивления, пропорционального скорости (фиг. 3).

6. Особая точка в начале координат. Если x и y малы, то x^2 и y^2 можно пренебречь в уравнениях (4.1) относительно членов порядка малости, что дает

$$x' = bx^2 - 2xy, \quad y' = x^2 - y^2 \quad (4)$$

Отсюда для фазовых траекторий получим уравнение

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - y^2}{bx^2 - 2xy}$$

Полученное уравнение имеет вид

$$x^2 - byy - y^2 - cx = 0 \quad (6.2)$$

где c — произвольная константа интегрирования. Фазовые траектории в зависимости от коэффициента b являются эллипсами ($b < 2$), либо параболы ($b = 2$).



Фиг. 8

Фиг. 10

В фазовых траекториях проходит через начало координат, если $c \neq 0$. Направление движения изображающей точки вдоль траектории очевидно из второго уравнения (4). При $y^2 < x^2$, т. е. внутри области, заключенной между прямыми $y = \pm x$, движение происходит в сторону увеличения y и увеличения x в обратном направлении.

Фазовые траектории (6.2) изображены для различных b на фиг. 8, 9, 10. Во всех случаях положительная и отрицательная ветви оси y представляют собой также фазовые траектории. В случае $b < 2$ особую точку $x = y = 0$ можно считать устойчивой в смысле Ляпунова, если исключить отрицательное направление оси y . В случае $b = 2$, как видно на фиг. 9, область $y > x$ соответствует асимптотическому приближению к изображающей точки к положению покоя, а область $y < x$ — удаление от покоя. В случае $b > 2$ (фиг. 10) вырожденная гипербола, образуемая

$$y = (2/b - 1)^{1/2} x,$$

делит окрестность особой точки на четыре характерные области. Изображающая точка, перемещаясь внутри тупых углов, образованных этими прямыми, асимптотически приближается или удаляется относительно начала координат, а при перемещении внутри острых углов вовсе не проходит через точку $x = y = 0$.

Чтобы получить уравнения движения изображающей точки, найдем из (6.2) y как функцию x и подставим в первое из уравнений (4.1).

Из этих уравнений снова видно, что точка $x = y = 0$ является особой, которая достигается изображающей точкой при $t = \pm \infty$. При $b = 2$ и $x_0 = y_0$ уравнения (6.3) имеют неопределенность типа $0/0$. Одна из особенностей в этом случае непосредственно из (6.1) следует $x^2 - y^2 = 0$, т. е. биссектриса $x = y$ при $b = 2$ вблизи начала координат является геометрическим местом особых точек, имеющих, как видно на фиг. 9, неустойчивый характер.

$$c = \frac{x_0^2 - by_0 + y_0^2}{x_0}, \quad \delta_0 = \frac{y_0}{x_0} - \frac{b}{2} \quad (6.3)$$

При помощи (6.3) нетрудно получить уравнения движения изображающей точки в быстро вращающемся конусе вблизи положения соответствующего абсолютному покою. Подставляя в левые части (6.1) $x = 1 + \rho' \sin \alpha$, $y = \frac{\rho'}{\rho}$ и интегрируя, найдем при различных значениях b

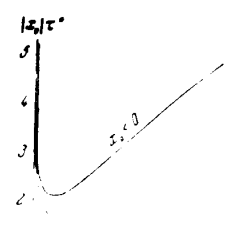
$$\rho^2 = \rho_0^2 \frac{(\sigma t + \delta_0 \rho + 1 - 1/\rho^2) e^{2\sigma t}}{\delta_0^2 + 1 - 1/\rho_0^2}, \quad \rho' \sin \alpha = -\sigma t + F$$

$$F = \frac{1}{\sqrt{1 - 1/\rho_0^2}} \operatorname{arctg} \frac{c \sqrt{1 - 1/\rho_0^2} t}{\delta_0 (\sigma t + \delta_0) + 1 - 1/\rho_0^2}$$

$$F = \frac{\sigma t}{\delta_0 (\sigma t + \delta_0)}$$

$$F = \frac{1}{\sqrt{1/\rho_0^2 - 1}} \ln \frac{\sigma t + \delta_0 - \sqrt{1/\rho_0^2 - 1} \delta_0 \cdot \sqrt{1 - 1/\rho_0^2} + 1}{\sigma t + \delta_0 + \sqrt{1/\rho_0^2 - 1} \delta_0 \cdot \sqrt{1 - 1/\rho_0^2} + 1}$$

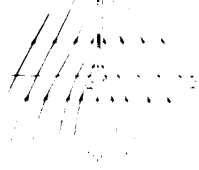
По этим формулам можно подсчитать время пребывания частицы в конусе, траектория частицы, а также углы отклонения на выходе. Для иллюстрации произведены подсчеты времени схода, которое в соответствии с (6.4), обратно пропорционально арифметическому значению параметра ρ . При расчетах значение ρ на выходе принималось равным единице, а начальная длина выбиралась на оси x , т. е. $x_0 = c$, $y_0 = 0$. Результаты времени схода представлены на фиг. 11. Полученный график показывает, что при различных значениях центрифуги вблизи $x = y = 0$ и выбранных начальных



Фиг. 11

ных данных, второй квадрат...
 Углы отклонения на выходе...
 $\sin \alpha = -\epsilon$. Траектории частицы...
 расчетов и представляют собой в рассматриваемом...
 сепаратри, близкие к кривым $\rho = \text{const}$.

7. Особая точка $x = 1, y = 0$. Для изучения...
 шен точки при сухом трении...
 относительно нулевого материальной частицы...
 уравнением дифференциальной формы (4.5). Замечая, что в...
 окрестности полярная координата...
 нулем с точностью до слагаемого...
 порядка малости



$$\frac{1-R^2}{1-R \cos \theta} \approx 1 + R \cos \theta$$

Подставив (4.5) дает

$$\frac{dR}{R} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} b d\theta \quad (7.1)$$

Тогда в явном уравнение фазовой траектории в следующем виде

$$R = A \cos^b \theta \operatorname{tg}^{-b} \left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\theta \right) \quad (7.2)$$

После интегрирования.

Для произвольной A достаточно задать координаты R_1, θ_1 произвольной точки, расположенной на кривой (7.2). В качестве такой точки возьмем точку пересечения фазовой траектории с осью абсцисс, т. е. положим $\theta_1 = 0$ или π . Тогда

$$A = R_1 \cos^b \theta_1 \operatorname{tg}^{-b} \left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\theta_1 \right) = \begin{cases} R_1 - x_1 & (\theta_1 = 0) \\ (-1)^b (1 - x_1) & (\theta_1 = \pi) \end{cases} \quad (7.3)$$

В точке пересечения.

В криволинейных координатах вместо (7.2) получим

$$y = \frac{1-x}{2} \left[\frac{1-x}{1-x_1} \right]^{\frac{1}{b}} \left[\frac{1-x}{1-x_1} \right]^{\frac{1}{b}}$$

Подставив (7.3) и (7.4) и приняв в виде обозначения, запишем уравнение фазовой траектории в виде

$$y = \frac{1-x}{2} \left[\frac{1-x}{1-x_1} \right]^{\frac{1}{b}} \left[\frac{1-x}{1-x_1} \right]^{\frac{1}{b}} \quad (7.4)$$

Из (7.4) вытекает, что на фазовой кривой располагаются симметричные относительно оси абсцисс точки, координаты пропорциональны величине $(1-x)^{1/b}$ и являются монотонной на оси абсцисс (фиг. 13, 13, 14).

Перейдем к явной зависимости координат изображающей точки от времени t . Для этого перейдем первое из уравнений (7.2) с учетом малости R в виде $R' = \sin \theta - b$. Исключая отсюда $d\theta$ из уравнения (7.2), получим

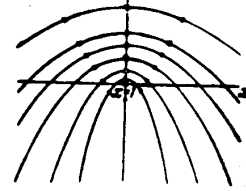
$$d\theta = \cos^2 \theta \operatorname{tg}^b \left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\theta \right)$$

$\int (x^2 + x^{-2}) dx$
 $\left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{-1}x^{-1} \right)$
 $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{x} + C_1$
 зависимость между полярным углом θ и $(\theta - 1)$
 $\left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\theta \right) - (1-b) \operatorname{tg}^{-b} \left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\theta \right) = C_2$
 $\int \left[\operatorname{tg}^b \left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\theta \right) - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-2} \left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\theta \right) \right] d\theta = C_2$ (7.5)

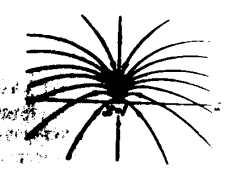
Вернувшись к декартовым координатам, заметим согласно (7.2) и (4.3), что

$$\operatorname{tg}^{-b} \left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\theta \right) = \frac{1-x}{1-x_1}$$

Кроме того, для простоты ограничимся случаем $x_0 = x_1$, т. е. случаем, когда изображающая точка в начальный момент времени находится на оси



Фиг. 13



Фиг. 14

абсцисс. Тогда, вычисляя постоянные интегрирования C_1 и C_2 и преобразовывая (7.6), получим зависимость между вспомогательной координатой $\chi = (1-x)/(1-x_1)$ и t в виде

$$\frac{t}{1-x_1} = \frac{1}{2(1-b^2)} \chi \left[(1+b)\chi^{-\frac{1}{b}} - (1-b)\chi^{\frac{1}{b}} \right] - \frac{b}{1-b^2} \ln \chi \quad (7.6)$$

$$\frac{t}{1-x_1} = -\frac{1}{2} \ln \chi - \frac{1}{4} \chi^2 + \frac{1}{4} \quad (7.7)$$

Отсюда нетрудно установить, что от своего начального положения на оси абсцисс (когда $\chi = 1$) изображающая точка движется в направлении $x = 1$, что соответствует направлению движения, соответствующему фиг. 13, 14. Однако характер этого движения существенно различается при небольшом трении, когда $b < 1$, вертикали $x = 1$ является асимптотой для фазовых траекторий. Изображающая точка вначале движется в направлении удаления от особого положения, замедляя свою скорость, достигая в конечном счете и асимптоты (фиг. 12). При $b = 1$ вертикали $x = 1$ является лишь местом устойчивых положений равновесия. Изображающая точка приходит за бесконечный промежуток времени к этому месту. Наконец, при $b > 1$ (фиг. 14) изображающая точка ни

ходит в особое положение...

В технологической практике ускорение...
 внутри вращающегося конуса называется заданной...
 этого материала. Формула (7.8) показывает время...
 вращения при рассмотренных начальных данных...
 при этом вращение может и не иметь места, если...
 конуса. Для выяснения этого интересного вопроса...
 интересного вопроса нужно рассмотреть зависимость...
 от ρ (τ), которая, в свою очередь, является...
 функцией зависимости $y = \rho^2 / (1 - x_1^2)$ от...
 параметра λ из (7.5) и (7.7).

$$\lambda = \frac{\rho^2}{1 - x_1^2} \quad (7.9)$$

При различных b получены на...
 графике, который можно построить по формуле

$$\int_{x_1}^{\rho} \frac{dx}{1 - x^2} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} \quad (7.10)$$

однако, установлением границ для времени фугования...
 гарантирующего при выбранных начальных данных...
 внутри конуса.

Если $b < 1$ величина η согласно (7.5) заключена между нулем...
 и $\frac{1}{4}$. Поэтому из (7.9) имеем в этом случае

$$\frac{1}{4} \ln(1 - 2\eta) < \lambda < \frac{1}{4} \ln(1 - 2\eta) + \frac{1}{4}$$

Далее при помощи (7.10) находим

$$\lambda < \frac{1}{4} \ln \frac{1 + e^{-4\lambda}}{1 - e^{-4\lambda}} = \frac{1}{4} \ln \frac{1 + e^{-4\lambda}}{1 - e^{-4\lambda}}$$

или, усиливая неравенства,

$$\frac{1}{4} \ln \frac{1 + e^{-4\lambda}}{1 - e^{-4\lambda}} < \lambda$$

Полагая теперь $\rho = \rho_0$ переменной τ . Тогда...
 неравенства для времени фугования τ ...

Формула (7.11) дает весьма узкие пределы для...
 при $b = 1$ ввиду малости $|1 - x_1|$...

Формула (7.12) показывает, что...
 времени фугования τ ...

$$\tau < \frac{1}{\rho_0} \ln \frac{1 + e^{-4\lambda}}{1 - e^{-4\lambda}} \quad (7.12)$$

Полученное неравенство относительно b и учитывая малость...
 величины $|1 - x_1|$ получим окончательно

$$b < 1 + \frac{(1 - x_1)^2}{4 \ln(\rho^2/\rho_0)} \quad (7.14)$$

Условие (7.14) является некоторым, хотя и незначительным, расширением...
 ранее принятого условия...

и указывает на возможность...
 при коэффициентах...
 предельных значениях. Из (7.14) видно, что с увеличением...
 коэффициенте трения $b > 1$, или...
 начальной угловой скорости частоты ω ...
 диапазон допустимых значений b увеличивается.

8. Случай особой точки...
 Кроме особых точек...
 координатами $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(-1, 0)$ и $(\pm 1, \pm 1)$ при каждом коэффициенте трения $b > 1$, или...
 b равном b , имеется еще одна особая точка, координаты которой определяются формулами (5.1) или (5.2).

Рассмотрим окрестность такой особой точки. Пусть полярные координаты этой точки \bar{R} и $\bar{\theta}$. Введем малые отклонения ρ и ϕ так, чтобы $R = \bar{R} + \rho$, $\theta = \bar{\theta} + \phi$.

$$\text{Используя (5.1), а также малость } \rho, \phi, \text{ имеем} \quad (8.1)$$

$$R = \sqrt{b - 1} + \rho, \quad \sin \theta = \frac{2 - b}{b} + \frac{2\sqrt{b-1}}{b} \phi, \quad \cos \theta = \frac{2\sqrt{b-1}}{b} - \frac{2 - b}{b} \phi$$

Подставив (8.1) в уравнения (4.4) и сохранив слагаемые не выше...
 порядка малости. Тогда после вычислений найдем

$$\rho' = -\frac{2\sqrt{b-1}}{b} \phi, \quad \phi' = -\frac{2 - b}{b\sqrt{b-1}} (2\rho + \phi) \quad (8.2)$$

Система (8.2) дифференциальное уравнение имеет вид

$$\rho'' + \frac{2 - b}{b\sqrt{b-1}} \rho - 2 \frac{(2 - b)^2}{b^2} \phi = 0 \quad (8.3)$$

Обращенная точка $b = 1$ ($x = 1, y = 0$) и $\Delta = 1$.

$$R_{1,2} = \frac{1}{2} \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 1}}{b \pm 1}$$

Подкоренное выражение в (8.4) положительное только при $b > 2$. Отсюда заключаем, что в критическом уравнении (8.3) имеет положительные корни только тогда, когда соответствующие особые точки неустойчивы. Если корни комплексны с вещественной отрицательной частью, соответствующие особые точки имеют характер фокуса.

Необходимо отметить, что особые точки в изучаемом случае имеют следующие свойства: при изменении сопротивления, приращении вязкости, приращении угла наклона, в обоих случаях соответствующие места расположения особых точек и представляют одну и ту же кривую (рис. 16). Таким образом, особые точки при различных значениях сопротивления, вязкости и угла наклона их абсциссы, т. е. соотношения b и k , удовлетворяют соотношению

$$k^2 + b^2 - 1 = k^2 \quad (8.5)$$

Если изображающая точка находится в окрестности особой точки и удовлетворяет (8.5), то в обоих случаях сопротивление и вязкость материальной частицы внутри конуса будет идентичным, а именно, частица будет перемещаться с постоянной логарифмической скоростью v по направлению и с постоянной угловой скоростью ω .

Изменяющиеся значения коэффициентов b и k соответствуют тем же значениям k , соответствующим двум значениям b в зависимости от знака Δ .

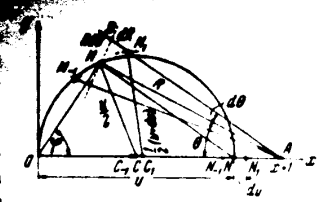
Важное отличие при различных законах сопротивления имеет место при разных точках. Если при сопротивлении, пропорциональном скорости, соответствующие особые точки заполняют ту ветвь кривой (5.3), которая находится в первом квадранте фазовой плоскости, а неустойчивые образуют ветвь этой кривой в третьем квадранте, то при сухом трении наблюдаем обратную картину. В частности, при сухом трении возможно устойчивое движение материальной частицы в направлении и перпендикулярно конусу, что на первый взгляд кажется парадоксальным.

9. Построение фазовой плоскости в целом для случая сухого трения. Для построения «портрета» фазовой плоскости в целом перейдем к уравнениям (4.2) и (4.5) в виде

$$d^2 r^2 / dt^2 = b R dt \quad (9.1)$$

который допускает простую геометрическую интерпретацию. С целью ее выяснения заметим (фиг. 16), что

$$\frac{dr^2}{dt} = \frac{V^2 + y^2}{x \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{OM}{\cos \varphi} = ON = r(M)$$



Фиг. 16

Приращение b и k соответствует до двух значений b и k . Для определения проходящий соседнюю точку M_1 . Приращением

отсюда следует, что для VD и AD для M_1 и M_2 радиуса r и θ абсциссы в точке $b = 1 + \Delta$. Таким образом, M_1 определено как пересечение

указанной окружности с прямой AD . Очевидно из двух возможных точек пересечения следует выбрать ближайшую к M . На фиг. 16 построена точка $M_{2,1}$, соответствующая отрицательному значению du . При увеличении построения возможна особая случай, когда новая радиус $1/2(b + \Delta)$ не дает пересечения с отрезком AD . В таком случае при графическом построении следует изменить Δ . В пределе особый случай соответствует значению Δ , когда линия OM перпендикулярна AM . Разрешая в полярных координатах условие при этом соотношении $AM^2 + CM^2 = CA^2$, получаем уравнение вместо точек M , и определяется возможность графического

$$(1 + R^2) \cos \theta - \Delta R = 0 \quad (9.2)$$

Сопоставляя (9.2) с (4.4), видим, что для изучаемых точек M уравнение (9.2) представляет собой одну из изоклин фазовой плоскости. В том случае соседняя точка M_1 располагается вместе с исходной точкой M на одном и том же полярном радиусе. Отметим попутно и другие особенности. Полагая $R = 0$, найдем из (4.4) геометрическое место точек для которых касательная и фазовой траектории направлена перпендикулярно полярному радиусу

$$R = \frac{b + \lg \theta \sqrt{1 - b \sin \theta}}{\lg \theta + b \cos \theta}$$

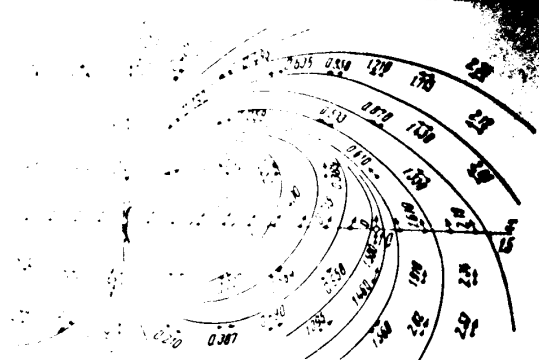
Изменяя $\theta = 0$, $dy/dx = \infty$ найдем из (4.1) два семейства кривых, на два — это семейства и кривую, которая в полярных координатах имеет вид

$$R = (\cos \theta + \frac{2}{b} \lg b)^{-1}$$

Уравнение $y' = 0$, $dy/dx = 0$ имеет уравнение $\theta = [\cos \theta \pm \sqrt{1 - b \sin \theta}]^{-1}$

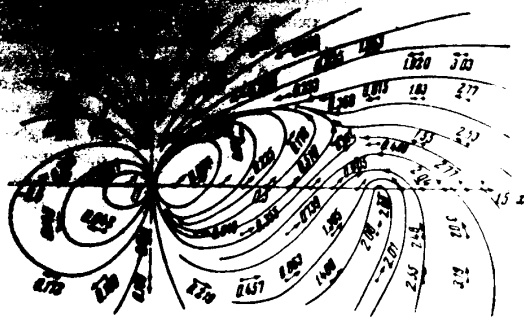
Изоклины (9.2) — (9.5) перестают
 свойств. Зная эти изоклины, можно уточнить траектории вблизи особых точек, полученную при решении уравнений (6.7, 8). Пользуясь изоклинами, можно также уточнить направление траекторий по элементам для точек, находящихся от особых

При помощи указанного графического приема, можно также с учетом малых отклонений особых точек были



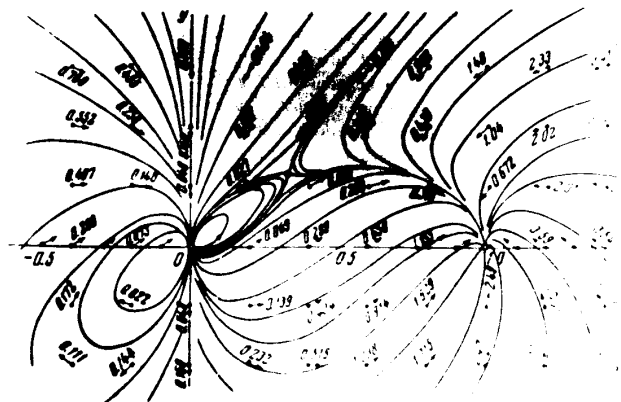
Фиг. 17

траекторий на фазовом пространстве, как и во всех остальных случаях, как и во всех остальных



Фиг. 18

Вспомнивая физический смысл фазовых координат x, y , можно утверждать, что при коэффициенте сухого трения $b < 1$ предельным состоянием материальной частицы в быстро вращающемся кузове, независимо от начальных данных, будет состояние абсолютного покоя.



Фиг. 19

При $b = 1$ (фиг. 18) картина фазовых траекторий существенно отличается. Заметное отличие наблюдается в положении особой точки (1,0). Как и в случае $b < 1$, через эту точку существуют траектории, соединяющая ее с началом координат и траектория, соединяющая ее с точкой (1,0). Траектория, соединяющая ее с точкой (1,0), изображающая точка находится

Итак, в рассмотрении полученных портретов. Траектория, изображающая точка может находиться в положении равновесия по координатам. В случае любого другого ее исходного положения она будет перемещаться по замкнутым траекториям, стремясь к предельной точке (0,0). При этом движение происходит в направлении противочасовой стрелки, если $x > 0$, и в обратном направлении, если $x < 0$. Скорость движения, вообще говоря, непрерывно увеличивается по мере удаления от начала координат. Непрерывность нарушается только в точке траектории, проходящей через точку (1,0). Здесь при $b = 0.5$ фазовая скорость получает скачок от $V = 1.5$ до $V = 0.5$. Последнее обстоятельство объясняется тем, что изображающая точка проходит положение (1,0), соответствующее относительному покою материальной точки в кузове, в вертикальном направлении. При этом материальная точка движется строго по образующей конуса, и вследствие этого у разбегающе-переменно направленной силы трения на прецизионном подшипнике без изменения ее величины. Скачкообразное изменение сил, дей-

положению снизу вверх со скоростью, которая равна нулю, т. е. соответствующая точка заклинивается. На этом траектории образуются на фазовой плоскости огибают рассматриваемую кривую (фиг. 18). Скорость изображающей точки при этом соответствует медленному движению в конусе по направлению к образующей последнего. Изображающая точка движется в направлении общего положения, а медленно поворачивается по мере движения. При этом за движением таких точек при $b = 1$, можно считать движение кривую, соединяющую в вершине конуса две точки, к которой асимптотически приближаются все траектории. Эта кривая на фигуре не изображена. Если $b < 1$, то часть в конусе при $b = 1$ может ограничиваться, либо при соответствующих начальных условиях, либо, если начальная скорость изображающей точки к (1.0), может быть направлена с большей скоростью по траектории. В последнем случае, однако, материальная частица приближается к вершине конуса.

При $b = 1$ материальная частица, находясь в состоянии покоя с координатами $(1, 0)$, может находиться в состоянии неустойчивого седла. В нейтральной области траектории, выходящие из этой точки, определяют области притяжения двух областей точек, очевидные из рисунка. Если материальная точка перемещается в области притяжения на внутренней части конуса имеет своим предельным состоянием покой, который достигается при $t = \infty$. При этом материальная частица за конечный промежуток времени приходит к относительному покою, т. е. к заклиниванию.

При дальнейшем возрастании b фазовый «портрет» будет соответствующим образом изменяться за счет движения промежуточной особой точки по кривой (1.1). Когда эта точка попадет в третий квадрант фазовой плоскости ($b > 2$), она примет характер устойчивого фокуса и с ней будет связана некоторая область притяжения, обеспечивающая движение материала в конусе по направлению к его вершине. Эта область (также и область, связанная с заклиниванием материала в конусе) будет увеличиваться по мере возрастания коэффициента b , соответственно будет уменьшаться область фазовой плоскости, обеспечивающая предельное состояние абсолютного покоя для центрифугируемого материала.

Рассмотренная картина представляет собой результат качественного интегрирования нелинейной системы (1.1) и дает наглядное представление о поведении материальной точки внутри быстро вращающегося конуса при различных коэффициентах сухого трения.

Получено 18 III 1955

Геометрические представления в теории связи

Ф. Д. БЛОХ и А. А. ХАРКЕВИЧ
(Москва)

Предметом исследования теории связи в геометрических представлениях применено в работах В. А. Котельникова (1946), К. Шانونа¹⁾ (1949) и др. В настоящее время довольно широкое распространение.

Геометрические представления могут применяться в целях вычисления результатов, добытых аналитическим путем. Но они могут играть и самостоятельную роль: вся теория может развиваться как теория геометрических представлений. Важно отметить, что такое направление в теории плодотворно, если удается выразить полученные чисто геометрическим путем, и можно развить теорию, основанную на понятии геометрической теории будет полезным.

Цель настоящей статьи — дать краткий, но по возможности полный обзор теории геометрических представлений современной теории связи. Какие-либо конкретные технические проблемы в этом очерке не рассматриваются.

1. Случайный вектор. Геометрические представления, используемые в теории связи, рождаются на грани двух математических дисциплин: геометрии (геометрии n -мерного пространства) и теории вероятностей. В результате возникает одно из основных вероятностно-геометрических понятий — понятие о случайном векторе.

Мы определяем случайный вектор как вектор, составляющие которого являются членами некоторой случайной последовательности. Если γ_k — случайная величина, и γ_0 — определенное ее значение, то, рассуждая по аналогии с обычными значениями γ_k , можно предопределить случайную величину γ вектором n -мерного пространства n -измерений

$$\gamma = \sum_{k=1}^n \gamma_k e_k$$

где e_k — орт k -ой оси. Важной для дальнейшего особенностью случайного вектора является то, что положение его конца в пространстве не является определенным. Нам может быть известно лишь распределение вероятностей для составляющих вектора. Следовательно, конец вектора может находиться в той или иной области пространства с той или иной вероятностью. Применяя понятие о геометрическом месте конца вектора к случайному вектору, мы должны принять, что такое место может описываться лишь как облако, т. е. расплывчатое образование, переменная плотность которого отображает многомерную плотность вероятностей. Однако всегда возможно выделить отчетливо ограниченные области, внутри которых с заданной вероятностью будет находиться конец случайного вектора.

Длина случайного вектора выражается равенством

$$\|\gamma\|^2 = \gamma_1^2 + \dots + \gamma_n^2 \quad (1)$$

Условимся сразу ввести обозначения η_k для составляющих вектора значения η_k , деленных на \sqrt{n} . Делением на \sqrt{n} составляющими имеем

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{n}} \|\eta\|^2 = \frac{1}{n} (\eta_1^2 + \dots + \eta_n^2) \quad (2)$$

Будем в дальнейшем предполагать, что среднее значение η_k равно нулю и что все η_k имеют одно и то же дисперсионное число σ^2 .

$$D(\eta) = \frac{1}{n} (\sigma^2 + \dots + \sigma^2) = D(\eta) = \sigma^2$$

Среднее значение η равно нулю, следовательно, дисперсия η равна среднему значению η^2 . Среднеквадратичное значение η равно σ . Формула (1) выражает энергию сигнала ξ и η в виде $\xi^2 + \eta^2 = \sum_{k=1}^n \xi_k^2 + \sum_{k=1}^n \eta_k^2$.

2. Если ξ и η — независимые величины ξ и η . Предположим, что ξ и η имеют одинаковые дисперсии σ^2 соответственно ξ_k^2/\sqrt{n} и η_k^2/\sqrt{n} .

$$\xi^2 + \eta^2 = \sum_{k=1}^n \xi_k^2 + \sum_{k=1}^n \eta_k^2 = \sum_{k=1}^n (\xi_k^2 + \eta_k^2) = \sum_{k=1}^n r_k^2$$

$$\xi^2 + \eta^2 = 2 \sum_{k=1}^n \xi_k \eta_k = 2 \sum_{k=1}^n \xi_k \eta_k \cos \alpha_k = 2 \sum_{k=1}^n \xi_k \eta_k \frac{\xi_k \eta_k + \eta_k \xi_k}{\sqrt{(\xi_k^2 + \eta_k^2)(\eta_k^2 + \xi_k^2)}}$$

В последнем члене есть не что иное, как косинус угла между векторами ξ и η .

$$\cos \alpha = \frac{\xi \eta}{\sqrt{(\xi^2 + \eta^2)(\eta^2 + \xi^2)}}$$

При увеличении числа измерений косинус угла между векторами ξ и η стремится к значению нормированного коэффициента корреляции ρ между этими последовательностями ξ и η .

$$\cos \alpha \approx \rho = \frac{\xi \eta}{\sqrt{(\xi^2 + \eta^2)(\eta^2 + \xi^2)}}$$

Фиг. 1. Геометрическое изображение векторов ξ и η в пространстве n -мерном. Векторы ξ и η независимы, т. е. если между ними отсутствует корреляция. В этом случае, отсутствие корреляции между двумя последовательностями ξ и η изображается геометрически тем, что векторы ξ и η перпендикулярны. При наличии корреляции эти последовательности векторов ξ и η образуют угол α .

$$\xi^2 + \eta^2 = \sum_{k=1}^n r_k^2$$

и величина α — это угол между векторами ξ и η в пространстве n -мерном. Векторы ξ и η образуют угол α .

При увеличении n α будет случайной величиной, α будет случайной величиной.

... $\Delta t = \frac{1}{F}$... где F — частота сигнала. Таким образом, на интервале T функция будет содержать $n = \frac{T}{\Delta t} = 2FT$ значений, образующих дискретную последовательность. Это поведение представит образ длительностью T непрерывной функции с частотным спектром вектором в пространстве конечного числа измерений.

4. Сообщение и сигнал. Подлежащее передаче сообщение может иметь либо дискретную природу (текст, цифровые данные), либо непрерывную (звук, изображение). В последнем случае ширина спектра может быть ограничена с учетом свойств получателя (т. е. свойства уха и зрения), и, следовательно, ξ и η в обоих случаях, т. е. как при дискретном, так и непрерывном сообщении, дело сводится к передаче векторной дискретной последовательности. Передача происходит путем преобразования сообщения в сигнал, который поступает в линию связи, и преобразовывается снова в сообщение на приемном конце системы связи.



Фиг. 2

Обозначим поданное сообщение через μ , соответствующий сигнал через ν и принятое сообщение — через λ . Соотношение между этими величинами в аналитической форме имеет вид

$$\lambda = \Psi(\mu), \quad \mu = \Psi^{-1}(\lambda)$$

где Ψ — оператор преобразования. Между сообщением и сигналом должно быть одно однозначное соответствие; при правильной работе системы можно быть $\mu = \lambda$, т. е. $\Psi \Psi^{-1} = 1$.

С геометрической точки зрения дело сводится к преобразованию пространства сообщений A_n в пространство сигналов A_s с последующим преобразованием пространства A_s в пространство сообщений A_m . Эти преобразования показаны схематически на фиг. 2, на которой изображены два сообщения μ_I и μ_{II} , соответствующие им сигналы ν_I и ν_{II} и принятые сообщения λ_I и λ_{II} . Пространство сигналов A_s может иметь иное измерение, чем пространство сообщений A_n и A_m . Так, например, при передаче непрерывную частотную модуляцию, мы имеем ширину спектра сигнала ν более широкую, чем ширина спектра сообщения μ с шириной F , что и означает увеличение $n = 2FT$.

Все возможные сообщения с заданной мощностью образуют ансамбль сообщений. Если члены ансамбля сообщений соответствуют различным сигналам, то и соответствующие сигналы также образуют ансамбль сообщений. Если ансамбль сообщений является дискретным, то и ансамбль сигналов будет дискретным. Если ансамбль сообщений непрерывен, то и ансамбль сигналов будет непрерывным. Таким образом, ансамбль сообщений будет обладать теми же свойствами, что и ансамбль сигналов. У точек в пространстве R_n ансамбля сообщений и ансамбля сигналов можно установить соответствие. Выбор закономерностей, обеспечивающих соответствие, осуществляется в общем смысле неопределенно.

5. Сигналы помехи x и сигнал f передаются на сигнал z по каналу связи. Если переданный сигнал обозначен через f , а приняты через z , то принятый сигнал будет:

$$z = f + \xi \quad \text{или} \quad z = f + \eta$$

Мы полагаем, что помеха выражается вектором с тем же числом составляющих, что и сигнал, так как и сигнал и помеха передаются по каналу связи с определенной мощностью P . Практически во всех интересующих нас случаях мощность сигнала и помехи независимы. Поэтому соотношение между сигналами и помехами может быть при $P \rightarrow \infty$ записано в виде:

$$z = f + \xi$$

где ξ — вектор помехи, f — вектор переданного сигнала.

$$P = P_f + P_\xi$$

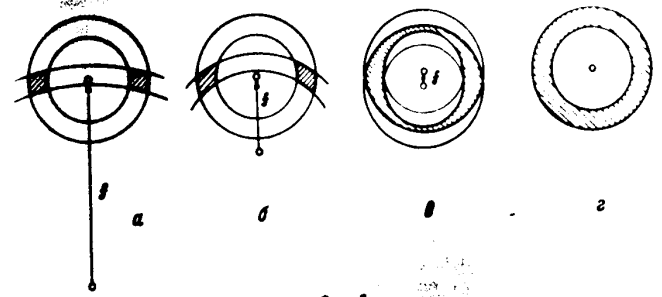
$$P = P_f \left(1 + \frac{P_\xi}{P_f} \right) = P_f \left(1 + \frac{P_\xi}{P_f} \right)$$

Если $P_f \rightarrow \infty$, то $P_\xi/P_f \rightarrow 0$ и $P \rightarrow P_f$. В этом случае можно считать, что помеха не влияет на мощность сигнала. Если же P_f невелико, то P_ξ/P_f может быть значительным, и P будет существенно больше P_f . В этом случае помеха оказывает существенное влияние на мощность сигнала. Если же P_f невелико, то P_ξ/P_f может быть значительным, и P будет существенно больше P_f . В этом случае помеха оказывает существенное влияние на мощность сигнала.

...распределены равномерно по области, удовлетворяющей обоим неравенствам (3) одновременно. Эта область получается в результате пересечения двух шаровых слоев и имеет тороидальное строение. На фиг. 4 изображены контуры этой области.

$$R_1 < |x| < R_2 \quad (3)$$

...представляются двумя шаровыми слоями, как показано на фиг. 4. Но конец вектора x и конец вектора ξ это не одно и то же. Поэтому эта точка должна с наибольшей вероятностью находиться в области, удовлетворяющей обоим неравенствам (3) одновременно. Эта область получается в результате пересечения двух шаровых слоев и имеет тороидальное строение. На фиг. 4 изображены контуры этой области.



Фиг. 5

Такое представление позволяет разъяснить возникающий иногда вопрос о том, почему наличие сигнала уменьшает сферическую симметрию геометрического образа помехи.

Ответ на этот вопрос можно почерпнуть из фиг. 5, на которой изображение фиг. 4 повторено для нескольких постепенно убывающих значений мощности сигнала при неизменной мощности помехи.

Как видим, тороидальная область постепенно деформируется, превращаясь в пределе при $P \rightarrow 0$ в шаровый слой. Фиг. 5, д изображает этот предельный случай, когда $\xi = f$.

6. Помехоустойчивость. В результате наличия помехи на передаваемый сигнал образуется новый ансамбль принятых сигналов. Как можно, что помеха будет такова, что вектор помехи, будучи приравнен к вектору фактически переданного сигнала, совпадет с ним, тогда получим сообщение не о фактически переданном сигнале, а о помехе, которая тогда будет принята. Тогда, очевидно, при обратном преобразовании принятого сообщения не получим сообщение, не соответствующее переданному. Если же помеха не совпадет с фактически переданным сигналом, то получим сообщение, которое мы определим как ошибку. Вероятность ошибки зависит от соотношения между помехой и сигналом.

Наиболее распространенным является определение вероятности ошибки как отношения числа ошибок к общему числу сообщений. С геометрической точки зрения это отношение (для равновероятных сигналов) сводится к тому, что одним

отличается принятый сигнал с тем, к которому принятый сигнал ближе. На фиг. 6 показаны два возможных сигнала f_1 и f_2 ; фактически вероятности добавляется помеха ξ . При представленных на фиг. 6 отношениях в приемнике принятый сигнал отождествляется с f_1 и f_2 , т. е. будет совершено ошибочное решение, если вероятность ошибки $P_{\text{ош}}$ больше вероятности перехода кода к ближайшей соседней линии (штрих-пунктир на фиг. 6), т. е. если $P_{\text{ош}} > P_{\text{п}}$. Вероятность перехода, вероятности $P_{\text{ош}}$ и $P_{\text{п}}$ может быть подсчитана как геометрическая вероятность, если известно взаимное расположение точек f_1 и f_2 . Но сейчас важно лишь то, что вероятность ошибки тем меньше



Фиг. 6

чем больше ξ (при неизменной мощности) зависит от отношения энергии сигнала к энергии шума в системе передачи. Для одной и той же энергии можно построить различные ансамбли сигналов, для которых наименьшее расстояние между сигналами будет больше или меньше. Более устойчивой в отношении помехи является такая система при заданной помехе, в которой расстояние между сигналами больше. Если анализировать длину вектора ξ сходящегося к f_1 или f_2 , то $P_{\text{ош}} = \text{const}$ при $\xi = \text{const}$. Поэтому, если найти

$$P_{\text{ош}} = \text{const} \quad \xi = \text{const}$$

то можно будет найти, как изменятся, если ξ изменится, и наоборот, как изменится ξ , если $P_{\text{ош}}$ изменится. Другим способом приема ансамбля сигналов является прием на отрезке сигнала. Другими словами, приемник, находясь в состоянии покоя, должен построить вектор ξ и сравнить его с векторами сигналов, к которому он ближе из векторов f_1 и f_2 . Этот способ приема по Котельникову называется приемом на отрезке сигнала. Этот способ приема не является единичным, так как приемник не отделяет себе приемный, отождествляет принятый сигнал с тем из возможных переданных, к которому он ближе, а не с тем, к которому он находится на заданном расстоянии от центра сигнала, которая представляется

вероятности. Если же сигналы не равновероятны, то можно получить более выгодные соотношения, располагая точки маловероятных сигналов ближе к точке наиболее вероятных сигналов — реже. Такое наилучшее расположение точек сигналов есть геометрическое толкование того, что называется оптимальным кодированием.

$$I = \log_2 N$$

Таким образом, для пропускной способности имеем

$$C = \frac{1}{T} = \frac{1}{T} \log_2 N$$

В этих формулах все возможные сообщения мы представляем равной вероятности.

Рассмотрим ансамбль из N сигналов с одинаковой средней мощностью. В пределе любой сигнал, выражаемый процессом, имеющим постоянную дисперсию, удовлетворяет этому условию. Но применим и к ансамблю сигналов, обладающих постоянной мощностью на любом промежутке времени. Таков, например, двоичный сигнал вида f_1 и f_2 или сигнал ЧМ, ФМ и др. Так как в выбранном нами масштабе мощность и выражается длиной вектора, то все сигналы одинаковой мощности располагаются на поверхности сферы соответствующего числа и мерности. Чем больше число сигналов, образующих ансамбль, тем больше пропускная способность, тем теснее располагаются точки (концы векторов) сигналов на поверхности сферы, т. е. тем меньше расстояние между ближайшими сигналами. С другой стороны, чем меньше расстояние, тем больше вероятность ошибки, т. е. тем ниже помехоустойчивость. Таким образом, повышая пропускную способность, мы понижаем помехоустойчивость, и наоборот. Видно, что при заданном наименьшем расстоянии между точками сигналов их следует располагать на поверхности сферы с наибольшей равномерной плотностью. Это положение относится к равновероятным сигналам. Если же сигналы не равновероятны, то можно получить более выгодные соотношения, располагая точки маловероятных сигналов ближе к точке наиболее вероятных сигналов — реже. Такое наилучшее расположение точек сигналов есть геометрическое толкование того, что называется оптимальным кодированием.

8. Предельная пропускная способность. Требования к максимальной пропускной способности и высокой помехоустойчивости вообще говоря, как мы видели, противоречивы. Но можно сделать так, чтобы эти требования при сколько угодно малой вероятности ошибки были выполнены. Предельная пропускная способность достигается при этом путем неограниченного уменьшения вероятности ошибки и следовательно флуктуаций длины и положения вектора помехи, а следовательно и мерности λ . В пределе вектор помехи может быть произвольной длины $\lambda = \sqrt{P_{\text{ш}}}$, и если развести точки сигналов по поверхности сферы, то можно опекаться на различных точках сигнала, не пересекая их, т. е. можно (по Котельникову) приемник безошибочно отождествит принятый сигнал с фактически переданным. Теперь ясно, что наилучшее представление о пропускной способности сводится к частоте симметричной поверхности сферы радиуса $\sqrt{P_{\text{ш}}}$ шаронах сферической геометрии.

измен на круга радиуса $\sqrt{P_n}$, или поместить на плоскости P_n один сегмент показан в разрезе.

Точное решение задачи, как, впрочем, и решение задачи о наиболее плотной укладке в n -мерном пространстве, неизвестно. Однако недавно установленны [2] следующие оценки для числа N шаров, помещающихся шаровых сегментов с углом раскрытия θ :

$$(1 + \epsilon_1)(\sin \theta)^{-1} \leq N^{1/n} \leq (1 + \epsilon_2)(1 + n)^{1/n} (\sqrt{2} \sin \theta)^{-1}$$

где ϵ_1 и ϵ_2 — функции n , убывающие как n^{-1} . Пользуясь соотношениями фиг. 6, можно представить эти неравенства в виде

$$A \left[\frac{1}{2} \left(2 + \frac{P}{P_n} + \frac{P_n}{P} \right) \right]^{n/2} \leq N \leq nB \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{P}{P_n} \right) \right]^{n/2}$$

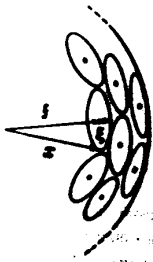
Логарифмируем и пренебрегая $\log_2 A$, $\log_2 B$ и $\log_2 n$ по сравнению с n , получаем для предельной пропускной способности

$$C = F \left[\log \left(1 + \frac{P}{P_n} \right) - 1 \right]$$

Это соотношение отличается от известной формулы Шеннона [3]

$$C = F \log_2 \left(1 + \frac{P}{P_n} \right)$$

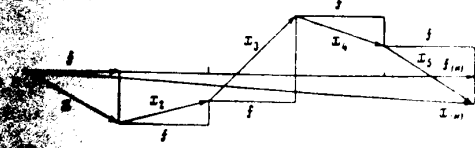
В частности, при $P = P_n$ обе оценки сходятся к известной формуле Шеннона, как и по Шеннону, при этих условиях $C = F$. Это означает, что пропускная способность обработки информации не зависит от частотной пропускной способности канала.



Это означает, что при увеличении пропускной способности канала, при этом увеличении числа сегментов, что приводит к увеличению поверхности сферы. Наконец, при $n \rightarrow \infty$ все предельные соотношения при $n \rightarrow \infty$, что следует из всего вышесказанного, ошибка неочевидна, а пропускная способность тем не менее увеличивается вероятность ошибки.

Выполнение соответствующих расчетов для канала с помехами показывает связь между помехоустойчивостью и пропускной способностью.

Применяя специальный метод передачи, можно и в этом отношении выполнить, т. е. осуществить прием со сколь угодно малой вероятностью ошибки. Речь идет о методе накопления информации. Метод накопления состоит в том, что складывается несколько копий сигнала, по-разному искаженных помехами. Для того же получить несколько экземпляров сигнала, необходимо, чтобы соответствующее число независимых каналов. Наличие нескольких каналов здесь следует понимать в том смысле, что помехи в них должны быть статистически не зависимы. Число возможных



вариантов метода накопления определяется числом способов разделения сигнала, т. е. числом способов разделения сигнала по частотам, по времени, по пространству. Так, например, частотное разделение, временное разделение, пространственное разделение или оставим в стороне, так как этот вид разделения не имеет смысла, собственно говоря, не только каналов (на одной линии), а нескольких линий.

При m независимых экземпляров сигнала, равное число копий, складываемых через m . Если применяется временное разделение, длительность сигнала возрастает в m раз, если же каналы разделены по частоте, то во столько же раз возрастает полоса частот. Таким образом, в обоих случаях увеличение числа каналов в m раз увеличивает n в m раз, т. е. имеем $n_m = mn$. С другой стороны, вследствие локальности помех и некогерентности помех суммирование сигналов и помех происходит по разным законам. Процесс суммирования помех по Гауссу складывается $m = 5$ сигналов.

При m независимых экземпляров сигнала, равное число копий, складываемых через m . Если применяется временное разделение, длительность сигнала возрастает в m раз, если же каналы разделены по частоте, то во столько же раз возрастает полоса частот. Таким образом, в обоих случаях увеличение числа каналов в m раз увеличивает n в m раз, т. е. имеем $n_m = mn$. С другой стороны, вследствие локальности помех и некогерентности помех суммирование сигналов и помех происходит по разным законам. Процесс суммирования помех по Гауссу складывается $m = 5$ сигналов.

При m независимых экземпляров сигнала, равное число копий, складываемых через m . Если применяется временное разделение, длительность сигнала возрастает в m раз, если же каналы разделены по частоте, то во столько же раз возрастает полоса частот. Таким образом, в обоих случаях увеличение числа каналов в m раз увеличивает n в m раз, т. е. имеем $n_m = mn$. С другой стороны, вследствие локальности помех и некогерентности помех суммирование сигналов и помех происходит по разным законам. Процесс суммирования помех по Гауссу складывается $m = 5$ сигналов.

$$X_{(m)} = \sum_{i=1}^m x_i = \sum_{i=1}^m (f + \xi_i) = mf + \sum_{i=1}^m \xi_i$$

$$\xi_{(m)} = \sum_{i=1}^m \xi_i$$

где $\xi_{(m)}$ — помеха, нормальная к ветру mf ; его длина фактурно равна \sqrt{m} . Таким образом, отношение длины вектора результирующей помехи к длине вектора результирующего сигнала

$$I_{(m)} = mf$$

Таким образом, накопление эквивалентно увеличению

10. Разделение сигналов. Выше упоминалось разделение сигналов. Речь идет о том, что при многоканальной связи, т. е. при передаче по нескольким каналам нескольких независимых сигналов, необходимо на приемном конце произвести разделение сигналов с тем, чтобы направить каждый из них по своему назначению. Для этого необходимо, чтобы сигналы определенным образом различались между собой; разделение и основывается на использовании этого различия.

Общему принципу разделения можно дать простое геометрическое толкование. Пусть передаваемые сигналы различаются по некоторому параметру λ , который может, в частности, иметь смысл частоты или времени. Записав выражение для сигнала в виде

$$f = A \cos(\lambda t)$$

положим, что сигналы одного какого-либо канала укладываются в интервал значений (сплоосу)

$$\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$$

и что подосы различных каналов не перекрываются, т. е. что граница каждой подосы лежит вне других. С геометрической точки зрения означает, что пространству Δ параметра λ делится на линейно независимые подпространства Δ_i . Тогда операция разделения истолковывается как операция проектирования пространства Δ на соответствующее пространство Δ_i .

Отсюда следует важное утверждение о том, что условие потенциальной разделимости сигналов не зависит от линейности (17). В описанной операции проектирования с геометрической точки зрения операция разделения по линейным функциям.

Заключение. Как видно из вышесказанного очерка, геометрическая теория позволяет не только анализировать, но и синтезировать теорию связи, но и является основой для их разрешения. Поэтому метрическая теория способствует дальнейшей разработке. Это относится только к прикладным аспектам. Так, были бы весьма полезными дальнейшие усилия в направлении решения задач о наиболее плотной упаковке тел в n -мерном пространстве. Улучшение существующих в настоящее время оценок позволило бы решить ряд прикладных задач при конечном n .

Поступило 14 IV 1955

ЛИТЕРАТУРА

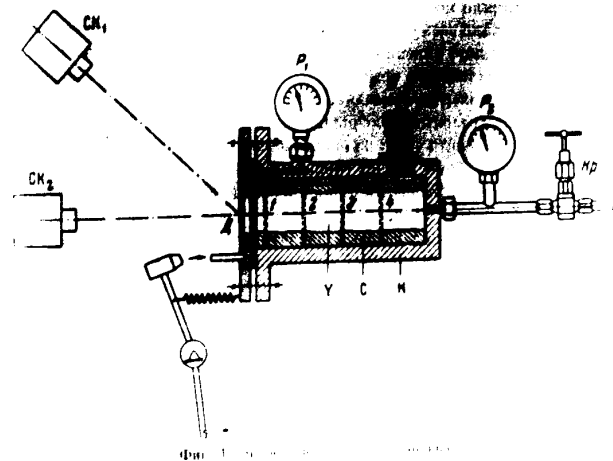
1. Shannon C. E. Communication in the presence of noise. PIRE 37, 1948.
2. Chabauty C. Resultats sur l'empilement de calottes egales sur une sphere N°. CR 236, 1962, 1963.
3. Шэнон К. Е. Теория информации. Передача электрических сигналов. Теория передачи информации в условиях помех, под. ред. Н. А. Делоне, МРЭ, 1949.
4. Харисов А. А. Геометрическая теория порога пропускной способности. Доклады АН СССР, № 7, 1955.
5. Харисов А. А. Теория порога пропускной способности. Доклады АН СССР, № 1, 1957.
6. Миллер Р. S. Fundamental aspects of linear multiplexing. Bell System Technical Journal, № 3, 1954.
7. Харисов А. А. Теория линейной селекции. ИТ Сб. ЛИС, № 10, 1955.

К ВОПРОСУ О ПРИРОДЕ И МЕХАНИЗМЕ ВНЕЗАПНЫХ
ВЫБРОСОВ УГЛЯ И ГАЗА

В. С. КРАВЧЕНКО

(Москва)

Изучение природы и механизма внезапных выбросов угля и газа, проведенное в Электромеханической лаборатории ИГД АН СССР по инициативе А. А. Скочинского, привело к обнаружению нового интересного явления¹.



Оказалось, что при определенных условиях происходит явление, называемое «быстрым понижением давления» (быстрое понижение давления), которое сопровождается образованием фронтальной поверхности дробления. Фронт дробления движется с большой скоростью в направлении дробления. В противоположность мелочный уголь.

¹ Опыты и расчеты выполнены в Электромеханической лаборатории ИГД АН СССР по инициативе В. М. Давиденкова.

... образцы угля ...
... и выброс угля ...

Если брались образцы угля ... (сопротивление разрыву $0,9-1,9 \text{ т/см}^2$), то при ... выбросы угля ограничивались ... быстро затухали. При этом ... начальное давление газа. Если образцы угля ... разрыву составляло менее $0,5 \text{ т/см}^2$, то они ... начало и выбрасывало весь угольный образец ... $20-30 \text{ кг/см}^2$. Описанное явление было ... хорошо воспроизводимым.

Проведенные опыты ... угольных пластах газом ... измельчить и выбросить ... на разрыв), ... сил газа необходимо ... женой поверхности.

Необходимый ... внезапное ... внезапное ... одной из причин ...

В естественных условиях ... угля возможно при ... веществ, при ... некоторых других случаях. Во всех этих случаях ... выброс угля и газа.

О механизме разрушения угля при ... двум кинофильмам, снятым ... (K_2) (фиг. 1). Несколько ... дедем на фиг. 2. Эти ... как о механизме разрушения ...

Однако лучшим ... осциллографирование. ... строения ...

Для осциллогра ... предварительно ... осциллографирование ...

... образцы угля ...

... выброс угля ...

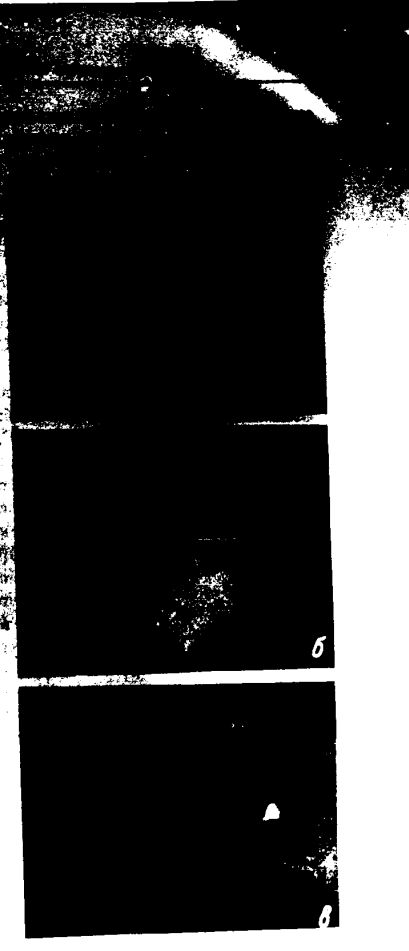
... образцы угля ...

... образцы угля ...

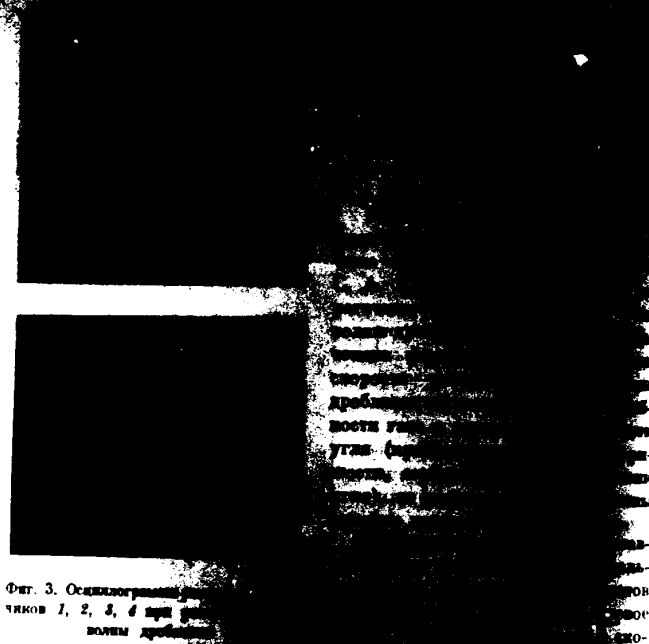
... образцы угля ...

... образцы угля ...

... образцы угля ...



Фиг. 2. Кадры скоростной киносъемки ... угля и газа: а - перед ... б - облако углекислого ... в - выброс угля и газа.



Фиг. 3. Осциллограммы изменений давления в газе при сорбции CO₂ в моменты времени 1, 2, 3, 4 при разном давлении сорбируемого газа.

$$\frac{v}{a} = \sqrt{\frac{2s}{s-1}} \quad (1)$$

Здесь v/a — коэффициент расширения газа в данном газе при давлении p_0 (в ат); s — коэффициент сжимаемости газа (для CO₂); m — коэффициент пористости угля (включая сорбированный газ); p_0/p_* — отношение давления газа на поверхности к давлению газа в глубине массива; p_*/p_0 — отношение пористости угля (включая газ, сорбированный на его поверхности) к пористости угля при давлении p_* (под истинной плотностью газа); b — величина, характеризующая сорбционную способность угля по формуле

$$b = p_0 \frac{q_0}{p_0 - p_*}$$

Кривая	Время, мин	p, ат	p*, ат	q, г/г	q ₀ , г/г	Т, °C	Установившиеся значения			
							расчетная	экспериментальная	расчетная	экспериментальная
1	5	40	57	28.5	2-3	42	—	14	42	
	10	40	70	35.0	1-2-3	42	14	7	42	
	15	55	87	33.6	1-2-3	59	59	28	59	
2	20	55	200	100	1-2-3-4	45	62	66	135	
	20	55	200	100	1-2-3-4	45	62	91	135	
3	45 ± 0.1	40	30	200	100	1-2	52	—	—	
						1-2-4	89	—	—	
	40	30	200	100	1-2-3-4	31	40	66	135	
					1-2-3	40	40	—	—	
40	30	200	100	1-2-3-4	40	87	—	—		

Здесь p_* — истинная плотность угля (исключая сорбированный газ); p_0 — давление (1 ат); q_0 и q_* — сорбционные емкости угля при давлении p_0 и p_* соответственно; T — температура в глубине массива; 0.1 — коэффициент сжимаемости, что в момент сброса газового давления (доли секунды) составляет всего лишь 0.1 от всего объема сорбированного газа (в сорбируемом угле). Для разрушения угля эта доля увеличивается. Разрушение напряжения, возникающие в угле при сорбции, определяются по формуле

$$\sigma = p_0 \left(1 + \frac{0.1b}{m} \right) \left(1 + \frac{0.1b}{m} - \frac{1}{\tau} \frac{p_0}{p_*} \right) \quad (2)$$

Здесь σ — напряжение, возникающее в угле при сорбции; τ — время, прошедшее с момента начала сорбции; p_0 — давление сорбируемого газа; p_* — истинная плотность угля; m — коэффициент пористости угля; b — величина, характеризующая сорбционную способность угля по формуле (1). Следует отметить, что не следует забывать, что и в формуле (2) с коэффициентом сжимаемости τ следует учитывать кажущуюся пористость угля, включая сорбированный газ, и его объем, включая сорбированный газ. Другую величину τ будем считать промежуточной величиной, определяемой из написанных ниже уравнений, и не будем останавливаться на их физическом смысле.

$$\frac{v}{a} = \frac{s-1}{s} \frac{a^2}{a} \quad \alpha = \frac{v}{a} \left[\left(1 + \frac{0.1b}{m} \right) \tau \frac{p_0}{p_*} - 1 \right] \quad (3)$$

Эти формулы справедливы только в определенных пределах. В свою очередь зависит от p_* .

$$\frac{v}{a} = \frac{s-1}{s} \frac{a^2}{a} \frac{1}{\tau} \frac{p_0}{p_*} \left(1 + \sqrt{\frac{2}{s+1}} \frac{a_0}{v} \right) \quad (4)$$

$$v = \frac{1}{\sigma(\sigma+1)} \left[1 + \sqrt{\frac{1}{\sigma(\sigma+1)}} \right] \quad (6)$$

При вычислениях на приведенных уравнениях, также принимая в качестве σ , зависимость в угле газом и разрушающемся угле при распространении волны дробления, а также максимальные значения пористости волны дробления σ и зависимость ее от давления p_0 и свойства угля: прочностные свойства, начальные пористости и плотности угля.

При вычислениях использовались следующие исходные данные (при разрушении угля): средняя пористость $m = 0.02$, коэффициент пористости $\sigma = 0.3$, начальная пористость $m_0 = 0.01$, коэффициент пористости $\sigma_0 = 0.3$, начальная пористость $m_0 = 0.01$, коэффициент пористости $\sigma_0 = 0.3$.

По мере распространения волны дробления коэффициент пористости σ увеличивается, а начальная пористость m_0 уменьшается.

В соответствии с этим начальные скорости волны дробления — начальная (меньшая) и установившаяся (большая).

Результаты вычислений приведены в Табл. 1, где для сопоставления приведены также измеренные значения скорости волн дробления на различных образцах угля.

Начальная скорость волны дробления фактически замерялась не мгновенно, а как средняя скорость v_{12} на участке в 4 см между датчиками 1 и 2, т. е. и замерялся с завышением против истинного значения.

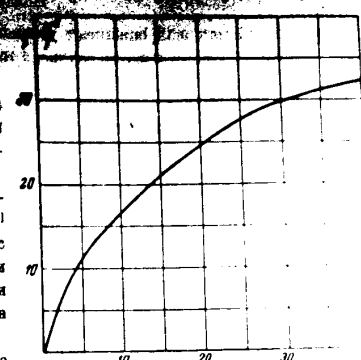
Установившаяся скорость и замерялась как средняя скорость v_{23} на участке в 4 см между датчиками 2 и 3, т. е. на расстоянии, где установившийся процесс не достигал датчиков.

Средняя скорость v_{23} на участке между датчиками 3 и 4 падает по мере распространения процесса, но ее значения были ниже вычисленных. Как видно, чтобы определить истинный процесс, необходимо пользоваться образцами угля.

Средние значения замеренных показали, что измеренные скорости волны дробления (начальная и установившаяся), как и ожидаемые, оказались близкими к вычисленным начальной и установившейся в предыдущих опытах с полным выбросом (при $\sigma = 0.3$).

Таким образом, полученные экспериментальные данные оказались близкими к опыту и теории и тем самым подтвердили возможность

... при ... угле ... дробления ... пористости ...



Фиг. 4. Изотерма сорбции метана

При известном давлении газа фактически $p_0 = 20 \text{ кг/см}^2$. При увеличении давления метана сорбционная емкость

угля растет приблизительно $25 \text{ м}^3/\text{т}$. Примем, что в неразрушенном массиве угля 10 % сорбированного газа способно к мгновенному выделению, а в разрушенном угле — 20 %. Далее примем $a_0 = 430.5 \text{ м/сек}$ и $c = 1 \text{ м/сек}$ (или больше).

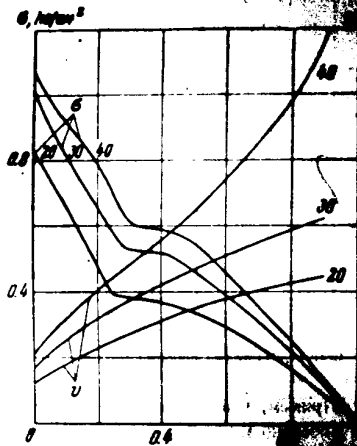
На основании приведенных уравнений и принятых исходных данных на фиг. 5 построены зависимости $\sigma = \sigma(p_0/p_0)$ и $v = v(p_0/p_0)$ для различных значений максимальных давлений $p_0 = 20, 30, 40 \text{ кг/см}^2$.

Из них эти зависимости и знал фактическую прочность угля на разрыв легко установить возможность или невозможность существования волны дробления, т. е. решить вопрос о возможности или невозможности распространения выброса. Так, например, при $p_0 = 20 \text{ кг/см}^2$ и при прочности угля на разрыв более 0.5 кг/см^2 выброс угля не распространится, так как для его поддержания необходимо давление угля на волнон дробления $p_0 = 0$, что невозможно. При прочности угля на разрыв 0.3 кг/см^2 выброс угля будет поддерживаться ($p_0/p_0 = 0.3$), а при 0.1 кг/см^2 при общем пористости $m = 0.02$ и $\sigma = 0.3$ потребуется давление 8.4 кг/см^2 .

Для определения скорости волны дробления можно воспользоваться той же фиг. 5, из которой можно установить, что при $\sigma = 0.3 \text{ кг/см}^2$ и $p_0/p_0 = 0.58$ скорость волны дробления составляет 74 м/сек .

Согласно опыту и теории на участках влияния горючего давления, несомненно, участвует в процессе формирования взрывных волн пористость m и разрушение угля. Роль горючего давления все же никак не должна быть оценена с помощью уравнения (3).

При этом пористость m понижается и в итоге с этим уменьшается сила газа (напряжения σ). С разрушением угля возрастает пористость m и разрушение угля возрастает



Фиг. 5. Разрушение газопроводов при внезапном выбросе в зависимости от давления (m = 0.05; CH₄; P₀ = 20; ...)

1) дегазацию клапана ...
 2) не следует применять методы ...

Дальнейшее изучение природы и механизма внезапных выбросов угля и газа должно быть направлено на изучение других ...

Получено 11.11.1955

ЛИТЕРАТУРА

1. Никольский А. А. О волнах внезапного выброса газопроходной среды. ДАН СССР, т. 88, № 4, 1953.
2. Никольский А. А. О волнах разрушения газопроходных пород. ДАН СССР, т. 91, № 6, 1953.
3. Христианович С. А. О волне дробления. Изв. АН СССР, 1955, № 12, 1955.

НЕКОТОРЫХ СВАВОВ

В. ГУЛЯНИЦКАЯ и Е. П. ВОГОВАРОВА
 (Москва)

В настоящей работе приведены данные по определению электропроводности и теплопроводности некоторых составов сульфидов меди и никеля в системе Cu-Ni-Fe-S.

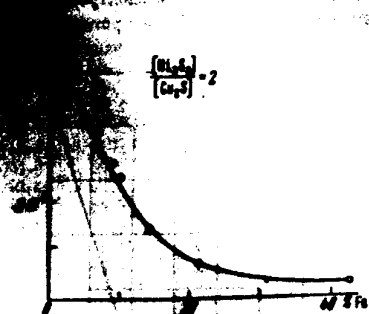
Равновесная система Cu-Ni-Fe-S изучена в настоящее время преимущественно исследованием системы Cu-Ni-S. Часть тройной системы Cu-Ni-Fe-S построена по данным термодинамического анализа Д. Лейвицкой [1]. Полученная ими часть диаграммы системы Cu-Ni-S построена по данным термодинамического анализа Д. Лейвицкой был также исследован состав двух медно-никелевых производственных штейнов. Исследования по определению электропроводности и теплопроводности медно-никелевых сульфидных сплавов нами проводились с использованием фазовых составов изучаемых сплавов сульфидов меди и никеля при приготовлении сплавов были использованы материалы при приготовлении сплавов были использованы материалы меди и железа, полученные в лабораторных условиях из чистых металлов.

Исследования электропроводности и теплопроводности проводились для сплавов сульфидов двух видов: сплавы первого вида приготавливались путем сплавления отдельных сульфидов в соответствующих соотношениях, сплавы второго вида — путем сплавления двух (Cu₂S + Ni₃S₂) и трех сульфидов (Cu₂S + Ni₃S₂ + FeS) (табл. 2). Полученные

Состав сплавов сульфидов меди и никеля

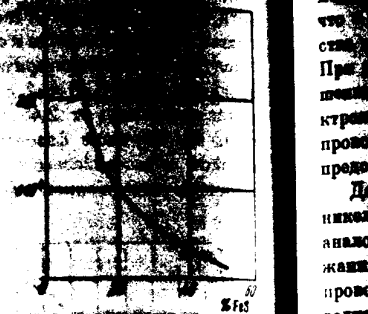
Состав сплавов		Состав сплавов		Состав сплавов		Состав сплавов	
100	80	80	75	66.6	60	50	33.3
—	10	20	25	33.3	40	50	66.6

Значения удельной электропроводности γ $\text{ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$ сплавов сульфидов меди и никеля и железа в зависимости от содержания серы



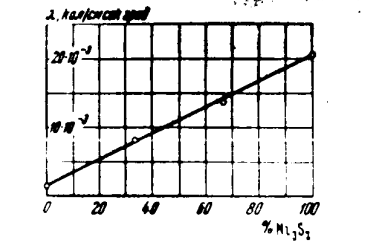
Фиг. 3. Значения удельной электропроводности γ $\text{ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$ сплавов сульфидов меди и никеля и железа в зависимости от содержания серы

Значения удельной электропроводности γ $\text{ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$ сплавов сульфидов меди и никеля и железа в зависимости от содержания серы

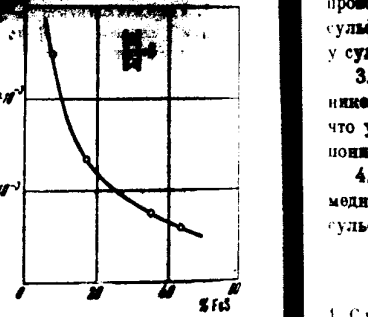


Фиг. 4. Значения удельной электропроводности γ $\text{ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$ сплавов сульфидов меди и никеля и железа в зависимости от содержания серы

Заслуживает внимания то, что при изменении на величину электропроводности в исследованных образцах было получено достаточно хорошее соответствие удельной электропроводности этих образцов показанию, полученному при колебании содержания серы в сульфиде никеля от 30 до 100 %.



Фиг. 5. Значения удельной теплопроводности сплавов сульфидов меди и никеля λ кал/см сек град.



Фиг. 6. Удельная теплопроводность медно-никелевых сплавов

удельная электропроводность уменьшается от $3.1 \cdot 10^4$ до $6.5 \cdot 10^4 \text{ ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$, т. е. с уменьшением серы электропроводность сульфидов увеличивается. Результаты измерения удельной электропроводности сплавов сульфидов меди и никеля (фиг. 1) показывают, что с увеличением содержания

и электропроводности сплавов сульфидов меди и никеля уменьшается от $0.037 \cdot 10^4 \text{ ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$ у Cu_2S .

Значения удельной электропроводности для металлизированных медно-никелевых сульфидных сплавов (фиг. 2), содержащих: Ni от 60 до 15 % мол., S 25 % мол., получились того же порядка, что и для чистых сульфидных сплавов. С возрастанием в сплавах количества серы, соответственно, и Cu_2S электропроводность их уменьшается. При исследовании и сплавам сульфидов меди и никеля, взятых в соотношении $[\text{Ni}]:[\text{Cu}_2\text{S}] \approx 2$, сульфида железа, наблюдается понижение электропроводности медно-никелевых сплавов с различным содержанием железа, представленно на фиг. 4.

Данные по измерению теплопроводности медно-никелевых и медно-никель-железных сульфидных сплавов (фиг. 5 и 6) имеют характер, аналогичный удельной электропроводности. При возрастании содержания в сплавах сульфида меди (фиг. 5) и сульфида железа (фиг. 6) теплопроводность сплавов уменьшается, однако уменьшение удельной теплопроводности выражено менее резко, чем у удельной электропроводности.

Выводы

1. Сплавы медно-никелевых сульфидных сплавов, содержащих железо в количестве 45-50 %, по данным термического и микроструктурного анализа являются твердыми растворами Ni — Cu — Fe, сульфида меди (Cu_2S) , сульфида никеля (Ni_3S_2) , сульфида железа и оксида железа (FeO) .
2. Удельная электропроводность сплавов меди и никеля — наименьшей электропроводности сплавов с содержанием железа ($\gamma = 3.78 \text{ ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$), наименьшая электропроводность сплавов с содержанием меди ($\gamma = 6.5 \cdot 10^4 \text{ ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$); наибольшая электропроводность у сульфидов никеля ($\gamma = 3.1 \cdot 10^4 \text{ ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$).
3. Сопоставление электропроводности твердых медно-никелевых и медно-никель-железных сульфидных сплавов при температуре 20 °C показывает, что увеличение содержания в сплавах сульфида меди и сульфида никеля понижает электропроводность сплавов.
4. Теплопроводность твердых медно-никелевых сульфидных сплавов и медно-никелевых сплавов с увеличением содержания сульфида меди и сульфида железа уменьшается.

Поступило 22.11.63

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов В. И. Металлургия медно-никелевых сплавов. М.: Металлургия, 1963.

О КИНЕТИКЕ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ АУСТЕНИТА

А. П. ГУЛИНОВ, В. М. ЗАЛКИН

Москва

Методика, основанная на опубликованных ранее исследованиях (например [1,2,3]), в которых определялась кинетика изотермического превращения перлита в аустенит, была в основном однотипной (нагрев и выдержка тонких стальных образцов в расплавленных солях или свином и обуславливала некоторые существенные количественные погрешности в результатах экспериментов.

Так, в работах, выполненных по указанной методике, временем нагрева образца до температуры ванны либо пренебрегали вовсе, либо учитывали с необходимой точностью замедления в нагреве образца по уменьшению температурного градиента между ним и ванной.

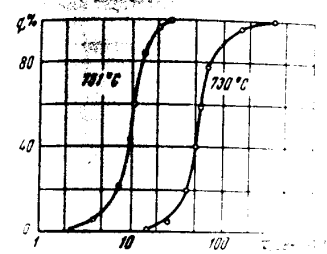
Следует также указать, что исследователи, как правило, игнорировали разницу превращения во время нагрева до температуры выдержки. В связи со значительной скоростью нагрева тонких стальных образцов в расплавленных солях предполагалось, что практически удается перенести перлит, не претерпевший каких-либо существенных изменений температуры выдержки (в надкритической области), при которой, по «инкубационного периода» и начинается изотермическое образование аустенита.

За длительность «инкубационного периода» принимали время начала изотермической выдержки, в течение которого не отмечаются изменения величины контролируемого физического свойства (твердость, электропроводность и др.) исследуемых образцов. Построенные по таким работ кривые кинетики изотермического превращения в различных температурах, как это видно, например, на фиг. 1 (исследования Роберта и Мэди [4]), отсекают на оси абсцисс (по которой отложено время выдержки) определенные отрезки, характеризующие время «инкубационного периода» при соответствующей температуре.

В данных исследованиях и в названных исследованиях практически фиксировано величину начала превращения, а та его степень, которая наблюдается в момент начала исследования позволяла впервые обнаружить, что «инкубационный период» кинетических кривых изотермического превращения, отсекающий на оси абсцисс не является объективной характеристикой превращения.

Важнейшим недостатком превращения относится и к сводным кинетическим диаграммам, построенным по кривым, у которых область между осями координат

представляет обычно область устойчивости перлита. В диаграмме М. Е. Бластера [4], построенной по кривым Роберта и Мэди (фиг. 1), те можно предположить, что быстрый нагрев до температуры 840° и последующая закалка (без выдержки) не зафиксирует менее 0.5 % превращения. В то же время широко известным практическим и экспериментальным данным [5] изотермической закалке стали У-8 от названной температуры удается зафиксировать лишь конец превращения.



Фиг. 1. Кинетика изотермического превращения перлита в аустенит при температурах 771° и 730°. Диаграммы кинетики изотермического превращения перлита в аустенит при температурах 771° и 730° по исследованиям Роберта и Мэди (фиг. 1) и стали У-8, температура выдержки 840°, время нагрева в секундах, температура выдержки в градусах Цельсия (М. Е. Бластера [4]).

Одной из особенностей поставленных нами экспериментов по изотермическому превращению перлита в аустенит было применение при нагреве образцов метода электронагрева непосредственным протеканием электротока промышленной частоты. После окончания нагрева образцов до заданной температуры контролируемой фотокамерой начиналась изотермическая выдержка.

Температура выдержки автоматически поддерживалась на заданном уровне (точнее, в узком интервале температур ± 0,5° от заданной температуры) при помощи термоэлектрического преобразователя, осуществлявшего автоматическое включение и выключение выдержки. Изменение температуры образцов на протяжении выдержки в работах не отмечалось. Это позволило точно установить время выдержки при заданной температуре выдержки и пренебречь влиянием скорости нагрева.

Скорость нагрева до температуры выдержки в наших экспериментах данного типа была в пределах 100-200°/мин.

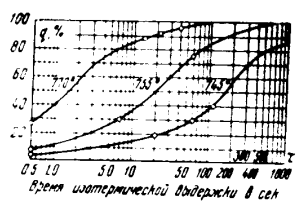
Кинетика изотермического превращения перлита в аустенит исходная структура — пластическая деформация, температуры выдержки 745, 755 и 770.

На фиг. 3 приведены кривые кинетики изотермического превращения перлита в аустенит, построенные по данным количественного анализа микроструктуры образцов, закаленных с заданной длительности.

А. П. Гуляев и В. М. Зайцев

Кинетика изотермического образования аустенита

При построении кинетических кривых учитывалось (на основании экспериментальных и расчетных данных) [1, 2], что процесс изотермического превращения перлита в аустенит начинается сразу после прекращения нагрева. В момент достижения температуры изотермической выдержки превращение уже получает определенное развитие. Показанная на фиг. 3 кинетическая кривая достигнута к моменту начала изотермической выдержки при различных температурах, определена по данным о кинетике превращения перлита в аустенит при непрерывном нагреве со скоростью 60 град/сек⁷¹ (с поправкой, учитывающей, что начало координат на фиг. 3 смещено относительно нуля по оси времени и соответствует 0,5 сек.).



Фиг. 3. Кинетика изотермического превращения перлита в аустенит стали У-8 при температурах 745°, 755 и 770° (скорость нагрева до температуры выдержки — 60 град/сек); количество аустенита q в %, время выдержки τ в сек.



Фиг. 4. Сводные диаграммы кинетики изотермического превращения перлита в аустенит стали У-8 (температура нагрева до температуры выдержки — 60 град/сек). Время изотермической выдержки τ в сек., температура t в °С.

Таким образом, точки пересечения кинетических кривых на фиг. 3 с осью ординат получены путем экстраполяции, а на основе экспериментальных данных.

То обстоятельство, что кинетические кривые изотермического превращения отсекают определенные отрезки не на оси абсцисс, а на оси ординат, является принципиальной особенностью рассматриваемых графиков: на них полностью отсутствует инкубационный период и различие развития превращения во время нагрева до температуры выдержки (с фиг. 1). Очевидно, для каждой заданной температуры изотермического процесса степень превращения, достигаемая к началу выдержки, будет увеличиваться с увеличением скорости нагрева. Однако при любой скорости нагрева и любой температуре выдержки (выше A_1) начало изотермического процесса не будет совпадать с началом превращения.

Отсюда следует, что при увеличении скорости нагрева отрезок, отсекаемый кинетической кривой на оси ординат, будет уменьшаться, но он не может быть равен нулю. Другими словами, в рассматриваемых условиях нагрева так называемое изотермическое образование аустенита является по сути комбинированным процессом, состоящим из изотермического протекания при непрерывном нагреве от A_1 до температуры выдержки и второй, идущей при постоянной температуре.

По экспериментальным данным о кинетике превращения перлита в аустенит при непрерывном нагреве [1] (фиг. 3) построены сводные диаграммы

и для стали У-8 такая диаграмма (для скорости нагрева 60 град/сек) изотермической выдержки — 60 град/сек) приведена на фиг. 4. На ней показываю время, необходимое для развития превращения на 50 и 100% при различных температурах.

Кинетические кривые превращения с осью ординат данной диаграммы, соответствующие 50 и 100% превращения, отложены в соответствии с данными о кинетике превращения при непрерывном нагреве со скоростью 60 град/сек. Данные точки взяты по кривым кинетики изотермического процесса при температурах 745, 755 и 770°.

Как показывает диаграмма, к началу изотермической выдержки при температуре 760° уже имеется около 40% аустенита. Для окончания превращения при этой температуре необходима выдержка продолжительностью 200 сек. Изотермический процесс при температуре 790° начинается при наличии 50% аустенита, а для завершения процесса при этой температуре требуется выдержка 100 сек.

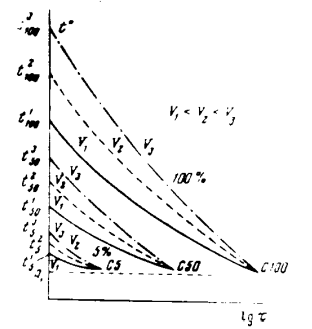
При температуре 820° превращение перлита в аустенит начинается еще во время нагрева. В процессе изотермической выдержки происходит лишь процесс образования аустенита и собирательной рекристаллизации.

Она показывает кинетику превращения перлита в аустенит при любой температуре выше A_1 , но при одной определенной скорости нагрева.

Положение точек пересечения кривых фиг. 4 с осью ординат не совпадает с A_1 и изменяется в зависимости от скорости нагрева и температуры выдержки.

На фиг. 5 приведена схема, показывающая влияние изменения скорости нагрева на кинетику изотермического образования аустенита. Точка A_1 — температура, близкая к T_c (обозначение нами T_c вместо T_s характерно для времени окончания образования аустенита при непрерывном переагреве, при котором не происходит превращения. Положение точек не зависит от скорости нагрева и температуры выдержки, а определяется исходной структурой. По мере увеличения скорости нагрева характерных точек A_1 и A_2 сдвигаются по мере увеличения скорости нагрева.

Кривая A_1A_2 характеризует кинетику превращения перлита в аустенит при постоянной температуре, но при различных скоростях. Она наиболее близка к кривой, полученной при непрерывном нагреве до температуры изотермической выдержки, и характеризует время полного завершения превращения при этом же



Фиг. 5. Влияние скорости нагрева на кинетику образования аустенита в стали У-8 при изотермической выдержке со скоростью 60 град/сек; температура t в °С.

температуру, увеличивается, так как при этом уменьшается степень деформации, достигаемая в процессе нагрева, до начала формирования агринов.

Июль-август 1953

ЛИТЕРАТУРА

1. Штеинберг С. С. Кинетика превращения аустенита при нагревании в углеродистой стали. Тр. Уральск. индустриальн. инст., № 4, 1957.
2. Миркин В. П. и Блаватер М. Е. Кинетика превращения аустенита в феррит. Металлургия, № 1, 1937.
3. Блаватер М. Е. Образование аустенита и структура закаленной стали. Об. Новое в металлургии, Виттоман, 1948.
4. Roberts D. and Mehl R. The mechanism and the Rate formation of austenite. Trans. of Amer. Soc. for Metals, 31, 1940.
5. Гудяев А. П. и Зайкин В. М. К вопросу об анализе термических кривых быстрого нагрева стали. ЖТФ, XXIV, 1954.
6. Гудяев А. П. и Зайкин В. М. Влияние скорости нагрева на положение температурного интервала превращения перлита в аустенит. ЖТФ, вып. 2, 1954.
7. Гудяев А. П. и Зайкин В. М. Кинетика фазовых превращений в стали при нагреве. Изв. АН СССР, ОТН, 1953.
8. Лавров А. А. Геометрические методы количественного анализа агрегатов в микроскопии. Гостеоиздат, 1941.

ПРОЧНОСТЬ И ПЛАСТИЧНОСТЬ
СЛОЖНОГО ФАЗОВОГО КОНСТРУКЦИОННОЙ СТАЛИ

М. П. ВРАУН и Е. Е. МАЙСТРЕНКО

(Киев)

Изготовление крупногабаритных деталей ответственного, и особенно турбинного, машиностроения требует такой стали, которая могла бы обеспечить сложный комплекс свойств прочности и пластичности при достаточно высокой вязкости и минимальной склонности к отпускной хрупкости.

Работа, проведенная в условиях Ново-Краматорского машиностроительного завода им. Сталина, преследовала цель изучить влияние массовой добавки некоторых легирующих элементов на свойства хромомарганцевой и хромоникелевой и хромоникелевой стали.

Из работ (1,2) следует, что марганец и хром повышают твердость и прочность конструкционной стали; особенно благоприятно влияние марганца на прокаливаемость стали, что важно для крупногабаритных изделий.

Дополнительное легирование хромомарганцевой стали никелем благоприятно действует в смысле повышения вязкости и пластичности.

Было намечено исследовать стали I группы с содержанием углерода 0,25% и II группы 2,3—2,7% никеля (табл. 1).

Стали обеих групп дополнительно легировали в небольших количествах следующими элементами: ванадием, вольфрамом, титаном, молибденом и в комплексе. В качестве комплексного были исследованы также сплавы двумя и тремя элементами: титаном и вольфрамом, вольфрамом и титаном, ванадием и вольфрамом.

Выплавка образцов осуществлялась в вакуумной печи емкостью 1 т. Для исследования влияния на свойства стали редиуглеродистой стали использовались металлы и сплавы: ванадий, молибден, титан, никель, вольфрам, за исключением вольфрама, который исследован в виде сплава с вольфрамом в аустенитическом виде. Шлаки, образующиеся при выплавке, удалялись механически.

Испытания на растяжение и ударные испытания проводились при температуре 850—800°С.

Определение механических свойств проводилось на образцах стандартных размеров по методу Мэннижа.

Заготовки разрывных и ударных образцов подвергались нормализации и последующему отпуску при температуре 600°С. Охлаждение проводилось в масле.

Химический состав исследованных сталей

Таблица 1

Комбинации № плавки

Средний химический состав

Группа	C	Mn	Cr	Ni	Sr	S	P	N
Cr-Mn-Ni	0.39	1.48	1.15	1.30	0.35	0.030	0.025	
Cr-Mn-Ni-Ti	0.36	1.35	1.16	1.54	0.30	0.027	0.026	
Cr-Mn-Ni-V	0.38	1.47	1.17	1.40	0.34	0.028	0.021	
Cr-Mn-Ni-W	0.37	1.25	1.06	1.57	0.24	0.029	0.020	
Cr-Mn-Ni-Mo	0.38	1.20	1.07	1.54	0.19	0.030	0.022	
Cr-Mn-Ni-Nb	0.36	0.99	1.01	1.58	0.30	0.018		
Cr-Mn-Ni-Ti-W	0.36	1.12	1.04	1.56	0.24	0.029	0.018	
Cr-Mn-Ni-V-W	0.35	1.39	1.09	1.45	0.24	0.018	0.024	
Cr-Mn-Ni-Ti-V-W	0.36	1.24	1.09	1.68	0.29	0.020	0.021	
II группа								
36	0.36	1.32	1.11	2.23	0.37	0.029	0.022	
74	0.36	1.36	1.27	2.51	0.28	0.015	0.026	
100	0.36	1.06	1.09	2.61	0.17	0.015	0.027	
127	0.37	1.36	1.16	2.35	0.27	0.028	0.021	
60	0.36	1.26	1.07	2.29	0.29	0.030	0.021	
49	0.36	1.26	1.06	2.47	0.30	0.016	0.021	
113	0.36	1.26	1.06	2.51	0.30	0.015	0.027	
35	0.36	1.26	1.06	2.30	0.34	0.029	0.021	
114	0.36	0.89	1.85	1.73	0.24	0.019	0.021	
Cr-Ni-W	0.36	0.75	1.10	1.68	0.29	0.029	0.019	
59	0.36	0.83	1.01	2.17	0.29	0.020	0.021	

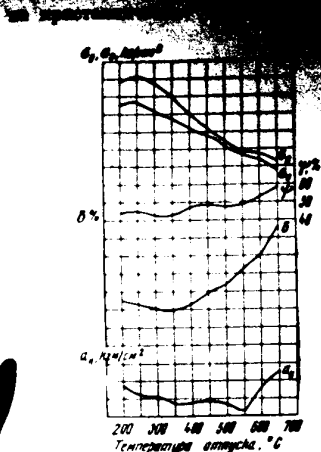
Механические свойства сталей после закалки и выдержки при температуре 600°С (см. № плавки)

T-600°

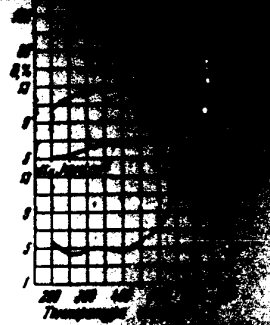
№	σ_b	σ_s	δ	ψ	a_k	σ_b	σ_s	δ	ψ	a_k
36	96.4	—	8.4	48.3	3.37	92.5	86.2	11.4	55.2	1.0
74	104.4	96.2	8.7	52.8	4.8	92.3	80.7	11.9	62.9	1.8
100	111.7	106.0	8.0	46.0	2.75	133.2	128	6.9	44.1	1.2
127	113.7	104.9	9.4	55.7	5.85	97.9	90.2	13.5	47.2	1.8
60	105.0	97.6	8.9	96.6	10.9	96.1	86.5	11.2	44.4	1.1
49	110.0	106.1	8.4	52.3	5.50	94.4	85.7	10.0	62.9	1.1
113	113.5	108.9	8.5	48.9	7.1	96.1	90.5	13.0	52.9	1.1
35	118.0	111.1	8.7	46.0	5.70	110.3	103.8	11.2	56.0	1.1
114	123.7	117.9	7.5	45.9	3.8	111.7	110.5	7.2	44.0	1.1

Сравнение основных механических характеристик опытных сталей после закалки и выдержки при температуре 600°С (см. № плавки)

№	σ_b	T-550°				T-600°				
		σ_b	σ_s	δ	ψ	σ_b	σ_s	δ	ψ	
36	96.4	93.0	9.3	49.6	2.38	95.6	84.4	10.9	53.7	1.1
74	104.4	99.1	9.3	—	1.0	105.5	89.5	10.0	—	—
100	111.7	111.1	18.2	48	—	108.4	104.4	8.0	56.4	—
127	113.7	107.0	—	48.8	1.6	100.2	90.5	13.5	49.7	2.2
60	105.0	98.0	—	—	—	99.0	94.1	13.6	48.4	0.9
49	110.0	106.0	—	—	—	94.4	85.7	10.0	62.9	1.1
113	113.5	108.9	—	—	—	96.1	90.5	13.0	52.9	1.1
35	118.0	111.1	—	—	—	110.3	103.8	11.2	56.0	1.1
114	123.7	117.9	—	—	—	111.7	110.5	7.2	44.0	1.1



Фиг. 5. Изменение механических свойств стали 35X12Z в зависимости от температуры отпуска T; плавка 36



Фиг. 6. Изменение механических свойств стали 35X12Z в зависимости от температуры отпуска T; плавка 36

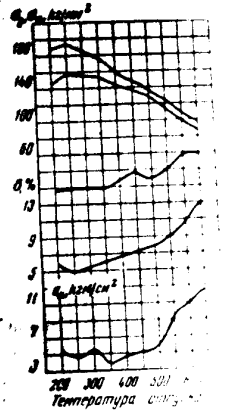
Повышение прочности и понижение вязкости стали в диапазоне температур 550—600°, видимо, связано с действием дисперсионных превращений мартенсита сложных, содержащих ванадий, карбидов в дисперсной форме. При более высокой температуре отпуска (650°) происходит коагуляция карбидов, в силу чего снижаются свойства прочности и незначительно повышаются свойства вязкости и пластичности.

Неоспоренный интерес представляет сложнолегированная сталь, содержащая вольфрам. Прежде всего следует отметить, что у этой стали после отпуска при 550 и 600° показатели свойств прочности, вязкости и пластичности значительно превосходят показатели свойств обычной стали. При этом легирование стали вольфрамом понижает пороговую температуру текучести и пределом прочности и при температурах отпуска 500—650° различие между σ_2 и σ_1 составляет лишь 8—10 кг/мм² (рис. 2).

Вольфрам хотя и кристаллизуется в объемноцентрированной кубической решетке, подобно α -железу, но значительно отличается от него большим атомным радиусом (1.408 Å), что вызывает искажение кристаллической решетки. Необходимо обратить внимание, что вольфрам имеет более высокую плотность (19.3 г/см³) по сравнению с железом (7.8 г/см³). Вольфрам содержит 0.37% С при несколько меньшем содержании углерода (1.25%), чем у исходной стали.

... при отпускной прочности $\sigma_2 = 105 \text{ кг/мм}^2$, $\sigma_1 = 95 \text{ кг/мм}^2$, $\delta = 10\%$.

... при отпускной прочности $\sigma_2 = 105 \text{ кг/мм}^2$, $\sigma_1 = 95 \text{ кг/мм}^2$, $\delta = 10\%$.



Фиг. 7. Изменение механических свойств стали 35X12Z в зависимости от температуры отпуска T; плавка 36

... при отпускной прочности $\sigma_2 = 105 \text{ кг/мм}^2$, $\sigma_1 = 95 \text{ кг/мм}^2$, $\delta = 10\%$.

... при отпускной прочности $\sigma_2 = 105 \text{ кг/мм}^2$, $\sigma_1 = 95 \text{ кг/мм}^2$, $\delta = 10\%$.

... при отпускной прочности $\sigma_2 = 105 \text{ кг/мм}^2$, $\sigma_1 = 95 \text{ кг/мм}^2$, $\delta = 10\%$.

решения стали, легированной титаном, вольфрамом и танталом, обеспечивающей высокую прочность и пластичность, не уступающей по свойствам стали высокой вязкости.

Данные о свойствах прочности, вязкости и пластичности II группы, содержащих больше никеля (2,4—3,3 %), чем первая группа (1,3—1,7 %), позволяют сделать следующие выводы:

Повышение содержания никеля в стали исходного состава (плавка 36) не вызывает никаких существенных изменений (фиг. 5).

У стали, дополнительно легированной титаном (плавка 74), наблюдается малое понижение динамической вязкости, а у стали, дополнительно легированной ванадием (плавка 100), — незначительное ее повышение.

При этом сочетание свойств прочности и вязкости обеспечивается легированием дополнительно легированной вольфрамом (плавка 71) либо ванадием (плавка 72). Однако свойства сохраняются на том же уровне, что и у стали I группы соответствующего состава. Из сравнения данных таблиц 3 и 4 можно сделать вывод, что повышение содержания никеля до 2,5% (таблица 1) по стали рассмотренных композиций, не изменяет существенно механические свойства. При этом мы не касаемся вопроса влияния подобного повышения содержания никеля на прокаливаемость стали, так как этот вопрос будет рассмотрен в отдельной статье.

Указанные выше соображения на основании проведенных экспериментов позволили подвергнуть более углубленному изучению сложнотитановую сталь 35ХГНВ (фиг. 6). Результаты определения свойств этой стали и стали хромоникелевой (35ХНМ, фиг. 7) показали, что первая сталь обладает не только теми же свойствами прочности и пластичности, что и сталь 35ХНМ, но и более высокой динамической вязкостью.

Поступило 24 II 1955

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Браун М. П. Основные свойства конструкционной хромомарганцевой стали. Изд. АН УССР, 1953.
- 2 Браун М. П. Комплекснотитановые конструкционные стали. Изд. АН УССР, 1952.

ВЛИЯНИЕ НА ИЗМЕНЕНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ НЕФТИ В НЕФТЯНЫХ КОЛЛЕКТОРАХ

С. А. МАМАН, В. Б. ШНЕЕРСОН и А. Г. МАМИКОНОВ

(Москва)

Проблема нефтеотдачи из продуктивных пластов обычно рассматривается в зависимости дебита от давления. Американские авторы (Макет, Джонс, Вильгун) считали, что поверхностные явления оказывают влияние на распределение нефти и воды в залежи и не зависят от давления⁽¹⁾. Применение различных методов интенсификации добычи нефти, особенно закачки воды, показало, что роль поверхностных явлений весьма велика и сильнее всего выражена в процессах отмывки нефтей различными водами. Поэтому влияние давления на изменение поверхностных свойств нефтей в вмещающих горных породах представляет особый интерес.

В последнее время в нефтяных научно-исследовательских учреждениях большое внимание уделяется исследованиям при высоких давлениях. В области работы технологии добычи нефти проводится определение различных физических и физико-химических характеристик нефтей и нефтегазовод при высоких давлениях и температурах (вязкость, плотность и др.).

М. М. Нусиков, Н. М. Лубман, А. Ю. Кошеник провели ряд работ по исследованию молекулярно-поверхностных свойств нефтей и нефтепродуктов при повышенных давлениях и температурах в отношении поверхностного натяжения на границе нефть — газ, нефть — вода, установили зависимость этих характеристик от полярности нефтей и газовой фазы^(2,3). До сих пор, однако, сравнительно мало изучено явление смачивания, которое играет большую роль в процессах вытеснения нефти из пласта, оно является чувствительным методом исследования и позволяет изучать поверхностные явления, происходящие в пласте при его разработке.

Впервые работы по определению краевых углов смачивания при различных давлениях были поставлены в Институте атомной промышленности в лаборатории И. Р. Кричевского и Е. Е. Большаковым⁽⁴⁾. Наблюдения изменения смачиваемости металлов различными жидкостями на границе с азотом, водородом, углекислым газом и кислородом при давлениях от 1 до 800 кг/см². В этих условиях при увеличении давления с увеличением давления ухудшаются.

М. М. Нусиковым, Н. М. Лубман и А. Ф. Ковалем в работе⁽⁵⁾ изучали изменение смачиваемости при высоких давлениях. В этой работе были проведены на границе с парафином и металлами измерения угла смачивания краевого угла весьма малыми количествами

исследования проводились в условиях атмосферного давления, входящих в состав нефти поверхности минералов, в частности кварца, кальцита, гипса, а также в условиях повышенного давления при помощи дозатора. В этих работах был объяснен механизм вымывания нефти из пористых сред, а также механизм ее повышения нефтеотдачи при помощи добавления поверхностно-активных веществ при площадном заводнении нефтяных пластов.

Для использования результатов, полученных при экспериментальном исследовании в условиях пласта, необходимо было провести экспериментальное исследование при давлениях до 350 кг/см^2 и высоких температурах (до 100°C) на границе с различными газами, с тем чтобы выявить влияние факторов. Наблюдение смачиваемости велось в присутствии азота и углекислого газа, что представляло особый интерес, так как эти газы при давлении и температуре при газо-водной репрессии для повышения нефтеотдачи [1]. Так, показали многолетние лабораторные опыты [40], присутствие газовой фазы в воде повышает ее нефтewымывающие свойства.

Настоящая статья посвящена результатам исследования смачиваемости кальцита, обработанного различными нефтями при высоких давлениях (до 350 кг/см^2) на границе с азотом; несколько опытов проведено на границе с углекислым газом при давлениях до 50 кг/см^2 . В качестве смачивающей среды была взята дистиллированная вода двойной перегонки и только в отдельных случаях — водопроводная вода или ее водный раствор (NaCl).

Предыдущими работами было показано, что под влиянием нефти повышается свойства различных минералов (кварца, кальцита и полиминерала), являющихся основными компонентами нефтяных коллекторов, и изменяются аналогично, т. е. во всех случаях наблюдается гидрофобизация поверхности. В качестве твердой фазы был выбран кальцит, так как он представляет ряд преимуществ при работе (дает более резкие явления гидрофобизации под влиянием поверхностно-активных веществ, прозрачен и легко раскалывается по граням спайности, давая достаточно большую поверхность).

Исследование смачивания проводилось в гистерезисных условиях [41], т. е. вначале при атмосферном давлении шпатель кальцита вымывался в течение часа толуольными растворами нефти, а затем чистой поверхностью шпателя при различных давлениях наносился на воду или растворами. Измерение проводилось на границе раздела капли воды — азот или углекислый газ при атмосферном давлении. Эта серия опытов проводилась при различных температурах.

Для измерения краевых углов смачивания при высоких давлениях были использованы специальные измерительные установки, которые позволяют измерять краевые углы смачивания.

Исследования проводились на минералах месторождения Майдан-Сары в виде двух-трехгранных пластинок шпатель из Якутии.

Шпатель кальцита в результате раскалывания минерала по граням спайности был выделен перед обработкой.

при исследовании смачивания минералов, входящих в состав нефти поверхности минералов, в частности кварца, кальцита, гипса, а также в условиях повышенного давления при помощи дозатора. В этих работах был объяснен механизм вымывания нефти из пористых сред, а также механизм ее повышения нефтеотдачи при помощи добавления поверхностно-активных веществ при площадном заводнении нефтяных пластов.

Для использования результатов, полученных при экспериментальном исследовании в условиях пласта, необходимо было провести экспериментальное исследование при давлениях до 350 кг/см^2 и высоких температурах (до 100°C) на границе с различными газами, с тем чтобы выявить влияние факторов. Наблюдение смачиваемости велось в присутствии азота и углекислого газа, что представляло особый интерес, так как эти газы при давлении и температуре при газо-водной репрессии для повышения нефтеотдачи [1]. Так, показали многолетние лабораторные опыты [40], присутствие газовой фазы в воде повышает ее нефтewымывающие свойства.

Настоящая статья посвящена результатам исследования смачиваемости кальцита, обработанного различными нефтями при высоких давлениях (до 350 кг/см^2) на границе с азотом; несколько опытов проведено на границе с углекислым газом при давлениях до 50 кг/см^2 . В качестве смачивающей среды была взята дистиллированная вода двойной перегонки и только в отдельных случаях — водопроводная вода или ее водный раствор (NaCl).

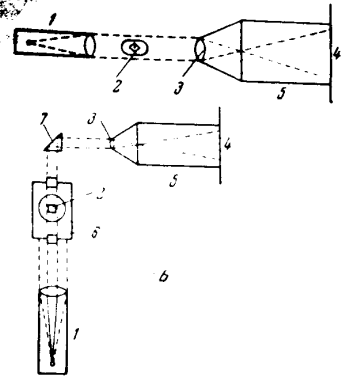
Предыдущими работами было показано, что под влиянием нефти повышается свойства различных минералов (кварца, кальцита и полиминерала), являющихся основными компонентами нефтяных коллекторов, и изменяются аналогично, т. е. во всех случаях наблюдается гидрофобизация поверхности. В качестве твердой фазы был выбран кальцит, так как он представляет ряд преимуществ при работе (дает более резкие явления гидрофобизации под влиянием поверхностно-активных веществ, прозрачен и легко раскалывается по граням спайности, давая достаточно большую поверхность).

Исследование смачивания проводилось в гистерезисных условиях [41], т. е. вначале при атмосферном давлении шпатель кальцита вымывался в течение часа толуольными растворами нефти, а затем чистой поверхностью шпателя при различных давлениях наносился на воду или растворами. Измерение проводилось на границе раздела капли воды — азот или углекислый газ при атмосферном давлении. Эта серия опытов проводилась при различных температурах.

Для измерения краевых углов смачивания при высоких давлениях были использованы специальные измерительные установки, которые позволяют измерять краевые углы смачивания.

Исследования проводились на минералах месторождения Майдан-Сары в виде двух-трехгранных пластинок шпатель из Якутии.

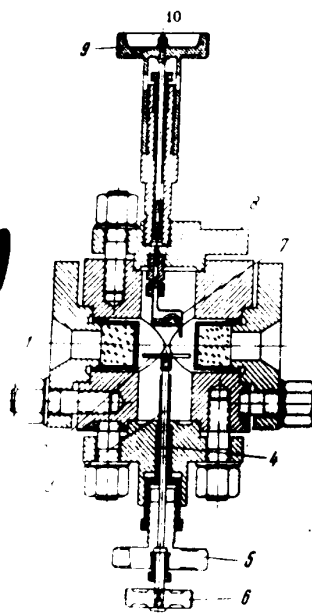
Шпатель кальцита в результате раскалывания минерала по граням спайности был выделен перед обработкой.



Фиг. 1. Оптическая схема установки для измерения краевых углов смачивания при высоком давлении — А и при атмосферном давлении — Б.

Камера высокого давления, изображенная схематически на рис. 1, изготовлена из нержавеющей стали. В стенках камеры, радиально относительно ее оптической оси, закреплены плоскопараллельные шлифованные стекла 1 толщиной 20 мм. За стеклами установлены предохранительный щиток и оптический датчик, который служит для оптического щитка. Образец исследуемого образца помещается в камеру через сальник А, выходящий из камеры. Образец перемещается по вертикальной направляющей в плоскости. В столике выделены места для размещения контрольных капель и для размещения датчика. Эти капли собираются в специальную емкость, расположенную на дне камеры. На дне камеры находится датчик жидкости с насыщающим раствором. Установка была изготовлена в лаборатории ИГиЛ АН СССР.

наибольшей скорости
по каналу канифитной
часть камеры вверх и
При работе с давлением до 100
средственно на баллоне (фиг. 3); при



на...
на...
став...
металличес...
немного...
ных до...
станок —
через штуцер...
насосом ГИВД...
ностью 1 д/час...
над ртутью в этом...
вазелиновым...
масляного бачка 3. При...
поступает в этот...
Второй...
двигается с...
и манометром...
При работе насос...
ртуть в газовой...
уменьшился...
давление газа в...
в камере...
Уровень ртути...
регулируется по...
сливном масляном...
из плексигласа.

Фиг. 3. Схема камеры высокого давления.

Для сигнализации крайних положений ртути предусмотрена...
К металлическому электроду, ввернутому в крышку газовой...
прикреплена стержень из плексигласа, длина которого на 2 см...
На нижнем конце стержня...
мощной второй плоской металлической электрод, соединенный с...
проводником...
подсоединены...
разомкнута и реле 1 через нормально замкнутый...
сигнальную лампочку 7 на штырь и гудок, сигнализирующие о...
Если ртуть находится между верхним и нижним контактами...
реле протекает ток около 20 ма, реле 1 срабатывает и...
контакты, вследствие чего зеленая лампочка гаснет и гудок...

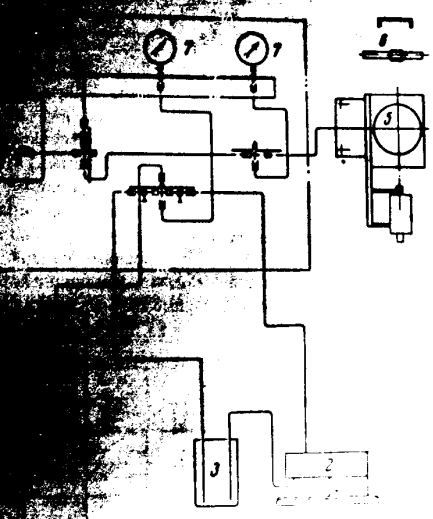
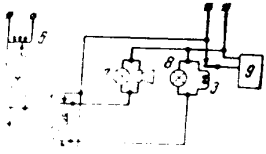


Схема установки высокого давления.

При...
световой и звуковой сигналы о...
при...
уровне, и автоматически прекращается...
И...
при...
соемого...
рала, предварительно...
В...
после...
так, чтобы...
К...
в...
на...

стакан. Увеличение угла смачивания
из масляного стакана в бочку при этом
протух в масляном стакане поднимается до
Когда достигается необходимое давление



ваго, которую
используя ее
системы и приспособления
Все исследования
так, что капли выносятся
деленном, заранее заданном давлении. Краевые углы измерялись несколько раз до получения устойчивых результатов и брались средние данные.

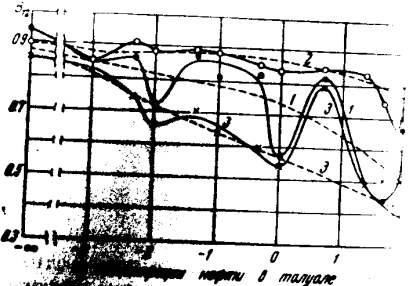
На границе с азотом смачивание
наблюдалось при разных давлениях—от 1 до 350 кг/см². Были исследованы четыре нефти из разных

ме Горадени (Сов. Кавк.), Баку, ромашкинского, туймазинского, бузовицкого и им. Ленина. Первые две—девоцкие из районов Второго Баку, а вторые две, бакинские—из подкирмакинской свиты.

Особенно подробно изучено влияние ромашкинской нефти. В этом случае были исследованы концентрации толуольных растворов, которые нами изучались ранее (см.) на других нефтях, в пределах от 0,001 до 100 %. Такие опыты проведены при атмосферном давлении, при 150 и 350 кг/см² и с семью различными концентрациями нефти в толуоле при всех указанных выше давлениях (фиг. 5 и 6).

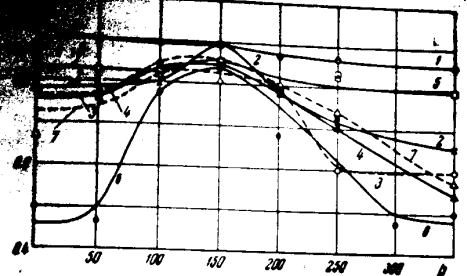
Кривая смачивания $V_{12} = \cos \theta$, полученная с ромашкинской нефтью при атмосферном давлении, дает взломы в зависимости от изменения концентрации нефти в толуоле (фиг. 5). Взятые логарифмы концентраций, так как последние изменяются в широком пределах.

С этой нефтью капли воды после нанесения на поверхность шлифа не сразу достигли равновесия, а постепенно растекались, что особенно заметно при больших концентрациях (50—75 %) нефти в толуоле. Аналогичное явление наблюдается только с одной из исследованных нами неф



Фиг. 5. Изменение угла смачивания V_{12} в зависимости от концентрации нефти в толуоле при атмосферном давлении. Кривые: 1—капля воды—воздух; 2—1 кг/см²; 3—1 кг/см²; 4—350 кг/см²; пунктиром показана основная закономерность изменения смачиваемости от давления.

сверхповерхностной
решка резко изменяется: при
нефти в толуоле получены значения $V_{12} = 0,900-0,840$ и даже при смачивании



Фиг. 6. Изменение смачиваемости кальция, обработанного толуольными растворами ромашкинской нефти, в зависимости от давления p (кг/см²). Гистерезисное смачивание (V_{12}) на границе: кальцит—капля воды (дест.)—азот: 1. ⊙—0 %, 2. ×—0,01 %, 3. ○—0,5 %, 4. △—1,0 %, 5. □—5,0 %, 6. ●—25,0 %, 7. △—100,0 %

концентрации, которая заметно выше других. Результаты получены при давлении, отличающемся от только что описанных. В этом случае, как и прежде, чем при атмосферном давлении, кривая 1—капля воды—воздух, лежит ниже других кривых. При увеличении давления кривые 1—капля воды—воздух и 2—1 кг/см² сближаются, но при атмосферном давлении, но при атмосферном давлении, занимают промежуточное положение. При атмосферном давлении, занимают промежуточное положение. При увеличении давления выравнивает колебания и приобретает правильный вид.

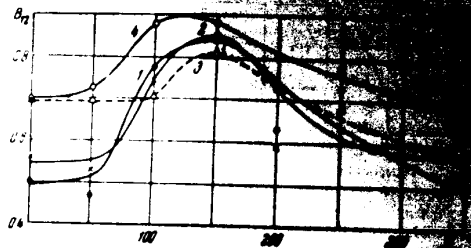
При 150 кг/см² в основном выявляется свойство ромашкинской нефти давать высокие значения смачивания, а при 350 кг/см² заметно ухудшается. На фиг. 5 и 6 штрихами показаны основные закономерности изменения смачивания от давления.

Опыты по смачиванию кальция, проведенные при атмосферном давлении, показали, что с повышением давления значения угла смачивания, достигая дальнейшего увеличения давления, достигают минимальных значений.

При этом давлении значения угла смачивания достигают наименьших значений.

Краевые углы при этих давлении достигают значений, полученных при атмосферном давлении. Краевые углы при атмосферном давлении $\theta_{12} = 57-71^\circ$ (фиг. 6).

При 100 %-ной концентрации нефти в растворе, так как с этой концентрацией достигается хорошее смачивание.



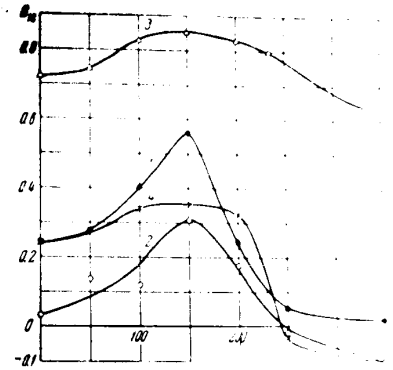
Фиг. 7. Изменение смачиваемости mica, обработанного толуоливыми растворами нефтей Второго Баку при различных давлениях p (кг/см²) на границе с воздухом (или вакуумом) (1) — Ромушская нефть — 25 %-ный раствор нефти в толуоле; 2 — дистиллированная вода; 3 — водородоудаленная вода; 4 — NaCl 10 % (в дистиллированной воде). Тульчинская нефть — 1 %-ный раствор нефти в толуоле; 4 — дистиллированная вода.

Особенно стоит отметить смачивание в случае краевой капли, т. е. при обработке mica чистым толуолом. Здесь при увеличении давления краевые углы лишь немного уменьшаются (от $\theta_{12} = 21$ до $\theta_{12} = 31^\circ$), т. е. смачивание несколько ухудшается (значение $B_{12} = 0.933$ до $B_{12} = 0.857$). Эти результаты сходны с данными, полученными при исследованиях на чистых поверхностях mica в лаборатории И. Р. Кричевского) и парафина В.А. Савицкого при контакте нефти и раствора, которым обрабатывалась mica. Таким образом, при отсутствии поверхностно-активных молекул в растворе давление действует однозначно, вызывая увеличение смачивания.

Повышение смачивания в интервале давлений от 100 до 300 kg/cm^2 при наличии нефтяной адсорбционной пленки, видимо, обусловлено ориентацией молекул в адсорбционном слое и их взаимодействием с жидкой фазой при этих давлениях. То, что при атмосферном давлении смачивание mica образно изменяется с концентрацией и вязкостью раствора, а также при нанесении капли на mica, также подтверждается тем, что при увеличении давления в адсорбционном слое сохраняют водородоудаленную воду.

При увеличении давления в адсорбционном слое при атмосферном давлении (100–200 kg/cm^2) заметен эффект смачивания mica (Фиг. 8). При больших давлениях этот эффект ослабевает, а при еще больших давлениях краевые углы достигают максимальных значений.

Можно предположить, что при этих давлениях подвижность молекул адсорбционной пленки увеличивается в адсорбционном слое, т. е. в этом случае имеет место явление угнетенного смачивания. При отсутствии поверх-



Фиг. 8. Изменение смачиваемости mica толуоливыми растворами нефти при различных давлениях p (кг/см²) на границе с воздухом (или вакуумом) (1) — дистиллированная вода; 2 — водородоудаленная вода; 3 — нефть (ПК-2) — 1 %-ный раствор нефти в толуоле; 4 — нефть (ПК-1); 3. Δ — нефть (ПК-1) в толуоле; 4. \times — 1.0 %-ный раствор нефти в толуоле.

пленки адсорбции в mica 40 % NaCl при атмосферном давлении смачивание mica несколько выше. При больших давлениях (100–300 kg/cm^2) были поставлены и с другими нефтями. При этом были получены одна концентрация толуоливого раствора нефти при всех давлениях, указанных выше, от 100 до 300 kg/cm^2 . При давлении в 100–150 kg/cm^2 наблюдается эффект смачивания mica, и только при 350 kg/cm^2 величина θ_c принимает исходное значение краевой угла $\theta_c = 21^\circ$. Эти данные подтверждены с двумя бакеническими растворами нефти. Для проведения опыта с 1% раствором нефти были взяты для приготовления раствора mica, обработанный и после выщелачивания и нефть и

бувоинского месторождения две концентрации: 0,1 и 1,0%. На кривых при 150 атм давление является максимум, отвечающий наибольшему смачиванию. При больших давлениях краевые углы достигают малых значений и даже переходят в отрицательную область смачивания, что отвечает наибольшей гидрофобизации поверхности. С нефтью из месторождения км. Лекна при атмосферном давлении $\theta_{12} = 82^\circ$, при 150 кг/см² $\theta_{12}^{\text{средн.}}$ = 65° и при 350 кг/см² $\theta_{12}^{\text{средн.}}$ = 93° (фиг. 8).

Аналогичные результаты получены с 1%-ным раствором бувоинской нефти. Только при малых давлениях эффект повышения смачивания (гидрофобизации) не так четко выявлен; однако при больших давлениях (выше 200 кг/см²) наблюдается такое же сильное ухудшение смачивания.

Краевой угол при 350 кг/см² равен $\theta_{12} = 96^\circ$, а при 450 кг/см² этот угол $\theta_{12} = 70^\circ$.

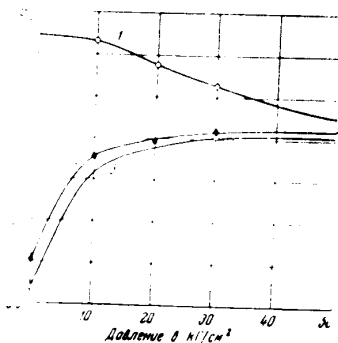
При малой концентрации (0,1 %) это явление особенно, но все же с повышением давления снова заметны промежуточные смачивания в области 400—200 кг/см² ($\theta_{12} = 32—34^\circ$), а при 350 кг/см² величина краевого угла становится несколько больше, чем при атмосферном давлении; при 1 кг/см² $\theta_{12} = 44^\circ$, а при 350 кг/см² $\theta_{12} = 50^\circ$ (фиг. 8).

Таким образом, во всех исследованных случаях смачивание на границе с азотом изменяется в зависимости от давления, так что вначале, с повышением давления примерно до 150 кг/см², оно увеличивается,

а затем, начиная с 200—250 кг/см², снижается. Это наблюдается по всем нефтям, при всех концентрациях и особенно сильно выражено при больших концентрациях.

Отмеченная закономерность справедлива для туймазинской и бакинских нефтей, несмотря на то что они не обладают такой резко выраженной полярностью, как ромашкинская нефть. Только при отсутствии нефтяной адсорбционной пленки нет области максимума, а с увеличением давления смачивание лишь немного ухудшается.

При наблюдении смачиваемости кальция в среде тολουола обнаружено аналогичное явление. Выдающиеся результаты получены при различных давлениях (от 1 до 50 кг/см²) с образцами, обработанными тολουолом, и другая серия — с образцами, обработанными 25%-ным раствором ромашкинской нефти.



Фиг. 8. Изменение смачиваемости кальция, обработанного чистым тολουолом и 25%-ным раствором ромашкинской нефти в тολουоле при различных давлениях p (кг/см²) на границе с азотом. Газостратное смачивание: 1 — на границе кальций—капля воды — тολουол; 2 — тολουол — тολουол; 3 — 25%-ный раствор нефти (среднее за 8 мин); 4 — 25%-ный раствор нефти (среднее за 4 мин).

Приведены кривые по средним значениям смачиваемости, полученные на определенные промежутки времени с момента нанесения капли (4 и 8 мин).

После обработки тολουолом, с увеличением давления смачиваемость кальция водой заметно ухудшается. Краевой угол возрастает от $\theta_{12} = 19^\circ$ при атмосферном давлении, до $\theta_{12} = 41^\circ$ при 30—50 кг/см² CO₂, т. е. наблюдается такая же закономерность, как и с азотом, но здесь она выражена сильнее.

При обработке адсорбционного слоя ромашкинской нефти, с увеличением давления азотного газа, наблюдается обратный процесс — смачиваемость кальция увеличивается. Например, при $V_{12} = 0,342$ ($\theta_{12} = 70^\circ$), при атмосферном давлении до $V_{12} = 0,342$ — при 30—50 кг/см² CO₂. Следовательно, при наличии более тонкой адсорбционной пленки углекислого газа (50 кг/см²) смачиваемость кальция увеличивается. Раствором нефти в тολουоле и чистым тολουолом, очевидно, $\theta_{12} = 48^\circ$.

Результаты измерения краевых углов $\Delta\theta_{12}$ при 30 мин. экспозиции лишь в том случае, когда при атмосферном давлении $\Delta\theta_{12} = 70^\circ$ (рис. 5).

На границе растекания капли воды на поверхности кальция при наличии нефтяной адсорбционной пленки имеют место явления, которые в принципе наблюдаются даже при атмосферном давлении. В ряде случаев при высоких давлениях капли сразу растекаются и даже не успевают образоваться, что происходит тем быстрее, чем больше давление.

В случае обработки чистым тολουолом капли стабильны и растекаются во время наблюдения, несмотря на то что в этот период они более быстро движутся и, следовательно, капля воды должна была успеть смочить поверхность гидрофобизованной поверхности. Таким образом, предположение о том, что на твердой поверхности минерала, очевидно, растворяется часть нефти, а следовательно, смачиваемость входящих в нее полярных молекул повышается.

Полученные данные имеют большое практическое значение. Растворы нефти в тολουоле или воде позволяют глубже проникнуть в процессы адсорбции и десорбции, и создавать наиболее благоприятные условия для адсорбирования давлением путем изменения температуры.

Известно, что для данных жидко, что введение в них неметаллических соединений может дать положительный результат и что в промышленности должны быть подобраны оптимальные условия действия. Высокие давления могут лишь ослабить взаимодействие, а следовательно, и снизить вымывающее действие. Аналогичные данные нами получены при исследовании смачивания на границе с метаном, где эти закономерности выражены сильнее. Данные этих работ являются предметом следующих работ.

Учитывая полученные в работе при высоком давлении, можно сделать следующие выводы. Данные нами в экспериментах, поставленных при атмосферном давлении, показывают, что нефть гидрофобизует поверхность металла. Однако такая же зависимость от концентрации нефти в растворе наблюдается и при высоких давлениях. Выявлены новые закономерности, связанные с процессом адсорбции.

М. А. Рахман, В. В. Шварцман и А. В. Шварцман

Выводы

1. Исследовалась смачиваемость водой кальцита, обработанного одним толуолом и толуольными растворами различных нефтей (ромашикнской, туймазинской, долинской и бузовинской) при разных давлениях (от 1 до 350 кг/см²) на границе с азотом и смачиваемость кальцита, обработанного толуолом и 25%-ным раствором ромашикнской нефти в толуоле, в среде углекислого газа, при давлениях от 1 до 50 кг/см².

2. Показано, что в среде азота с увеличением давления до 50 кг/см² смачиваемость водой мало изменяется, затем улучшается, достигает максимума около 150 кг/см², после чего снова снижается и при 250—350 кг/см² ставится ниже, чем при атмосферном давлении.

Таким образом, в присутствии нефтяной адсорбционной пленки на поверхности минералов смачиваемость изменяется в зависимости от давления, давая на границе с азотом optimum смачивания в области давлений 150 кг/см².

В среде углекислого газа смачиваемость кальцита, обработанного 25%-ным раствором ромашикнской нефти в толуоле, тоже улучшается с повышением давления и при 30—50 кг/см² достигает наибольших значений.

3. При отсутствии нефтяной адсорбционной пленки, т. е. после обработки шифа кальцита чистым толуолом, смачиваемость (на границе с азотом и углекислым газом) практически не изменяется.

4. Полученные данные по смачиваемости минералов в присутствии газовой фазы показывают, что в зависимости от нефти и минеральной среды можно различать нефтяные фазы по своим отмычкам, определяемым составом и составом газовой фазы.

Исследования проведены в ИГиЛ АН АЗССР

Поступило 13 XI 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Рахман, М. А. Физические основы технологии добычи нефти, Гостнефтеиздат, 1953.

2. Рахман, М. А., Жузе Т. П., Закс С. Д. Исследования влияния нефти — газа и влияние на них пород пласта. Труды института геологии и разведки научно-исследовательских работ в области вторичных месторождений нефти. Изд. АН Азерб. ССР, Баку, 1953.

3. Рахман, М. А., Шварцман В. В. Переходные явления и капиллярные эффекты при движении нефти в пористых телах. Труды ИГиЛ АН АЗССР, 1953.

4. Рахман, М. А. Результаты исследования пластовых нефтей Восточной Азербайджанской области. Труды ИГиЛ АН АЗССР, 1953.

5. Рахман, М. А. Деформация пород нефтей восточных районов и кинетика процессов. Труды ИГиЛ АН АЗССР, 1953.

6. Рахман, М. А., Шварцман В. В. и Кошечкин А. Ю. Влияние температуры на поверхностное натяжение нефти. ДАН АЗССР, 1954.

7. Рахман, М. А. Методика для измерения поверхностного натяжения нефти в условиях пластовых условий. Труды ИГиЛ АН АЗССР, 1954.

8. Рахман, М. А., Шварцман В. В. Смачиваемость твердых тел нефтяными растворами. Труды ИГиЛ АН АЗССР, 1953.

9. Шварцман В. В. Исследования по физическим свойствам горючих пород. Труды ИГиЛ АН АЗССР, т. 1, вып. 1, 1949.

10. Рахман, М. А. Исследования по физическим свойствам горючих пород. Труды ИГиЛ АН АЗССР, т. 1, вып. 2, 1950.

11. Шварцман В. В., Рахман М. А., Шварцман А. П. Влияние нефти на поверхностные явления в пористых телах и состав нефтяных коллекторов. Труды ИГиЛ АН АЗССР, 1954.

12. Рахман, М. А. Исследования по физическим свойствам горючих пород. Труды ИГиЛ АН АЗССР, Баку, 1953.

13. Рахман, М. А., Шварцман В. В. и Ферман Р. В. Исследования сульфидов (S) и их применение в добыче нефти. Труды ИГиЛ АН АЗССР, т. VI, 1955.

14. Рахман, М. А., Линец М. Е., Рахман М. М. и Гауэр М. М. Исследования флотационных процессов. Металлургия, М., 1953.

15. Рахман, М. А. Транспорт для непосредственного отбора красных сланцев. Заводская лаборатория, № 3, 1953.

ИЗДАНИЕ АКАДЕМИИ НАУК СССР
СЕРИЯ ХИМИЧЕСКИХ НАУК

1963

КИНЕТИКА РЕГЕНЕРАЦИИ ПЫЛЕВИДНЫХ КАТАЛИЗАТОРОВ

В. А. ПАВЛОВИЧ И А. Л. РОЗЕНТАЛЪ

МГУ

Изучены кинетические процессы окисления нефтяных фракций, ароматических углеводородов, а также окисления и образования кокса, отлагающегося на внешней и внутренней поверхности катализатора, в зависимости от величины окисления кокса и скорости потока или т.е. от пониженного содержания кислорода в условиях, соответствующих перегретому катализатору с его дезактивацией.

В настоящем сообщении изложены результаты изучения кинетики регенерации пылевидных катализаторов, получивших широкое промышленное применение.

Окисление кокса протекает не только на внешней поверхности частиц катализатора, но и в глубине их макро- и микропор. В процессе регенерации происходит непрерывный выжиг кокса, сопровождающийся изменением величины реакционной поверхности. Скорость выжигания концентрации кокса неодинакова по различным точкам частицы вследствие их неодинаковой доступности для кислорода. Это обстоятельство не имеет места при протекании процесса во внутренней кинетической области, когда концентрация кислорода по всей частице становится практически одинаковой и не отличающейся от концентрации в объеме. Уменьшение размеров частиц при прочих равных условиях способствует переходу реакции во внутреннюю кинетическую область.

Ниже показано, что на пылевидных катализаторах при обычных температурах регенерации процесс протекает во внутренней кинетической области. В этом случае для расчета процесса достаточно найти порядок реакции по кислороду и закономерности изменения величины реакционной поверхности во времени. Последняя задача эквивалентна определению зависимости величины реакционной поверхности, а следовательно, и скорости реакции от концентрации кокса на частице.

Рассмотрению окисления различных сортов углерода посвящено большое число исследований, позволивших наметить расщепление линий и установить механизм процесса [1, 2], однако вопросы регенерации катализаторов не получили достаточного освещения.

Кинетика регенерации пылевидных катализаторов в литературе не описана. В опубликованных работах [3-5] рассматриваются возможности окисления кокса на адмосидниатных катализаторах различных размеров, причем выводы отдельных авторов различны.

Кинетика регенерации пылевидных катализаторов

Хатербаумер и Гибб изучали регенерацию шарикового катализатора алюмоциркониевого слоя. Рассмотрены результаты, полученные уменьшением порами, можно заключить, что при снижении скорости регенерации возрастает при увеличении содержания кокса на катализаторе до 3 % весов; дальнейшее повышение содержания кокса не меняет скорости регенерации.

Матчицкий и Гольдман изучали регенерацию отдельных гранул катализатора при помощи пружинных кварцевых весов. При содержании кокса на катализаторе меньше 1,6 % весов и температурах ниже 600 °С скорость окисления протекала во внутренней кинетической области, а температурах до 520 °С относительная скорость окисления была пропорциональна от степени закоксованности катализатора. Период реакции выжигания кокса первым при содержании кислорода в газах до 30 % объему пропорционален при более высоких концентрациях кислорода. При температурах ниже 450 °С при подаче воздуха происходило увеличение веса катализатора, которое было отождествлено авторами с образованием периодического комплекса на поверхности катализатора. Авторы считают, что для роста скорости регенерации катализатора для использования его необходимо знать две кинетические константы (образующиеся при образовании комплекса) и начальное содержание комплекса на катализаторе.

Действительно, на основании экспериментальных данных, полученных в работе [6] на основе изучения скорости окисления кокса на частицах природного катализатора и синтезированной окиси алюминия, можно сделать вывод, что скорость регенерации пропорциональна квадрату концентрации кокса.

Обобщенные результаты работ являются от отсутствия учета скорости выжигания кокса. Реакция окисления протекает в кинетической области, вследствие чего выделяется большое количество тепла, вследствие чего температура может быть выше температуры окружающей среды, в результате реакции возможно воспламенение кокса, реакция протекает во внешней диффузионной области.

Так, в приведенных Панченковым и Гольдмановым данных, на основании которых был сделан вывод о зависимости относительной скорости окисления кокса от степени закоксованности катализатора, отдельных случаях при выжигании кокса на пылевидных катализаторах скорость реакции пропорциональна квадрату концентрации кокса, что характерно для кинетической области, а при выжигании кокса на шариковых катализаторах скорость реакции пропорциональна концентрации кокса, что характерно для диффузионной области.

Прямая зависимость между скоростью регенерации и содержанием кокса на катализаторе, выведенная в работе [6], не учитывает изменение концентрации кислорода в газовой фазе, а также акцидентальную зависимость, но и различия в размерах катализаторов.

Следует отметить и экспериментальные результаты, полученные для пылевидного атмосферного давления катализатора, регенерация которого осуществлялась на кварцевом реакторе с перемешиванием катализатора доверху 3 баллона. В результате регенерации катализатора с содержанием кокса 3,5 % весов произошло увеличение скорости регенерации в 1,5 раза. Измерение температуры в кинетическом слое. Измерение температуры в кинетическом слое.

К. П. Лавровский и А. Л. Розенталь

... при помощи хромель-алюмелевой термопары с гонимым сигналом. Реактор, на котором были проведены опыты при повышенных давлении, представлял собой кварцевую трубку с электрообогревом, закрученную в металлический кожух. Внутри реактора был установлен карман для термопары.

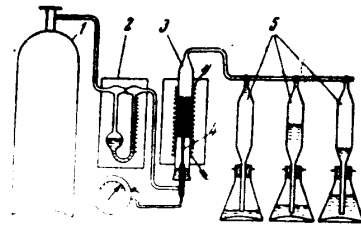


Схема лабораторного аппарата для изучения регенерации катализаторов

Перед началом опыта аппарат был заполнен воздухом. После нагрева реактора до заданной температуры через аппарат пропускали воздух, а затем проходили последовательный отбор проб газа в аналитический прибор.

... которого происходило наполнение реактора газом.

Для анализа пробы на содержание углекислоты, количество углерода и атомное отношение водорода к углероду в пробе, причем при определении последней величины находилось по разности между количеством кислорода в свободном и связанном кислороде в сухих газах.

Из приведенных ниже экспериментальных данных, регенерации пылевидных катализаторов, следует, что реакция кокса имеет первый порядок по углероду. В определенном случае распределение связанного кислорода на катализаторе (для реакции окисления углерода) может быть уравнения

где g — скорость фильтрации, S — величина реакционной поверхности в единицах объема; k_1 — постоянная скорости реакции.

Уравнение (1) справедливо тогда, когда реакция происходит за счет диффузии кислорода и сорбции кислорода объема. В противном случае зависимость концентрации кислорода не только вследствие реакции, но и за счет неуправляемого движения частиц. На лабораторных опытах осуществлялась при скорости потока, при которой слой начинает «скапливать», частями движется с большой скоростью, и поток газа, выходящий из реактора, меньше потока кс. Регенерация пылевидных катализаторов (во времени изменялись во времени на поверхности), однако за то время, которое проходит через слой, эти изменения

... концентрации в начале движущегося объема газов при регенерации катализаторов. ... формулы (1) по высоте слоя (в предположении, что $g = 0$), получаем:

$$\ln \frac{c_0}{c} = - \frac{k_1 S V_c}{w} \quad (2)$$

где c_0 — концентрация кислорода на входе в слой при $lx = 0$; c — то же на выходе; $V_c = Ft$ — объем слоя; $w = Fc$ — объемный расход газа, проходящего через аппарат в единицу времени; F — площадь поперечного сечения аппарата.

$$\frac{dS}{d\xi} = - k_1 w \frac{d \ln c}{d\xi} \quad (3)$$

где g — скорость фильтрации, т. е. количество углерода в единицу объема слоя; S — количество углерода в аппарате. Соотношение (3) использовано для определения зависимости реакционной скорости от концентрации углерода.

При анализе экспериментальных результатов опытные значения концентрации, найденные в последовательных отборах, приведены к одной и той же температуре T К и скорости течения газа (1 л/мин в условиях регенерации при T_0).

$$\ln \left(\frac{c}{c_0} \right) = \ln \left(\frac{c(T - T_0)}{c_0(T - T_0)} \right) \ln \left(\frac{c_0(T - T_0)}{c(T - T_0)} \right)$$

где c_0 — концентрация кислорода в газе (21% объема) в центре слоя; V_c — объем слоя; t — время отбора пробы; R — универсальная газовая постоянная; T — температура отбора пробы; c_0 — значение концентрации кислорода в газе при температуре T_0 ; w — объемный расход газа; E — энергии активации; R — универсальная газовая постоянная.

Значения $\ln \left(\frac{c}{c_0} \right)$ были нанесены на графике, ось абсцисс которого — разности между средним значением температуры отбора пробы T и значением T_0 , ось ординат — значения $\ln \left(\frac{c}{c_0} \right)$ отбора последней пробы.

$$g = k_1 \frac{\Delta c}{T} \sum V_c$$

где g — скорость фильтрации; Δc — разность концентраций кислорода, створенной при T и T_0 ; $\sum V_c$ — суммарный объем газа, прошедшего при отборе всех проб. Значения g были нанесены на графике, ось абсцисс которого — разности между средним значением температуры отбора пробы T и значением T_0 , ось ординат — значения g . Среднее количество углерода в единицу объема катализатора было определено по количеству кислорода, связанного на катализаторе. Значения g для пылевидных катализаторов $0.1 \rightarrow 0.25$ мм соответственно.

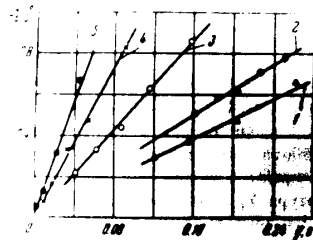
Таблица 1

Регенерация катализатора № 3. Вес катализатора 3,535 г. Содержание углерода на катализаторе до регенерации, $g_0 = 0,221$ г. Значения Ig (g, c) приведены к температуре 600°

Продолжительность пробы, мин	Температура, °C	Объем пробы, см ³	Δg , г	$\frac{H}{C}$	Ig , г·с	$\frac{I}{g}$	$\frac{c}{g}$
10	540	100	0,082	0,14	0,650	0,173	0,785
10	570	100	0,071	0,12	0,640	0,133	0,600
10	600	100	0,062	0,10	0,555	0,095	0,430
10	630	100	0,058	0,08	0,368	0,062	0,280
10	650	100	0,050	0,07	0,215	0,036	0,163
10	650	200	0,116	0,11	0,116	0,022	0,086
10	650	300	0,076	0,08	0,076	0,014	0,063
10	650	400	0,042	0,07	0,042	0,007	0,032

ных при крекинге газовой фракции нефти, и на алюмохромовом катализаторе крупности 0,1—0,2 мм, запорованном при ароматизации дитроина.

В табл. 1 показаны результаты одного из опытов с катализатором № 3 и приведены время отбора пробы, объем пробы при комнатной температуре, температура слоя и анализ газа. При определении количества сгоревшего углерода Δg и атомного отношения водорода и углерода в продуктах сгорания Н/С использовались соотношения:



Фиг. 2. Окисление кокса на алюмосиликатном катализаторе № 1 при повышенном давлении: 1—540°, 4,32 ата; 2—570°, 4,32 ата; 3—600°, 4,1 ата; 4—630°, 4,1 ата; 5—650°, 5,0 ата

на окисление водорода при отборе 100 см³ пробы. При содержании в дутье 21% объема кислорода $\Delta O_2 = 1,285 (21 - CO_2 - O_2 - 0,605 CO)$. В случае $\Delta O_2 = 0,5$ численное значение этой величины стало-вилось сравнимым с ошибкой газовой анализа, и расчет атомного отношения Н/С не производился. В табл. 1 приведены значения Ig (g, c) и также $\frac{H}{C}$ — количество углерода в аппарате перед началом регенерации), и использованные для построения графиков.

На фиг. 2 и 3 показаны кинетические кривые окисления кокса на алюмосиликатных катализаторах № 1 и 3, первоначальное содержание углерода в 6,26% весов. углерода соответственно. Осью ординат являются значения Ig (g, c), приведенные к объемной скорости

$$\Delta g = 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot V_T \cdot \frac{(CO_2 + CO)}{100}$$

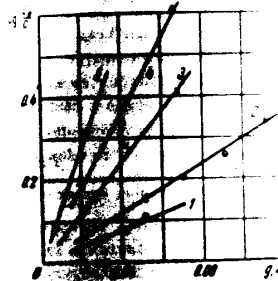
$$\frac{H}{C} = \frac{4\Delta O_2}{(CO_2 + CO)} \quad (5)$$

где V_T — объем пробы газа при комнатной температуре; CO_2 и CO — объемный процент двуокиси и окиси углерода в газе; ΔO_2 — число см³ кислорода, потребованного на окисление водорода при отборе 100 см³ пробы.

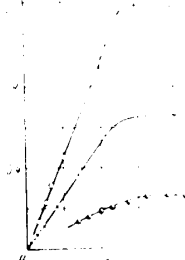
в условиях регенерации. На оси абсцисс фиг. 2 и 3 отложено среднее количество углерода в аппарате, а на фиг. 4 — относительное количество углерода.

Через слой катализатора № 1 перед началом отбора проб обычно не проходит воздух и часть кокса выгорала, так что кривые на фиг. 2 и 3 характеризуют регенерацию катализатора, содержащего не выше 2—2,5% весов. углерода. На графиках видно, что зависимость Ig (g, c) от количества углерода в аппарате является линейной как при атмосферном (фиг. 2), так и при повышенных (фиг. 3) давлениях.

Для алюмосиликатного катализатора № 3 с первоначальным содержанием 6,26% весов. углерода такая зависимость имела место при от-



Фиг. 3. Окисление кокса на алюмосиликатном катализаторе № 1 при повышенном давлении: 1—540°, 4,32 ата; 2—570°, 4,32 ата; 3—600°, 4,1 ата; 4—630°, 4,1 ата; 5—650°, 5,0 ата



Фиг. 4. Окисление кокса на алюмохромовом катализаторе № 2

носительно содержанию углерода на катализаторе, поэтому составляет 2,5—3,0% весов. углерода на катализаторе перед началом регенерации, при высоком содержании кокса она оказалась нелинейной, ось абсцисс, причем первоначальное содержание при этом же содержании углерода в аппарате составляет 3,1% весов. независимо от температуры.

Кривые характеризующие окисление кокса на алюмохромовом катализаторе № 2 и на алюмохромовом катализаторе № 3, рассмотренном выше, построены для катализатора № 2 с исходным содержанием углерода в аппарате 1,13% весов. независимо от температуры. Для алюмохромового катализатора № 3 кривые построены для всего периода регенерации, т. е. для окисления кокса на катализаторе № 3 с первоначальным содержанием 6,26% весов. углерода, как и при регенерации катализатора № 2, кривые имеют вид, как и при регенерации катализатора № 2.

Величина β атомного отношения $(CO)/(CO_2)$ в газах регенерации алюмосиликатных катализаторов колеблется в пределах 0,5—1,2 при атм. давлении и 0,2—0,5 при повышенном давлении.

На фиг. 3 приведены зависимости атомного отношения $(CO)/(CO_2)$ при атмосферном давлении от температуры X . В табл. 2 приведена величина

Таблица 2

Величина β атомного отношения $(CO)/(CO_2)$ в газах регенерации алюмосиликатных катализаторов № 1 в зависимости от температуры и давления

Температура, °C	Давление, атм.	β
200	1	0,5
250	1	0,6
300	1	0,7
350	1	0,8
400	1	0,9
450	1	1,0
500	1	1,1
200	2	0,2
250	2	0,3
300	2	0,4
350	2	0,5
400	2	0,6
450	2	0,7
500	2	0,8

Таблица 3
Атомное отношение β водорода и углерода в газах регенерации алюмосиликатного катализатора № 1

Температура, °C	Давление, атм.	β
200	1	94,5
250	1	86,9
300	1	78,8
350	1	69,8
400	1	63,7
200	2	0,20
250	2	0,10
300	2	0,07
350	2	0,06
400	2	0,05
200	1	95,5
250	1	86,5
300	1	80,3
350	1	71,4
400	1	64,5
200	2	0,14
250	2	0,11
300	2	0,06
350	2	0,05
400	2	0,03

В газах регенерации алюмохромового катализатора окиси углерода обнаружено не было.

На фиг. 4 показано изменение атомного отношения водорода к углероду в газах регенерации алюмосиликатного катализатора № 3. В табл. 3 приведены аналогичные данные для катализатора № 1. Из фиг. 4 и табл. 3 следует, что на алюмосиликатных катализаторах водород выгорает значительно быстрее углерода.

Рассмотрение результатов. При непрерывной регенерации кокса на катализаторе во всех случаях зависимость β от температуры и давления углерода в аппарате оказалась одинаковой. Однако зависимость

т. е. изменения величины β от температуры и давления по времени пропорциональна и уменьшению концентрации углерода в коксе и масса кокса является равнодушной. Следовательно, кинетическая область реакции по отношению к каталитической области

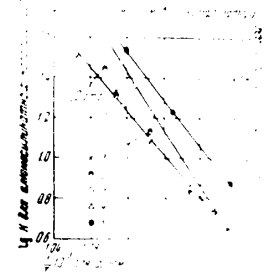
При высоких содержаниях кокса масса кокса превышает массу катализатора, а скорость регенерации не зависит от содержания кокса на катализаторе.

Для области невысоких содержаниях кокса зависимость скорости регенерации принимает вид:

$$W = k_1 \cdot k_2 \cdot P^m \cdot e^{-E/RT}$$

где k_1, k_2 — константы, не зависящие от содержания кокса на катализаторе и зависящие от температуры; P — парциальное давление кислорода в газах регенерации; E — энергия активации. Значения логарифма этой константы $\lg k_1 \cdot k_2$ в зависимости от температуры, обратная зависимость $1/T$ линейной.

Константы скорости регенерации алюмосиликатных катализаторов № 1 совпадают, а энергия активации, вычисленная по наклону прямых на фиг. 5, оказалась равной 24 500 кал/моль. При прочих одинаковых условиях скорость регенерации катализатора № 2 несколько выше, чем катализаторов № 1 и 3, а величина энергии активации равна 20 900 кал/моль. Скорость регенерации алюмохромового катализатора № 4 превышает скорость регенерации алюмосиликатных катализаторов № 1, 2 и 3. Значительно меньше энергия активации катализатора № 4 (16 000 кал/моль).



Фиг. 5. Зависимость логарифма константы скорости регенерации от обратной температуры $1/T$ для алюмосиликатных катализаторов № 1, 2 и 3. Энергия активации E вычислена по наклону прямых: для катализатора № 1 — 24 500 кал/моль; для катализатора № 2 — 20 900 кал/моль; для катализатора № 3 — 24 500 кал/моль.

Совпадение констант для катализаторов № 1 и 3 при атмосферном и повышенном давлении (фиг. 5) означает, что при первом порыве реакции окисления кокса по водороду.

Надоженный материал показывает, что при регенерации пылевидных катализаторов целесообразно пользоваться катализатором № 4.

При непрерывной регенерации уменьшается количество катализатора, выходящего из аппарата до заданного содержания кислорода в газах при заданной температуре.

При периодической регенерации количество катализатора, выходящего из аппарата, должно составлять уравнению баланс

где γ — коэффициент, величина которого находится из стехиометрических соотношений. С учетом (7) уравнение (8) записывается в виде:

$$- \frac{dK}{dt} = \gamma c_0 \left[1 - \exp \left(- \frac{K}{W} \right) \right] \quad (9)$$

Интегрирование (9) позволяет найти количество углерода в любой момент времени. При $t \rightarrow \infty$ уравнение (9) принимает вид:

$$- \frac{dK}{dt} = c_0 \gamma K \quad (10)$$

Уравнение (10) определяет изменение количества углерода в аппарате (или в отдельной частице) при постоянной концентрации кислорода. Из него можно сделать следующий практический вывод, что скорость растворения пропорциональна давлению, поскольку при этом пропорционально растет концентрация кислорода.

Поступило 24 IV 1954

ЛИТЕРАТУРА

1. Лавровский К. П., Цуханова О. С. Доклад на X съезде Всесоюзного общества химиков. Горение углерода. ИАН СССР, 1949.
 2. Мухомов В. Ф. Ожигание углерода. ДАН, XXVIII, № 4, 1940.
 3. Hagerbaumer W. R. and Lee H. H. Combustion of Coke Deposits on Synthetic Bead Catalyst, Petroleum Refiner v. 26, No. 6, 1947.
 4. Иванчиков Г. М. и Голованов П. В. Кинетика регенерации алкиликатных катализаторов. Изв. АН СССР, ОТН, № 10, 1951; № 3, 1952.
 5. Dart G. C., Savage R. T., and Kirkbride C. G. Regeneration Characteristics of Clay Cracking Catalyst, Chemical Engineering Progress, v. 49, No. 2, 1949.
 6. Франк Каменицкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. Изд. АН СССР, 1947.

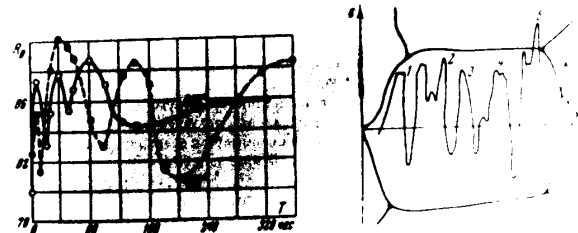
О ПЕРИОДИЧНОСТИ РАСПАДА ТВЕРДЫХ РАСТВОРОВ

В. И. ПРОВИРИН

(Москва)

Иногда при дисперсионном распаде твердых растворов (стадий) удавалось наблюдать интересные особенности, характеризующиеся периодичностью распада твердых растворов. При этом в ряде случаев мы сталкиваемся с наблюдающейся периодичностью в изменении некоторых свойств после изотермического нагрева, которая косвенно указывает на возникновение из твердого раствора вторичных фаз, так и на их растворение. Эту периодичность мы замечали в изменении микроструктуры, твердости парамагнитной восприимчивости (фиг. 1), где приведено дисперсионное твердение стали 3169 при 650° и стали 31257 при 430°. Т — продолжительность нагрева (в часах), H_D — твердость.

Ниже делается попытка объяснить это явление, исходя из предположения, что каждое микрозерно метастабильного твердого раствора аустенита в реальных условиях может по микроструктуре и гетерогенно по составу.

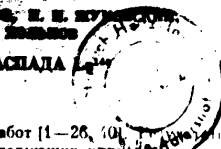


Фиг. 1.

В любом направлении микрозерна концентрации элементов периодически колеблются от среднего химического состава в одну и другую сторону. Эту концентрационную неоднородность можно представить в виде периодических максимумов $T_1, 2, \dots$, максимумов $T_2, 3, \dots$.

Концентрационная величина может изменяться в определенных пределах. Наряду с существованием микрозерна с концентрацией, превышающей среднюю концентрацию, существуют микрозерна с меньшей концентрацией. При этом можно предположить существование «концентрационной кристаллической решетки» (фиг. 3, где по вертикальной оси отложено отклонение от среднего (%) в данном объеме, а по горизонтальной — время). Предположим, что максимумы с минимальными значениями соответствуют максимумам с минимальными значениями концентрации максимумов $T_1, 2, \dots$, которая в зависимости от условий обработки будет располагаться в твердом растворе, т. е. может возникнуть. При распаде твердого раствора кристаллической второй фазы будет наблюдаться...

1955



1. Введение

Радиоактивный распад La^{140} посвящено много работ [1—26, 40]. Этих исследований можно резюмировать в следующих пунктах:
 1. Период полураспада La^{140} . Он измерен в 13 работах [1—13]. Наиболее точными были, по-видимому, измерения, приведенные в работе [13]: $T = 40,22 \pm 0,02$ часа.

Обычно встречающийся в лабораториях лантан содержит значительные отщепленные примеси, главным образом редких земель. Поэтому La^{140} , получаемый по реакции (n, γ) , часто оказывается загрязненным примесями радиоактивными веществами. Отделение лантана от примесей при облучении затруднительно; это, вероятно, и привело к ряду ошибок в определении периода. Однако достаточно чистый лантан после облучения нейтронами дает активность, спадающую строго экспоненциально на протяжении 320 час [8].

Распад La^{140} , полученного при облучении лантана дейтонами, исследован на протяжении 11 периодов [13] и оказался простым.

La^{140} может быть химически выделен из растворов, содержащих Ba^{140} , получаемый при делении тяжелых элементов. Распад La^{140} , полученного этим путем, исследован на протяжении 194 час [13] и также оказался простым.

Образование La^{140} наблюдается при облучении Ba^{138} тепловыми нейтронами; последовательное превращение $Ba^{138} \rightarrow Ba^{139} \rightarrow La^{140}$ приводит к La^{140} из которого возникает La^{140} .

2. Непрерывный β -спектр La^{140} исследован при помощи магнитных спектрометров в работах [9, 14—16]. Совпадающие выводы этих работ сводятся к следующим:

- а) верхняя граница самой интенсивной компоненты β -спектра лежит между 2,12 и 2,28 MeV, согласно [9] $E_{\beta} = 2,23 \pm 0,02$ MeV;
- б) относительная интенсивность этой компоненты составляет 7—10%, согласно [9] $8 \pm 1\%$;
- в) графики Ферми для La^{140} криволинейны почти на всем своем протяжении.

Положение и относительная интенсивность мягких компонент β -спектра по упомянутым работам различны. По-видимому, можно считать достоверным, что имеются компоненты с энергией 1,6—1,7 MeV и 1,3—1,4 MeV.

В последних двух работах [9, 16] даны следующие компоненты:

Евклидов и др. [9]	Панков и др. [16]
$E_{\beta} = 2,20 \pm 0,02$ MeV (8±1%)	$E_{\beta} = 2,15$ MeV (7%)
$= 1,62 \pm 0,02$ " (14±1%)	$= 1,67$ " (10%)
$= 1,38 \pm 0,02$ " (30±3%)	$= 1,34$ " (45%)
$= 1,18 \pm 0,03$ " (30±1%)	$= 1,10$ " (26%)
$= 0,88 \pm 0,03$ " (12±3%)	$= 0,83$ " (12%)
$= 0,62 \pm 0,04$ " (16±3%)	—

Работа выполнена на Советском АТ (апрель 1954 г. В статье в дискуссию учтены результаты работы по составлению работы.

Уточнение границ и относительных интенсивностей сложного β -спектра не может быть сделано непосредственно спектра, так как неизвестна истинная форма спектра максимума, которое нужно вычитать, чтобы найти пики. В этом случае экспериментальное выделение парциальных β -спектров при помощи соотношений может дать достаточно однозначные сведения.

Для наиболее заметной компоненты β -спектра La^{140} ($T \sim 10^5$), что является следствием того, что распад сильно запрещен. Для более мелких компонент β -спектра, по все же превосходит $2 \cdot 10^5$, и, следовательно, их спектр на фоне спектра запрещенных.

В работе [16] описаны спектры электронов La^{140} . γ -Излучение La^{140} было исследовано в работе Корка и др. [17] замечены некоторые особенности спектра, которые не были отмечены в [15]. Однако все это не позволяет сделать окончательные выводы о спектре La^{140} . Сравнительная таблица спектров La^{140} и Ba^{140} находится в работе [18]. В работе [18] дано количество конверсионных электронов на α -распад. Более точное число получено в работе [9]. В работе [9] дано количество конверсионных электронов в интервале $200 + 2000$ keV. В работе [9] дано количество конверсионных электронов до 200 keV, согласно [9] оно равно $0,10 \pm 0,02$. Таким образом, количество конверсионных электронов в 3% распадах, согласно [9], равно $0,03 \pm 0,01$. В работе [18] дано количество конверсионных электронов в табл. 1.

Уточнение спектров γ -лучей La^{140} длинней до 10000 keV определялось только по фотоэлектронам [14, 16], по нейтронам и фотопронам [14, 15, 18, 19, 21-24]. Результаты в табл. 1; они весьма противоречивы.

Таблица 1

Относительные интенсивности γ -лучей La^{140} , измеренные различными приборами по фотоэлектронам в фотоэлектронах

Энергия γ -луча (keV)	Счетчик и фильтр [15]	Метод и прибор [16]	Рада в Виде (см. в [16])	Энергия и др. [18, keV]	Пикон и др. [18]
816			0,0	0,05	0,10
1597			0,2	0,39	0,10
2000			0,15	0,20	0,10
2500			1,00	1,00	1,00
3000			0,05	0,05	—

В работе [14, 20, 21, 25] даны спектры γ -лучей La^{140} измеренных при помощи счетчиков, но не даны спектры γ -лучей, измеренных при помощи фотоэлектронного спектрометра. Это объясняется тем, что спектры γ -лучей, измеренные с помощью фотоэлектронного спектрометра, мало зависят от фильтрации β -лучей. В работе [14] даны спектры γ -лучей, измеренные с помощью фотоэлектронного спектрометра. В результате был обнаружен один γ -лучь с энергией $h\nu = 1,60$ MeV дают β - γ -соизмерения $1,60$ MeV. Они отмечались в работах [14, 21, 25] по измерениям по энергиям излучались только в работах [20, 21]. В работе [20, 21] даны спектры γ -лучей, измеренных при помощи фотоэлектронного спектрометра. В работе [20, 21] даны спектры γ -лучей, измеренных при помощи фотоэлектронного спектрометра. В работе [20, 21] даны спектры γ -лучей, измеренных при помощи фотоэлектронного спектрометра.

Сложный β -спектр не может быть сделан непосредственно спектра, так как неизвестна истинная форма спектра максимума, которое нужно вычитать, чтобы найти пики. В этом случае экспериментальное выделение парциальных β -спектров при помощи соотношений может дать достаточно однозначные сведения. Для наиболее заметной компоненты β -спектра La^{140} ($T \sim 10^5$), что является следствием того, что распад сильно запрещен. Для более мелких компонент β -спектра, по все же превосходит $2 \cdot 10^5$, и, следовательно, их спектр на фоне спектра запрещенных.

2. Исследования γ -спектра La^{140}

Спектр γ -лучей La^{140} был исследован нами при помощи фотоэлектронного спектрометра, использующего электроны отдачи [27, 28]. Измерения (две серии) произведены в условиях, близких к тем, в которых были осуществлены при исследовании γ -спектров La^{140} [29, 30], Ca^{44} [31], Ba^{138} [32], Co^{60} [33], Sb^{124} [34], Ag^{110} [35], Ir^{192} [36]. Минимально служила целлофановая пленка толщиной ≈ 500 μ , 15 мг см $^{-2}$. Обе щели спектрометра были шаровой 2 мм. В первой серии измерения прибор был наполнен чистым гелием (32 см рт. ст.), а окна первого счетчика были закрыты целлофановой пленкой толщиной 17 μ (первая

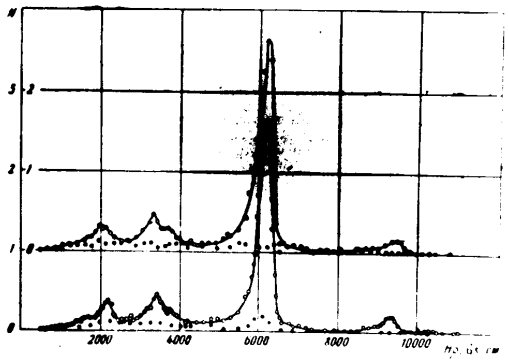


Рис. 1. γ -Спектр La^{140} . Экспериментальные кривые: верху — первая серия измерений, внизу — вторая

условия, что в работах [29-35a]); во второй серии прибор был наполнен смесью гелия и метана (96% He и 4% CH_4), а окна счетчиков для уменьшения потерь электронов закрывались более тонкими целлофановыми пленками (1-2 μ). Эти изменения условий привели к тому, что спектры γ -лучей стали более четкими, а полуширина γ -линий уменьшилась. В работе [29] при $h\nu = 815,6$ keV она стала равной $10,5$ keV, а в работе [30] при энергии γ -лучей 250 keV, в то время как в работе [29] она была 400 keV. В работе [30] даны спектры γ -лучей, измеренных при помощи фотоэлектронного спектрометра. В работе [30] даны спектры γ -лучей, измеренных при помощи фотоэлектронного спектрометра. В работе [30] даны спектры γ -лучей, измеренных при помощи фотоэлектронного спектрометра.

И. В. Ашмарин, В. П. ...

На рис. 1 изображены экспериментальные спектры. На оси абсцисс отложена величина $H\alpha$, на оси ординат — величина N . Светлые точки — числа, находящиеся в пучке, черные точки — фон, вычитанный при опущенной мишеней.

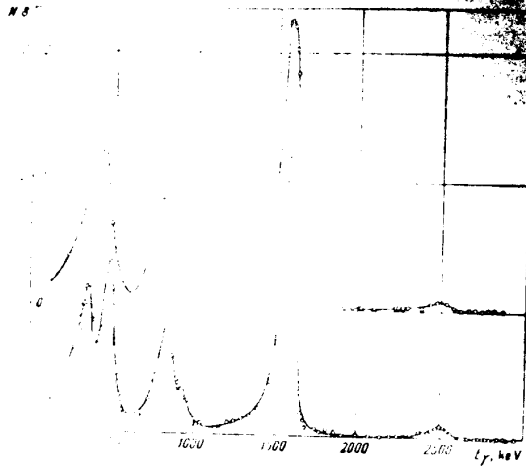


Рис. 1. Экспериментальный спектр, что на рис. 1, но в обработанном виде.

Рис. 2. Тот же спектр в обработанном виде: вычтен фон, выделены в разных интервалах энергии γ -лучей и равной эффективности детектора и после этого разложены на составляющие: разложение спектра на составляющие.

Таблица 2

Результаты измерения энергии γ -лучей при помощи ретрона

Энергия γ -луча, MeV	Число выходов на 100 распадах (см. стр. 200)
0,14	18
0,41	39
0,37	35***
0,12	11
1,00	94
0,668	5,5
0,002	<0,2

*** — значение энергии γ -луча, вычисленное из соотношения $E = h\nu$, в скобках указаны значения энергии γ -луча, вычисленные из соотношения $E = hc/\lambda$, в скобках указаны значения энергии γ -луча, вычисленные из соотношения $E = hc/\lambda$.

Рис. 3. Относительная интенсивность γ -лучей La^{140} по положению пиков (пересечения пиков с осью абсцисс) по градуировочной кривой, приведенной в [28]. Относительные интенсивности γ -лучей даны в табл. 2.

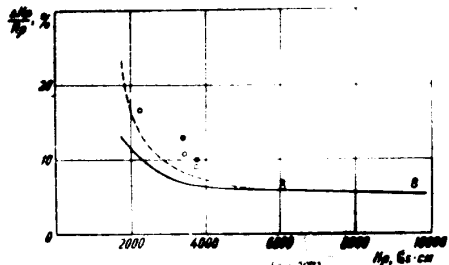


Рис. 3. Относительная интенсивность γ -лучей La^{140} . Черные точки — экспериментальные данные, сплошная линия — градуировочная кривая.

На рис. 3 изображены экспериментальные относительные интенсивности γ -лучей La^{140} от энергии γ -лучей. Кривые заимствованы из [28]; на кривых отмечены точки, соответствующие наблюдающимся линиям La^{140} ; точки даны выше соответствующим кривым, что, вероятно, связано с большой шириной источника γ -лучей. Для проверки того, что все изучавшиеся линии не принадлежат примеси, измерения их интенсивности производились повторно несколько раз на протяжении приблизительно 80 час. В результате можно было счи-

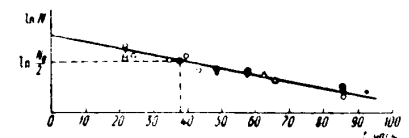


Рис. 4. Кривая распада La^{140} . Различные точки относятся к различным γ -лучам.

делить период спада интенсивности для каждой линии. Результаты даны на рис. 4; прямая линия соответствует периоду полураспада 40 час, а точки относятся к различным γ -лучам.

Дополнительная серия измерений с толстой мишенью.

На кривых рис. 1 и 2 нет указаний на существование слабой γ -линии с энергией 2,9 MeV, замеченной ранее в опытах с фотопротоном [28]. Мы попытались проверить существование указанной линии и с этой

циклах проводил серию измерений в различных условиях. В качестве бериллиевой мишени толщиной 0,5 мм использовались мишени, расширенные до 7 мм. В этих условиях ширина пика (приблизительно в два раза на линии 1597 keV), наоборот, уменьшается: скорость счета на единицу площади мишени возрастает в 22 раза, а площадь линии — в 47 раз.

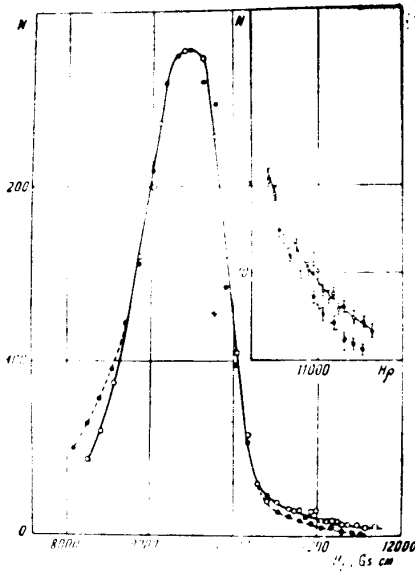


Рис. 5. Сравнение теоретической и экспериментальной кривых для энергии 1597 keV. Кривые получены при различных условиях измерения. Численные значения соответствуют энергии в кэВ. Точка — теоретическая кривая.

Экспериментальные результаты приведены на рис. 5. Линия с энергией ~ 2614 keV на первом этапе исследования, по возможности, она малоинтенсивна и находится в области энергии $h\nu = 2535$ keV. Для выяснения этой проблемы мы провели измерения в различных условиях след количества бериллиевой мишени. В результате измерениями известную линию $h\nu = 2614$ keV. При этом мы обнаружили, что форма у близких по энергии линий 2535 keV и 2614 keV практически одинакова. Пользуясь этим предположением мы построили кривую для линии 2614 keV ThC²³² в экспериментальной кривой для линии 2614 keV La¹⁴⁰. Эта пунктирная линия изображена на рис. 5. Вероятно, что при $Hr > 10\ 300$ Gs/cm ход кривых различен (рис. 5). При $Hr > 10\ 300$ Gs/cm изображена в увеличенном масштабе в верхней части рис. 5. Различие кривых лежит за пределами статистических колебаний. Однако неопределенность, связанная с различием кривых для линий 2535 keV La¹⁴⁰ и 2614 keV ThC²³², не позволяет указать энергию и относительную интенсивность жесткой линии.

... 1597 keV, а ... La¹⁴⁰ и соот...

... линии были обнаружены ... по фотонейтронам.

... периодом, близким к ... La¹⁴⁰.

... точнее всего по конверсионным линиям. Конверсионные линии получаются обычно более узкими, чем линии фотоэлектронов или электронов отдачи; поэтому в дальнейшем мы прикинем для энергий значения, приведенные в последнем разделе работы Корка и соотр. [17] (см. табл. 4, стр. 264). Шкала мюонитного спектрометра Корка и кристаллического спектрометра Дю Мену совпадают с точностью до $\pm 0,2\%$ [36, 37]. Хедран и Липп [18] измерили энергию фотоэлектронов La¹⁴⁰ при помощи β -спектрометра с двойной фокусировкой и получили значения, совпадающие с данными Корка с точностью 0,08%. Можно считать, что энергии линии, измеренные Корком, известны с погрешностью, не превышающей 0,1%.

Данные, полученные А. А. Банниковым и др. [9], совпадают с данными Корка в пределах 1%. Данные, полученные на ритроне, наилучшим образом расходятся с данными Корка более чем на 2,2%.

4. Относительные интенсивности γ -линий, измеренные нами, вероятно, ближе к истинным, чем полученные по фотоэлектронам [14, 16, 18, 19], так как линии разделяются лучше, а спектральная чувствительность ритрона определяется более точно.

4. Обсуждение схемы распада La¹⁴⁰

1. Построение схемы распада La¹⁴⁰ представляет собой трудную задачу, так как β -спектр La¹⁴⁰ сложен и недостаточно хорошо разделен на компоненты. γ -спектр изучен не по всем необходимым интервалам энергии и конверсионный спектр очень сложен, и многие его линии наблюдаются только фотографическим путем. Рационально в таких случаях намечать сначала те пути, по которым происходит подавляющее большинство распадов, построить «скелет» схемы распада, а затем уже по мере возможности, дополнить схему переходами, имеющими небольшую интенсивность.

2. В γ -спектре La¹⁴⁰ имеется, по видимому, три жесткие линии, различающиеся более чем при 10% распадах. Это линии с энергиями 815,6, 926 и 1597 keV. Все остальные линии имеют меньшую интенсивность; в отношении мягких линий это доказано экспериментально, а в отношении жестких ($h\nu > 300$ keV) это доказано теоретически γ -спектров.

γ -Линия с $h\nu = 1597$ keV является, бесспорно, самой жесткой. Мы попытались связать данные относительно этой линии с данными Робинсона [28], изучавших $\beta-\gamma$ -совпадения в La¹⁴⁰. Совпадения β -лучи с энергией 1,60 MeV дают совпадения с жесткой компонентой β -спектра La¹⁴⁰ (~2,2 MeV) с интенсивностью всего 8%, и тем не менее в своей заметке они прямо указывают, что γ -переход $h\nu = 1597$ keV происходит вслед за этим β -переходом.

Ввиду того что многие дальнейшие выводы настоящей работы основаны на этом наблюдении Робинсона и Маданского, очень желательно, чтобы оно было проверено.

4. Среди приведенных в тексте случаев, когда сумма энергий γ -квантов совпадает с энергией квантов β -лучей.

$$328,6 + 486,4 = 815,0 \text{ keV}$$

Повидимому, мы встречаемся здесь с группой γ -квантов переходов (рис. 6). Выясним теперь вопрос, в какой последовательности происходят γ -кванты 328,6 и 486,4 keV. Сопоставим сведения об их энергии с данными по фотоэффекту (см. табл. 2).

В данных по фотоэффекту наблюдается очень большой разброс, во столько раз, во сколько раз различается отношение интенсивностей этих линий (табл. 2) к числу совпадающим с найденным значением (табл. 2).

Таким образом, несомненно, что γ -линия с $h\nu = 486,4 \text{ keV}$ много интенсивнее, чем линия с $h\nu = 328,6 \text{ keV}$.

Основываясь на приведенном соотношении интенсивностей, мы должны заключить, что γ -переход с $h\nu = 486,4 \text{ keV}$ происходит между уровнями B и C (рис. 6), т. е. вторым в каскаде. Если бы он был первым, то в γ -спектре La^{140} обязательно должна была бы существовать γ -линия, которая разряжала бы состояние B; она должна начинаться на уровне B и иметь интенсивность, приблизительно равную интенсивности линии с $h\nu = 486,4 \text{ keV}$. Этой линией не может быть γ -линия $h\nu = 1597 \text{ keV}$, так как эти γ -кванты дают совпадение с суммой энергий $h\nu = 328,6 + 486,4 \text{ keV}$, а других достаточно интенсивных линий в спектре La^{140} нет.

Более интенсивный переход с $h\nu = 486,4 \text{ keV}$ происходит между уровнями B и C, следовательно, состояние B возбуждено в результате γ -перехода с уровня A, но также либо при непосредственном попадании на этот уровень (пункт a на рис. 6), либо при переходе с какого-то первого уровня (пункт b на рис. 6). Этот вопрос мы рассмотрим в п. 7.

Линии с энергиями 1597 и 815,0 keV дают γ - γ -совпадения; следовательно, они не могут принадлежать к группе линий рис. 6 либо к группе с энергиями 241,4, 431,8 и 926 keV, соответствующей ей. Обратим внимание на то, что сумма энергий $h\nu = 815,6 + 486,4 \text{ keV}$, согласно табл. 2, равна энергии γ -линии 1597 keV.

Если бы мы рассматривали группу линий рис. 6 на схеме ниже линии 1597 keV, то выяснилось бы, что начинаются состояния, обладающие минимальной энергией. Ведь все другие γ -линии, кроме $h\nu = 328,6, 486,4$ и 1597 keV , вместе, имеют интенсивности, во столько раз, во сколько раз интенсивна γ -линия $h\nu = 1597 \text{ keV}$, т. е. соответствуют в результате всего лишь 4% распадов, а компонента β -лучей, более многочисленным компонентой, идущая на уровень 1597 keV, указывает в результате 96,32% распадов. Это заставляет нас думать, что указанную группу линий рис. 6 на схеме ниже γ -линии $h\nu = 1597 \text{ keV}$.

Так как других γ -линий с измеримой интенсивностью в спектре La^{140} не располагаем эту группу на схеме несомненно ниже уровня $h\nu = 1597 \text{ keV}$, в этом пункте мы откроем схему B (рис. 7).

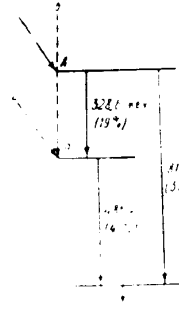


Рис. 7. Схема уровней распада La^{140}

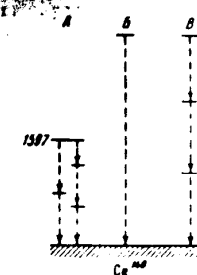


Рис. 8. К схеме распада La^{140}

γ -линия с $h\nu = 1597 \text{ keV}$ дает, согласно [26], совпадения с самыми быстрыми β -частичками. Но дает ли она совпадения со всеми остальными β -частичками La^{140} ? Опять же, ответ должен быть в трех случаях:

A) если уровень 1597 keV Ce^{140} разряжается, помимо γ -линии $h\nu = 1597 \text{ keV}$, путем каскадного излучения двух или трех квантов (рис. 8, случай A);

B) если какое-нибудь из верхних состояний Ce^{140} разряжается на основной уровень Ce^{140} (рис. 8, случай B);

B) если какое-нибудь из верхних состояний Ce^{140} разряжается на основной уровень, не содержащим γ -линию с $h\nu = 1597 \text{ keV}$ (рис. 8, случай B).

Рассмотрим все эти случаи. В случае A в γ -спектре должны наблюдаться две или три группы линий, сумма энергий которых была бы равна 1597 keV. Анализ спектров La^{140} показывает, что спектры известных γ -линий (см. табл. 4, стр. 204) не содержат, что никакая пара значений $h\nu$ не дает в сумме 1597 keV (с точностью 2 keV). Однако существует одна тройка значений $h\nu$, дающая близкую величину

$$241,4 + 431,8 + 926 = 1598,7 \text{ keV}$$

Эта тройка значений может быть и случайным; вероятность этого невелика. Однако, если приходится учитывать большое число комбинаций значений энергий β -лучей, то становится возможным такое совпадение. Оно возникает в результате комбинации энергий β -лучей (см. табл. 4); поэтому и сам каскад не

линий Корка; по распределению обнаружены γ -линии с энергиями 431,3 и 1904 keV остаются возможными.

10. Перейдем теперь к подсчету балансов интенсивностей β -компонент на уровнях Ce^{140} .

Так как в п. 7 уже установлено, что γ -линия с $h\nu = 1597$ keV имеет интенсивность в 94% распадов, то интенсивности всех остальных β -компонент должны выразиться непосредственно в процентах распадов. Результаты приведены в следующей графе табл. 2.

11. Изучим теперь β -спектр Ce^{140} должно приводить $94 \pm 9\%$ распадов. Из них 85% приходится на самую жесткую компоненту β -спектра. Остальные 9% должны быть связаны с γ -линиями 486,4 (39%), 811,7 (35%) и 1420 keV.

Сумма интенсивностей β -компонент составляет 85%, что прекрасно согласуется с балансом интенсивности. Уровень 1597 keV можно считать хорошо сбалансированным.

12. Обращаем теперь внимание на уровень 1100 keV. С него уходит 39% распадов. На него приходится 53% интенсивности β -спектра (согласно [9] и [14] — 40%). На уровне 1100 keV наблюдается в 18% распадов, но может быть, слабая γ -линия с энергией $h\nu = 1420$ keV (рис. 9), появляющаяся в основном в 42% распадов (табл. 4). Сумма поступлений на этот уровень составляет 24% распадов. Уровню сбалансирован, удовлетворяется баланс интенсивности.

13. Рассмотрим уровень 2413 keV. С него уходит γ -линия ($h\nu = 328,6$ keV), интенсивность в 53% распадов, и, может быть, слабая линия. На него приходят: а) третья компонента β -спектра согласно [9] и [14] — 30% (или 20% — 2%) распадов; б) малоинтенсивные γ -лучи с энергиями $h\nu = 241$ и 173 keV, суммарная интенсивность которых согласно [17] и табл. 4 не превышает 3,5%.

В этом случае наблюдается значительный дефицит в числе приходящих на этот уровень распадов. Из наблюдения баланса интенсивности β -компоненты следует, что на этот уровень приходится 8,50% распадов.

14. Рассмотрим уровень 2523 keV. γ -линия с $h\nu = 110, 926$ и 2523 keV, интенсивности в 17% распадов. Неизвестно, присутствуют ли на этом уровне какие-либо γ -линии (может быть, линия $h\nu = 1420$ keV). Уровни А (рис. 9) или линия $h\nu = 486$ keV с гипотетической энергией 2523 keV, во всяком случае они малоинтенсивны. Мы будем считать, что в данном случае в 17% происходит в результате 3 распадов.

15. Согласно [9] 48% β -распадов La^{140} приходится на Ce^{140} , возбужденное на уровне 2523 keV. Между тем во всех вышеуказанных случаях относительно интенсивности β -компонент, как правило, γ -линии могут наблюдаться (см. табл. 4). Это означает, что на этих уровнях происходят распады, но не на этих уровнях. Это означает, что на ферми-уровне Ce^{140} наблюдается дефицит распадов.

16. В заключение рассмотрим уровень 1597 keV. Интенсивность β -компоненты на этом уровне составляет 94%, а баланс интенсивности — 85%.

17. Изучим теперь баланс интенсивности β -компонент на уровне 1597 keV. Эмпирически установлено, что для β -распадов с четными Z и N , должен быть дефицит в балансе интенсивности. Переход $h\nu = 1597$ keV должен быть электростатическим дипольным. Опыт Бишоп и Жорба [40], научившихся

... и 1597 keV) и (486,4 и 1597 keV) ... (328,6 + 486,4 + 811,7) и 1597 keV, ... и +4 первым двум уровням ... интенсивности β -спектра ... и др. [9], указывало на больший коэффициент для перехода типа E2; однако контроль ... было повышено.

Таблица 4
Энергии и относительные интенсивности различных компонент β -спектра La^{140} (орбитировочные данные)

По распределению β -спектра на ферми-уровне (Бишоп и др. [9])		По балансу интенсивности в каждом распаде	
энергия, keV	%	энергия, keV	%
1	2	3	4
2200 ± 20	8	$E_{\text{гр}} = 2200$ $= 1710$ $= 1380$ $= 1270$ $= 1270$	10
1620 ± 20	14		19
1360 ± 20	30		20
1150 ± 30	20		17
860 ± 30	12		17
420 ± 40	16		17

Резюмируя, мы склонны считать, что имеющиеся данные благоприятны для приписания уровню 1597 keV Ce^{140} типа +2. На это же указывают данные об интенсивности γ -лучей Pr^{140} (см. стр. 267).

Вопрос о мультиплетности других переходов, о типе второго и более высоких уровней возбуждения Ce^{140} и основного состояния La^{140} следует считать пока открытым.

18. Рассмотрим теперь вопрос об интенсивности переходов, наблюдавшихся по конверсионным электронам, но не наблюдавшихся по γ -лучам.

В работе Корка и др. [17] приведены относительные интенсивности конверсионных линий. Эти значения могут считаться только ориентировочными; мы используем их для оценки максимальной возможной интенсивности этих линий.

В графе 2 табл. 4 написаны экспериментальные данные относительно к конверсии на К-оболочке.

Обозначим интенсивности γ -линии, выраженные в числах, выходящих из распада буквами ρ_i , коэффициенты конверсии на К-оболочке — буквами α_i , а интенсивности конверсионных электронов (сделав из распада) — буквами ρ_i , тогда

$$\rho_i = \rho_i \alpha_i$$

Если для одной γ -линии мы знаем мультиплетность и интенсивность на распад, то для остальных можем вычислить ρ_i , зная мультиплетность и интенсивность по формуле:

$$\rho_i = \rho_0 \left(\frac{A_i}{A_0} \right) \frac{\alpha_0}{\alpha_i}$$

Если затем мы сделаем относительно мультиплетности и уровней предположения, при котором α_i — минимально (допустим, что электростатический дипольный переход), то получим максимальные значения

Таблица 4

Максимальная возможная интенсивность γ -лучей, не наблюдавшихся в спектрах, но ожидаемых на основании конкурирующего спектра Кюри

h ν , keV	Теоретические коэффициенты конкуренции по К. оболочкам									
	E1	E2	E3	E4	M1	M2	M3	M4	M5	M6
109,2	—	—	—	—	78	—	—	—	—	—
110,4	—	—	—	—	78	—	—	—	—	—
130,7	—	—	—	—	39	—	—	—	—	—
173,0	—	—	—	—	23	350	91	570	3190	—
241,4	—	—	—	—	8,9	97	43	138	680	—
265,4	—	—	—	—	8,8	65	34	93	430	—
431,3	—	—	—	—	1,55	10,3	7,1	16,4	54	—
751,8	—	—	—	—	0,48	1,56	1,47	3,4	7,1	—
1904	—	—	—	—	0,024	0,14	0,056	0,19	0,23	—
1597	—	—	—	—	0,003	0,069	0,129	0,082	0,19	—

Значения, основанные на опытах с фотоэлектронами
Значения, основанные на экспериментальном критерии пр.

б) для линии $h\nu = 1597$ keV, полученное для перехода типа E1

в) экспериментальное значение $\frac{I_{\gamma}}{I_{\beta}}$ по Корну и др. [17];
г) для линии $h\nu = 1597$ keV принято $p_0 = 94\%$.

Если считать, что переход с $h\nu = 1597$ keV является электрическим квадрупольным (E2), то для p_0 получаются значения, приведенные в графах 11—15 табл. 4.

Рассматривая табл. 4, мы видим, что:
1) Для γ -лучей с энергией 109,2, 110,4, 130,7, 173,0, 241,4 и 265,4 keV все p_0 меньше 4,2%, следовательно, каждая из этих линий условно полагается меньше чем в 4,2% распадов (как это было отмечено нами в и. 2 и табл. 4).

2) Для γ -лучей с $h\nu = 431,3$ keV $p(E1) = 10\%$, что означает, если бы переход был типа E1, то наблюдающиеся колебания спектров электронов могло бы появляться только при переходе, входящем в 10% распадов. Столь интенсивная линия не замечена в спектрах фотоэлектронов так как имеет в 10 раз меньшую интенсивность, как линия $h\nu = 328,6$ keV, и отстоит от него далеко от всех других линий; она была бы замечена и на ритроне; следует думать, что это — переход более высокой мультипольности, чем E1, и, следовательно, интенсивность γ -лучей меньше 3,2%.

3) Линии 751,8 и 1904 keV при переходах типа E1 имели бы столь большую интенсивность, что безусловно были бы замечены на ритроне; следовательно, если такие переходы существуют, то имеют либо значительно большую мультипольность, чем E1, либо значительно меньшее число конверсионных электронов на один распад.

5. Распад $La^{140} \rightarrow Ce^{140}$ и теория оболочек

Очень большая энергия возбуждения у первого уровня Ce^{140} может показаться удивительной: как правило, в области $Z > 50$ первое возбужденное состояние имеет энергию меньше 500 keV. Особое положение Ce^{140} объясняется тем, что в этом ядре 82 нейтрона — заполненная нейтронная оболочка. В ядрах с заполненными оболочками первый уровень всегда лежит аномально высоко. Это хорошо видно на рис. 10, где отмечено из статьи Голдгабера [41]. Ce^{140} расположено как раз на вершине одного из максимумов. Форд [42] объясняет кривую рис. 10

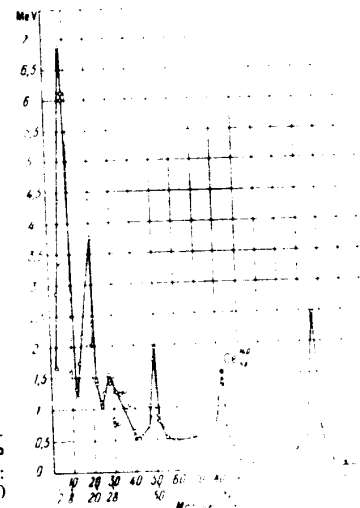


Рис. 10. Энергия возбуждения первого возбужденного состояния четных четных ядер в области La-Ce [41]

... что ядра с ...
 ...
 Существует мнение, что для ...
 ... ядер принадлежат к типу $+1$ и ...
 ... лектронных движений. Однако у двух ...
 ... оболочек, — ${}^8\text{O}^{16}$ и $\text{ThC} ({}_{83}\text{Pa}_{214})$ — первый уровень ...
 ... не типа $+2$; у O^{16} [43] первый уровень — типа $+1$, а ...
 ... [44] первый уровень — типа -3 , а следующий ...
 ... обстоит иначе. Если уровень $4597 \text{ keV } \text{Ce}^{140}$ действительно ...
 ... уровень, то следующий коллективный уровень Ce^{140} должен ...
 ... высоко — выше 5 MeV и, следовательно, все остальные ...
 ... уровни возникают в результате наложения односторонних ...
 ... коллективные движения.

6. Замечания к предшествовавшим работам

Следует отметить, что исследования радиоактивности La^{140} ...
 ... ли значительное количество ошибок. Некоторые из них заслуживают ...
 ... упоминания, так как ввиду трудности необходимости осторожности при ...
 ... выводе заключений из экспериментальных данных:

1) Началом ошибок послужили Ферми и др. [45], которые в своей ...
 ... классической работе по нейтронной активации пишут о лантане ...
 ... сильного облучения под водой не было найдено никакой активации.
 ... Между тем, сечение активации La медленными нейтронами отнюдь ...
 ... не мало — $1,7$ барна [46, 47].

2) Уже после того, как излучению La^{140} было посвящено более ...
 ... работы, в результате которых была установлена сложность β - и ...
 ... спектров. Торк и сотрудники писали [48], что после длительного ...
 ... облучения La не дал конверсионных линий. Через 3 года они ...
 ... [49] пишут [47], что, действуя тем же методом, нашли 24 конверсионных ...
 ... линии.

3) Бейкер, Пул и Курбатов [8] нашли, что поглощение γ -лучей ...
 ... в тонкие пластинки происходит экспоненциально; отсюда они сделали вывод ...
 ... о равномерности γ -лучей La^{140} .

4) Манделвилл [49] изучал γ -спектр La^{140} во вольфрамовой ...
 ... и тонкой мишени, и сподвигнуло вывод предидущих авторов ...
 ... монохроматичности γ -лучей La^{140} : γ -лучи, во-первых, монохроматичны ...
 ... по энергии, вычисленная на конечной точке распределения электрона ...
 ... по импульсам, равна $2,04 \pm 0,04 \text{ MeV}$.

5) В 1946 г. Манделвилл в Шерб [25] сообщил, что γ -линия с $h\nu =$...
 ... $2,3 \text{ MeV}$ следует за каждой β -частицей. Между тем она следует ...
 ... только за $5,5\%$ распадов.

6) Рид и Виттор [21, 25] на основании изучения β - γ -совпадений ...
 ... утверждали, что β -спектр простей [21] и что число β - γ -совпадений на ...
 ... регистрируемую β -частицу не зависит от энергии β -лучей [25]. Между ...
 ... тем, в действительности β -спектр состоит более чем из трех компонент.

7) Торк и сотрудники в работе [47] привели схему распада La^{140} , ...
 ... в которой следует, что суммарная интенсивность γ -линий $265,4 + 751,8 \text{ keV}$, ...
 ... равна 100% распадов.

Между тем в работе [47] авторы приводят относительные интен-
 ... сивности конверсионных линий сопоставимые с этими γ -лучами, из анализа ...
 ... которых (см. табл. 4) нетрудно сделать вывод, что суммарная интенсив-
 ... ность γ -линий $265,4 + 751,8 \text{ keV}$ не может превышать 13% , а линия ...
 ... $241,3 + 173,0 + 119,4 \text{ keV}$ — 7% распадов.

8) Обширные поиски не обнаружили и автор [9], получившие ...
 ... значения интенсивностей конверсионных линий $h\nu = 328,6$ и 1567 keV .

9) При анализе опытов по корреляциям [40] не учитывается ...
 ... интенсивная γ -линия $h\nu = 926 \text{ keV}$.

... с известным чис-

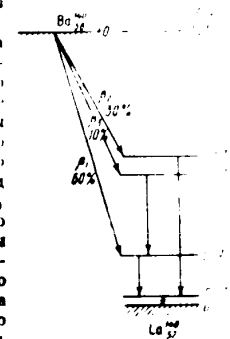
... сделать ряд заключений

... детали хода энергии

$\text{La}^{140} (\beta, T = 15,90 \text{ дни})$

... так как относительно ...
 ... выходов при делении тяжелых ...
 ... распада. Наиболее ...
 ... распада Ba^{140} , приведенная в ...
 ... на рис. 11.

... в этой схеме прямого перехода ...
 ... между основными уровнями Ba^{140} и La^{140} по-
 ... нимо, так как этот переход должен быть сильно ...
 ... закрытым. Независимо от того, каково основное ...
 ... состояние La^{140} , следует думать, что β -переходы ...
 ... с $+0 \text{ Ba}^{140}$ на основное состояние La^{140} и с него ...
 ... на $+0 \text{ Ce}^{140}$ должны иметь приблизительно ...
 ... одинаковую fT . Если в β -спектре La^{140} переход ...
 ... на основной уровень имеет интенсивность $< 1\%$...
 ... (иначе он был бы замечен), то для него ...
 ... $fT > 1,3 \cdot 10^{11}$. Прикинув схему рис. 11, мы ...
 ... можем заключить, что самая жесткая компо-
 ... нента β -спектра Ba^{140} должна иметь энергию ...
 ... $1,21 \text{ MeV}$; тогда при $fT > 1,3 \cdot 10^{11}$ она должна ...
 ... иметь $T_{\text{полн}} > 1,6 \cdot 10^6 \text{ сек}$, т. е. относительно ...
 ... интенсивность $< 0,071\%$. Конечно, заметить ...
 ... на фоне столь слабую компоненту, находящуюся ...
 ... на фоне более сильного спектра дочернего La^{140} , ...
 ... практически невозможно.



Ba^{140} — четно-четное ядро; согласно эмпирическому правилу Гольд-
 ... габера—Сальера [39] оно должно иметь первый возбужденный уровень ...
 ... типа $+2$, а согласно рис. 10 этот уровень должен лежать на высоте ...
 ... $\sim 1300 \text{ keV}$; возможно, что это — первый коллективный уровень ядра ...
 ... Ba^{140} .

$\text{Ce}^{140} (\beta, T = 9,5 \text{ дни}); \text{Xe}^{140} (\beta, T = 10-16 \text{ сек})$

Об излучении этих изотопов нет данных. Исходя из рис. 11 можно ...
 ... ожидать, что в γ -спектре Ce^{140} должна быть γ -линия с энергией ...
 ... $\sim 1300 \text{ keV}$.

$\text{Pr}^{140} (\beta^+, K, T = 3,4 \text{ дни})$

Относительно излучения Pr^{140} известно следующее:
 1) Pr^{140} испускает позитроны с верхней границей энергии ...
 ... $\pm 0,02 \text{ MeV}$ [51] (по старым данным $2,40 \pm 0,15 \text{ MeV}$ [51, 52]).
 2) Pr^{140} захватывает атомные электроны. Согласно [51] этот ...
 ... процесс происходит с захватом K -электрона, 5% — с захватом ...
 ... L -электрона и 58% — с испусканием позитрона; согласно [53] K -захват ...
 ... составляет 65% .
 3) Помимо аннигиляционного излучения наблюдались только ...
 ... интенсивные γ -лучи с энергией $1-1,2 \text{ MeV}$ [51, 53], появляющиеся при ...
 ... $2,5\%$ распадов [53].

4) Поиск конверсионных линий, производимых при помощи вычитного спектрометра с двойной фокусировкой [51], не дал положительных результатов.

Приведенные данные позволяют сделать заключение об основном типе распада Pr^{140} .

Так как нет ядерных квантов в числе соизмеримом с числом ядер, приходится считать, что большинство превращений происходит в виде β -распада с участием Pr^{140} и Ce^{140} .

При $T = 2,85 \cdot 10^{-8}$ сек, $H = 58\%$ и $T = 3,4 \pm 0,1$ мкс

$$f_{K\beta} = 0,14 \text{ ф.р.}$$

Этот тип распада относится к числу разрешенных. Ферми-теория предсказывает для Pr^{140} приведенного в работе Брауна и соавторов [51] $f_{K\beta} = 0,14$ ф.р.

Выводы о типе распада Pr^{140} основаны на отношении β/K для этого перехода, вычисленном при $Z_{пр} = 58$ и $W_0 = 5,37$ м.е.р.р. по формулам Брауна и др. [51], $\beta/K = 58 \cdot 37 \cdot 10^{-4} = 0,66$ и $0,52$. Оба значения, вероятно, не отличаются от теоретических.

Так как основное состояние Pr^{140} имеет четные числа протонов и нейтронов, то вероятнее всего оно относится к типу $+0$, то основное состояние Pr^{140} должно быть типа $+1$, если действует правило отбора Таллера, и $+0$, если действует правило отбора Ферми.

Теория оболочек не дает однозначных предсказаний типа состояний Pr^{140} и Ce^{140} при распаде Pr^{140} в Ce^{140} . Хотя Pr^{140} и относится к ям, но некоторые выводы могут быть сделаны.

Спин Pr^{140} , определяющийся поведением 59-го протона, равен $5/2$; теория оболочек указывает тип $d_{5/2}$. Спин Ce^{140} , определяющийся возбужденным 81-м нейтроном, равен $3/2$; теория оболочек указывает тип $d_{3/2}$. В Pr^{140} 59 протонов и 81 нейтрон, поэтому состояние полагается комбинировать эти типы. Согласно эмпирическому правилу Нордгейма при сложении типов $j_1 = l_1 + 1/2$ и $j_2 = l_2 - 1/2$ получается состояние с полным моментом $(j_1 - j_2)$. В данном случае это состояние — типа $+1$ в согласии с данными по β -распаду (см. выше). Если этот вывод правилен, то превращение Pr^{140} вызвано тензорными или аксиально-векторными силами, при которых разрешен переход типа $+1 \rightarrow +0$.

Помимо перехода в основное состояние Ce^{140} в Pr^{140} , должен происходить переход на первый возбужденный уровень Ce^{140} , имеющий энергию возбуждения 1597 кэВ и принадлежащий к типу $+2$. Следует отметить, что β -переход $+1 \rightarrow +2$ является по правилу отбора Таллера разрешенным. Определение fT для этого перехода может оказаться решающим для установления типа этого уровня.

Согласно [53] жесткие γ -лучи появляются приблизительно в 2% распадах Pr^{140} . Следовательно, для не-прямых переходов на уровень 1597 кэВ Ce^{140} :

$$f(2) = 1 - 0,98 = \frac{2}{3^2} \cdot 0,14$$

$$f(2) = 2 \cdot 0,14 = 0,28 \text{ ф.р.}$$

Следовательно, $f(2) = 0,16$, согласно графику [54], мы имеем $f(2) = 50 \cdot 204 \cdot 72 \cdot 0,16 = 1,2$ ф.р., т. е. значение, типичное для разрешенных β -распадов. Таким образом, наличие жестких γ -лучей

являются следствием перехода в возбужденный уровень 1597 кэВ Ce^{140} типа $+2$; к сожалению, сведения об этих лучах являются только ориентировочными.

Отметим, что если бы основное состояние Pr^{140} было типа $+0$, то переход $+0 \rightarrow +2$ был бы двойным запрещенным и поэтому γ -лучей практически совсем не было.

$$\text{Nd}^{140} \text{ (стаб.)}, T = 3,3 \pm 0,1 \text{ дня}$$

Nd^{140} был получен дважды [51, 53], оба раза по реакции Pr^{141} (4,3и). Последний, он не испускает никаких частиц и γ -квантов, а только захватывает атомные электроны (по расчетам Брауна и соавторов [51] 74% K-захватов и 26% L-захватов).

Так как Nd^{140} имеет четные числа протонов и нейтронов, то его основное состояние должно быть типа $+0$. Переход в основное состояние Pr^{140} , принадлежащее к типу $+1$, должен быть разрешенным.

Полагая, что fT для этого перехода ($+0 \rightarrow +1$) такое же, как и для перехода $+1 \rightarrow +0$ в $\text{Pr}^{140} \rightarrow \text{Ce}^{140}$, можем найти энергию распада и разность масс Nd^{140} и Pr^{140} :

$$f_{K\beta} T = 1,4 \cdot 10^4, \quad T = 2,85 \cdot 10^8 \text{ сек}, \quad f_{K\beta} = 0,14$$

Экстраполируя кривые для $f_{K\beta} = f(\Delta E)$, приведенные в таблице 1 и дельта-Бернштейна [55], получаем

$$\text{Nd}^{140} - \text{Pr}^{140} \approx 110 \text{ кэВ.}$$

Из данных рис. 12 можно видеть относительное расположение масс Ba^{140} , La^{140} , Ce^{140} , Pr^{140} и Nd^{140} в единой энергетической шкале. Апо-

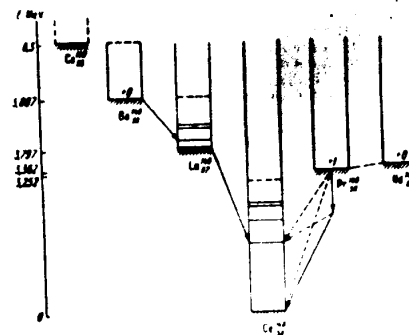


Рис. 12. Энергетическая диаграмма для Pr^{140} и Ce^{140} с возбужденными состояниями Ce^{140} и разности масс с числом 140

мально плотная упаковка Ce^{140} , вероятно, связана с тем, что имеется замкнутая оболочка из 82 нейтронов.

Российский институт
д-р В. Г. Хлопина
Академия наук СССР

10. I. Sargent, S. M. ...
 11. M. Guffi, A. Phys. Rev., 61, 544, 806 (1948).
 12. O. Strassman, J. ...
 13. K. Pool, M. Kurbatov, J. Phys. Rev., 61, 544, 806 (1948).
 14. W. L. ...
 15. J. ...
 16. ...
 17. ...
 18. ...
 19. ...
 20. ...
 21. ...
 22. ...
 23. ...
 24. ...
 25. ...
 26. ...
 27. ...
 28. ...
 29. ...
 30. ...
 31. ...
 32. ...
 33. ...
 34. ...
 35. ...
 36. ...
 37. ...
 38. ...
 39. ...
 40. ...
 41. ...
 42. ...
 43. ...
 44. ...
 45. ...
 46. ...
 47. ...
 48. ...
 49. ...
 50. ...
 51. ...
 52. ...
 53. ...
 54. ...
 55. ...
 56. ...
 57. ...
 58. ...
 59. ...
 60. ...
 61. ...
 62. ...
 63. ...
 64. ...
 65. ...
 66. ...
 67. ...
 68. ...
 69. ...
 70. ...
 71. ...
 72. ...
 73. ...
 74. ...
 75. ...
 76. ...
 77. ...
 78. ...
 79. ...
 80. ...
 81. ...
 82. ...
 83. ...
 84. ...
 85. ...
 86. ...
 87. ...
 88. ...
 89. ...
 90. ...
 91. ...
 92. ...
 93. ...
 94. ...
 95. ...
 96. ...
 97. ...
 98. ...
 99. ...
 100. ...

Ю. В. Хольнов

1. Введение

Известно, что радиоактивный изотоп Au^{198} является твердо установленной формой изотопа Au^{198} простой, имеет форму кристаллической решетки и излучает γ -лучи с энергией 411 keV Hg^{198} , которое является основным источником γ -излучения.

Основными источниками этой схемы являются в подробной статье Н. Антоновой, А. Ваншова, Б. Джеленова и А. Золотанова [1] (1950).

В последние годы появилось, однако, много новых работ по исследованию излучения Au^{198} . Наиболее важные результаты этих работ — открытие двух новых γ -лучей с $E_\gamma = 676$ и 1089 keV, установление их характеристик и наблюдение связанных с ними β - γ и γ - γ совпадений.

В связи с этими работами и возросшим интересом к схеме распада Au^{198} мы предприняли исследование γ -спектра Au^{198} при помощи рифрона.

2. Исследование γ -спектра Au^{198}

Целью наших измерений было более точное, чем в предыдущих работах, определение относительных интенсивностей γ -лучей Au^{198} . Измерения проводились при помощи рифрона [2]. Источником γ -лучей служил золотой цилиндр ϕ 8 мм и длиной 6 см, облученный нейтронами и имеющий активность около 2 Св.

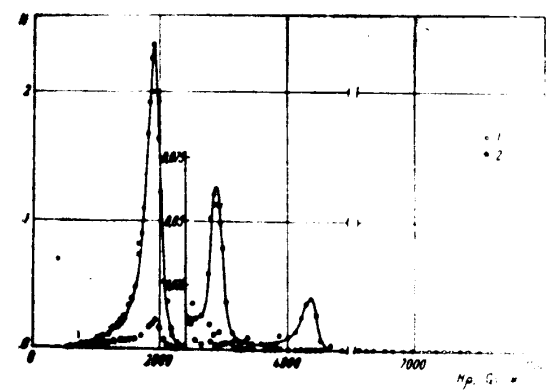


Рис. 1. γ -Спектр Au^{198} , экспериментальная кривая; 1 — точки, полученные с помощью, находящаяся в центре, 2 — точки, полученные с помощью, находящаяся на периферии.

На рис. 1 изображена полученная нами экспериментальная кривая. Два главных γ -луча приведены в масштабе, увеличенном в 20 раз.

На рис. 2 приведен γ -спектр Au^{198} . Кривая приведена к равной высоте пика на поглощение γ -лучей в воздухе. Спектральная чувствительность прибора и отсчетчиков от энергии проходящих через них электронов.

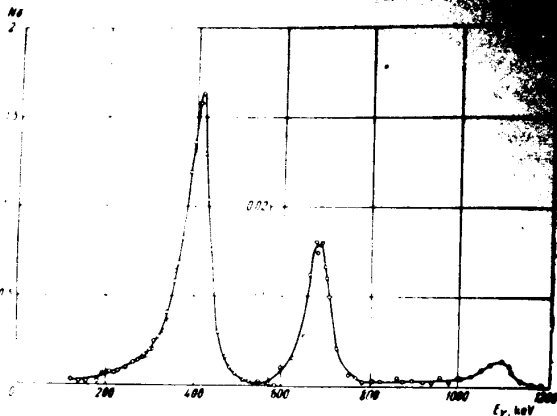


Рис. 2. Тот же спектр, что на рис. 1, но в обработанном виде

Для того чтобы исключить влияние газа, наполняющего прибор, на положение наблюдающихся максимумов, были проведены три серии измерений при разных давлениях наполняющей смеси (газней $\pm 4\%$ между собой в пределах 6%). В таблице приведены средние значения пиков и интенсивностей по этим сериям.

Для того чтобы выяснить, не искушает ли препарат еще более высокие энергии, мы провели измерения в основной серии до $h\nu = 3000$ keV; никаких γ -лучей мы не нашли. Была проведена также дополнительная серия измерений в условиях повышенной в 25 раз светосилы (бериллиевая мишень толщиной 0,4 мм, расширенные до 7 мм щели спектрометра [2]).

Результаты этих опытов показали, что интенсивность испускаемых Au^{198} γ -лучей с энергией 1100 + 3000 keV не больше, чем $1,5 \cdot 10^{-4}$ кванта на распад.

3. Обсуждение γ -спектра Au^{198}

Жесткие γ -лучи Au^{198} были открыты Каванигом, Турнером, Бунером и Данстером в 1951 г. [6]. С тех пор относительные интенсивности γ -лучей измерялись в шести работах; результаты всех работ собраны в таблице.

В работах [3, 5, 7] γ -спектр изучался по спектру фотоэлектронов, измеренному на магнитных спектрографах. Общие затруднения для этих измерений вытекают из необходимости разложения наблюдающегося спектра на составляющие и сложности определения спектральной чувствительности прибора.

В работах [4, 8] интенсивности определялись по отношению пиковых максимумов к непрерывному распределению электронов отдачи, вызванному

Эллиот и др. (1954) [5]		Каваниг и др. (1951) [6]	
411	100	410 ± 8	100
678 ± 3	1,4 ± 0,1	671 ± 9	1,5
1078 ± 7	0,25 ± 0,05	1092 ± 13	0,4
Эллиот и др. (1954) [7]		Маедер и др. (1954) [8]	
411,77	100	410 ± 2	100
678,5 ± 0,8	0,842 ± 0,056	680	1,3
1088,9 ± 0,9	0,17 ± 0,012	1080	0,25

Данная работа

E, keV	Относительная интенсивность I отсч. (% от E_{γ})	Относительная интенсивность I отсч. (% от E_{γ})	Относительная интенсивность I отсч. (% от E_{γ})	Прямая относительная интенсивность
412 ± 4	100	100	100	100
680 ± 7	1,14	1,10	1,10	1,11 ± 0,05
1088 ± 10	0,26	—	—	0,26 ± 0,02

мех γ -лучами разных энергий на алюминиевого излучателя, который помещался в фокусе лизавого спектрометра. Значительная толщина излучателя (130 μ Al) не позволила авторам полностью разделить эффекты, вызванные различными γ -лучами.

В работах [4, 8] γ -спектр изучался при помощи люминесцентного спектрометра; точность этих измерений невелика.

Сопоставлению в основном подлежат результаты измерения Эллиота и др. [7] и наши. Они отличаются друг от друга гораздо меньше, чем это позволяет указанные авторами погрешности.

Энергия основной γ -линии Au^{198} наиболее точно измерена Маедером и др. [8] и др. [7] — $h\nu = 411,77 \pm 0,04$ keV. Энергия γ -лучей с $h\nu = 678,5 \pm 0,8$ и $1088,9 \pm 0,9$ keV. γ -лучи с $h\nu = 411,77$ keV обнаружены также при K-захвате в Tl^{208} [10]. Это доказательство того, что разность энергий конверсионных электронов, выбитых с K- и L-слоев, равна 68,5 keV для $h\nu = 411$ keV [1], $67,9 \pm 0,6$ keV для $h\nu = 676$ keV и $68,0 \pm 0,5$ keV для $h\nu = 1089$ keV [7], в то время как разность K — L должна быть 64,2 keV для Pt, 66,1 keV для Au и 68,1 keV для Hg.

В этом параграфе дано описание экспериментальной установки, использованной в 1.Х.1954 г.

1. Основная компонента β -спектра имеет энергию $E_{\beta} = 1371 \text{ keV}$ (среднее значение из результатов работ [1, 7]). Форма спектра фермиевская [1, 7]. Мягкая ($E_{\beta} = 290 \text{ keV}$) компонента β -спектра настолько мала, что может вызвать заметных отклонений от фермиевской формы спектра.

2. Мягкая компонента β -спектра обнаружена Каванагом [18] в β - γ -совпадении для Au^{198} . В этой работе спектрометр настраивался на жесткую γ -линию (1089 keV), регистрировалась счетчиком Гейгера-Миллера. Научалось находить в зависимости от толщины фильтра, помещаемого перед счетчиком. Совпадения пропадают при $E_{\beta} = 290 \text{ keV}$. Эта мягкая β -компонента ведет на возбужденный уровень Hg^{198} . Значение $E_{\beta} = 290 \pm 15 \text{ keV}$ получено тем же методом в работе Броси и др. [4]. В ней изучались совпадения между γ -квантами 690 keV (цифровым спектрометром) и выделенными по энергии при помощи линзового спектрометра β -частицами.

3. Жесткая компонента β -спектра обнаружена Залозом и др. [7]. Она имеет граничную энергию $E_{\beta} = 1371 \pm 4 \text{ keV}$ и относительную интенсивность $(2,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-4}$ β -частицы на распад.

Так как граничная энергия мягкой компоненты и γ -линия ($1370,5 \pm 1,7 \text{ keV}$), то естественно принять, что жесткая компонента возникает при распаде Au^{198} на основной уровень Hg^{198} . Форма этой слабой β -компоненты, специально изученная в работе [7].

4. Представленные выше данные о β - и γ -спектрах явились основой для изучения распада Au^{198} , изображенной на рис. 3 [7]. Опыты с β - γ -совпадениями [4, 16] и γ - γ -совпадениями [16] подтверждают ее правильность. Основное состояние Hg^{198} ядра с четным числом протонов и нейтронов, вероятно, принадлежит к типу 2^+ .

5. Квантовые характеристики первого возбужденного уровня Hg^{198} вытекают из абсолютного значения коэффициента конверсии $K_{\beta} = 411 \text{ keV}$ на K -оболочку и из отношения K/L и ν на отношение $I_{\beta K}/I_{\beta L}$ для тонких пленок. Величина K_{β} определена в работах [1, 3, 5, 13, 17, 18]. Наиболее точно определено значение ν она определена в работе [18]. Значение K/L для β -перехода E_2 (интерполированное значение) равно отношению $I_{\beta K}/I_{\beta L}$ для $M1$ γ -лучей [18]: $\gamma_K = 0,031$ для $M1$, $\gamma_L = 0,32$ для $M1$, $\gamma_K = 0,16$ для E_3, E_4, \dots $\alpha_K > \gamma_K \cdot 0,082$ для $M2$, $\alpha_L > \gamma_L \cdot 0,4$.

Отношение α_K/α_L в работе [18] равно $\frac{0,0307}{0,0108} \approx 3,0$; значение, полученное для β -перехода по кривой Гольдгабера и Самьера [20] для перехода типа E_2 , равно 2,7.

Сван и Хилл [21] определили отношение вероятностей поглощения γ -лучей 411 keV на L_{II} и L_{III} подуровнях; по их данным $I_{L_{II}}/I_{L_{III}}$ равно

В работе [21] определено отношение вероятностей поглощения γ -лучей 411 keV на L_{II} и L_{III} подуровнях; по их данным $I_{L_{II}}/I_{L_{III}}$ равно $0,0064$, что прекрасно согласуется с теоретическим значением [21] для перехода типа $E_2 - 0,004$ для $E_3 - 0,0007$; для $M1 - 0,0148$ и для $M2 - 0,001$. Прямодат также экспериментальное значение $\alpha_K/\alpha_L = 6,3 \pm 0,5$, что согласуется с величиной 6,8, полученной путем экстраполяции кривой Гольдгабера и Самьера [20] для излучения типа E_2 . Таким образом, второй возбужденный уровень Hg^{198} так же, как и первый, имеет спин 2 и четность +.

9. Идентификация первого и второго уровней подуровней γ -лучей с теоретической измеренного в работе [7] коэффициента конверсии для γ -лучей 676 keV . Он оказался равным $\alpha_K = 0,0224 \pm 0,0019$, что соответствует теоретической величине [25] для смеси из $(32 \pm 6) \%$ $M1$ и $(68 \pm 6) \%$ $E2$ -излучения (для $M1$ $\alpha_K = 0,047$, а для $E2 - 0,0111$).

10. Приведенная идентификация уровней Au^{198} находится в хорошем согласии с результатами измерений угловой $\gamma - \gamma$ -корреляции для $h\nu = 411$ и 676 keV [26-28].

Одинаковый тип уровней 411 keV Hg^{198} и $1089 \text{ keV Hg}^{198}$ косвенно подтверждается также близостью значений I/T для переходов Au^{198} на эти два уровня (см. в. 11).

11. Прямое измерение спина Au^{198} , произведенное Рейнольдсом и др. [9], привело к значению 2. Таким образом β -переход $\text{Au}^{198} \rightarrow 0 \text{ keV Hg}^{198}$ принадлежит к типу $2 \rightarrow +0$. Для этого перехода $E_{\beta} = 1371 \text{ keV}$, $I_{\beta} = 0,025 \%$ и, следовательно, $\lg I/T = 11,7$. Столь высокое значение I/T указывает на порядок запрещения не ниже 2. При типе $\text{Au}^{198} \rightarrow 2$ порядок запрещения был бы первым, поэтому тип основного состояния Au^{198} по-видимому, $+2$. При этом оба β -перехода на возбужденные состояния Hg^{198} принадлежат к типу $+2 \rightarrow +2$, т. е. должны быть разрешенными. Величина $\lg I/T$ для этих переходов $-7,4$ и $7,6$ - плохо согласуются с этим выводом. Однако в настоящее время известны и другие случаи, когда разрешенные переходы имеют anomalously большое I/T , вероятно из-за разлечения структур исходного и конечного ядер.

12. Относительно перехода Au^{198} в Hg^{198} имеются следующие сведения. В [30] определен верхний предел для отношения $\alpha_K/\alpha_L = 3,0$. Каванаг и др. [6] при помощи линейного спектрометра по фермиевскому закону обнаружили две мягкие γ -линии $(690,5 \pm 4)$ и $(290,5 \pm 3)$ соответствующих конверсионных линии они не обнаруживаются в спектре излучения, что это рентгеновские лучи. Они возникают в результате вылета конверсионных электронов при распаде Au^{198} в Hg^{198} вторых, вследствие ионизации β -частицами атомов и ионизации K -оболочки первого предела интенсивности K -захватной ветви и α -излучения α_K имеет величина 6 %.

В работе [31] оценка интенсивности K -ветви проведена с помощью сравнительного поглощения рентгеновских лучей, возникающих при K -захвате. Установлено, что если K -захват в Au^{198} и происходит с вероятностью, меньшей 0,4 % от вероятности β -распада.

Радиологический институт
им. В. Г. Хлопина
Академии наук СССР

Цитированная литература

1. Антошкова Н., Башкиров А., Джененов В., Докл. АН СССР, Серия физик., 14, 299 (1950).
2. Джененов В., Жуковский Н., Кольнов Ю., Докл. АН СССР, 3, 599 (1954).
3. E. H. S. Edwards, J. Phys. Rev., 82, 333 (1951).
4. Rossi A., Kolthoff B., Zeldes H., Fairstein E., Phys. Rev., 82, 2297 (1951).
5. H. G. M. Geiger, J. Phys. Rev., 82, 2291 (1951).
6. G. M. J. Van den Broek, J. Booker D., Dunster H., Proc. Phys. Soc., B, 66, 100 (1954).
7. M. G. J. Van den Broek, M. K. Wolfson J., Canad. J. Phys., 33, 189 (1954).
8. M. G. J. Van den Broek, J. Untersteiner V., Helv. Phys. Acta, 37, 100 (1964).
9. M. G. J. Van den Broek, B. Du Mond J., Phys. Rev., 86, 775 (1951).
10. E. H. S. Edwards, J. Phys. Rev., 92, 918 (1953).
11. E. H. S. Edwards, Phys. Rev., 73, 819 (1949), 75, 819 (1949).
12. E. H. S. Edwards, Phys. Rev., 73, 819 (1949), 75, 819 (1949).
13. E. H. S. Edwards, Phys. Rev., 73, 819 (1949), 75, 819 (1949).
14. E. H. S. Edwards, Phys. Rev., 73, 819 (1949), 75, 819 (1949).
15. E. H. S. Edwards, Phys. Rev., 73, 819 (1949), 75, 819 (1949).
16. E. H. S. Edwards, Phys. Rev., 73, 819 (1949), 75, 819 (1949).
17. E. H. S. Edwards, Phys. Rev., 73, 819 (1949), 75, 819 (1949).
18. E. H. S. Edwards, Phys. Rev., 73, 819 (1949), 75, 819 (1949).
19. E. H. S. Edwards, Phys. Rev., 73, 819 (1949), 75, 819 (1949).
20. E. H. S. Edwards, Phys. Rev., 73, 819 (1949), 75, 819 (1949).

Д. М. ХРОМЧЕНКО

ИССЛЕДОВАНИЕ УРОВНЕЙ ЛЕГКИХ ЯДЕР МЕТОДОМ МАГНИТНОГО АНАЛИЗА

Изучение спектров продуктов ядерных реакций ионизирующего излучения более эффективных методов ядерной спектроскопии. Определены энергии возбуждения уровней легких ядер с помощью магнитного анализа энергии заряженных частиц, образовавшихся в результате реакций, позволило в последнее время значительно повысить точность результатов и разрешающую способность при исследовании энергетических уровней ядер.

Однако в ряде случаев такие исследования были затруднены из-за малом диапазоне энергии возбуждения. Такими примерами являются исследования в др. [1]; для бомбардировки мишеней в этих экспериментах использовалась энергия всего в 2 MeV. Поэтому при достижении предела разрешающей способности прибора, полученных в этих опытах, не давали сведения об уровнях исследованных ядер лишь в области низких энергий возбуждения.

Нужно отметить большую трудность примененного в этих опытах метода регистрации заряженных частиц — счета следов в фотоэмульсии и измерения их длины; счет следов позволял оценить интенсивность исследуемых групп, измерение длины этих следов — природу образующихся групп частиц.

В настоящей работе излагаются результаты ряда опытов [2-5]. Целью этих опытов было изучение уровней некоторых легких ядер в области более высоких энергий возбуждения, чем изучались до сих пор.

Постановка опытов

В наших опытах энергия продуктов ядерных реакций изучалась так же, как при помощи магнитного анализа. Постановка опытов, однако, была различной от постановки опытов указанными выше авторами. В нашем случае

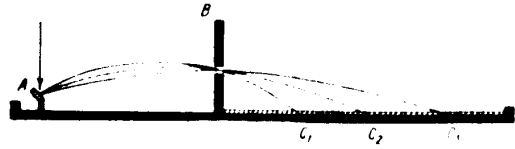


Рис. 1. Схема спектрографа. А — щель, В — магнитное поле, С₁, С₂, С₃ — пикеты на фотопленке.

более пучок моноэнергетических нейтронов, который использовался для бомбардировки мишеней А (рис. 1), в которой находится источник радиоактивного излучения. В магнитном и однородном поле, перпендикулярном направлению движения, вылетающие из мишеней заряженные продукты ядерных реакций и, пройдя через узкую щель В, попадают на фотопленку.

Д. В. Зависимый...
С, и т. н. Чем меньше...
на пластинку соотв...
что на пластинку, в...
можно было наблюдать у...

Для биострой и односторонней идентификации частиц мы...
Ю. А. Носков, дифференцирующий фильтр...
С, и т. н. Чем меньше...
на пластинку соотв...
что на пластинку, в...
можно было наблюдать у...

Для биострой и односторонней идентификации частиц мы...
Ю. А. Носков, дифференцирующий фильтр...
С, и т. н. Чем меньше...
на пластинку соотв...
что на пластинку, в...
можно было наблюдать у...

Для биострой и односторонней идентификации частиц мы...
Ю. А. Носков, дифференцирующий фильтр...
С, и т. н. Чем меньше...
на пластинку соотв...
что на пластинку, в...
можно было наблюдать у...

Для биострой и односторонней идентификации частиц мы...
Ю. А. Носков, дифференцирующий фильтр...
С, и т. н. Чем меньше...
на пластинку соотв...
что на пластинку, в...
можно было наблюдать у...

Для биострой и односторонней идентификации частиц мы...
Ю. А. Носков, дифференцирующий фильтр...
С, и т. н. Чем меньше...
на пластинку соотв...
что на пластинку, в...
можно было наблюдать у...

Правда, в...
остаточных дейтронов, для каждой...
Гулик.

В...
среднее значение из отдельных замеренных

В...
соответствующих линиям.

Исследование спектров возбуждения некоторых легких ядер...
углерод и кислород —

Исследование энергетического спектра бета-лучей ядер в области...
самостоятельный

На рис. 2 (см. вклейку, стр. 280) представлены репродукции типичных...
наиболее простыми на всей

Углерод

В опытах с углеродом мишенью служил слой сажи, нанесенный на подложку из медной фольги толщиной ~0,5 м. На фотографии спектра углерода (рис. 2, а) справа вверху видна яркая линия, обусловленная деитроном, отраженными упруго от меди. Она отчетливо видна на верхней половине пластинки, экспонированной без фильтра, и отсутствует на нижней, закрытой фильтром.

Микрофотограммы обеих половинок этой фотопластинки приведены на рис. 3. Из них видно, что в исследованном нами энергетическом интервале имеется четыре группы протонов от реакции $C^{12}(d, p)C^{13}$. Основная составляющая, три остальные характеризуют переходы в ядра C^{12} . При энергии бомбардирующих дейтронов $T_d = 0,4$ МэВ линия протонов $C^{12}(d, p)C^{13}$ совпала по положению с группой дейтронов, отраженных упруго от ядра C^{12} . Поэтому на кривой / рис. 3 (а) видна одна линия, закрытой фильтром части фотопластинки) этой линии не было.

Как масса ядра C^{12} , так и Q_0 для реакции $C^{12}(d, p)C^{13}$ известны до той же точности и определены двумя независимыми способами — из данных магнитному анализу продуктов этой реакции [7] и из масс спектров

Спектры рентгеновского излучения кислорода от образцов, полученных на рт. 1, 2, 3, 4. Микрофотографии этих образцов приведены на рт. 4.



— спектр на частицы
— спектр на частицы
— спектр на частицы
— спектр на частицы

Таблица 2
Энергия (в MeV)

Энергия (в MeV)	Высота и ширина (13)
0,883	
3,080	
3,856	

В табл. 2 даны полученные нами значения энергий уровней ядра O^{17} . Они основаны на измерении спектров кислорода от окиси вольфрама и тетраоксида вольфрама. Для составления в табл. 2 приведены также значения энергий уровней ядра O^{17} . Они основаны на измерении спектров кислорода от окиси вольфрама и тетраоксида вольфрама. Для группы протонов, соответствующей периоду O^{17} , мы получили значения энергии уровней ядра O^{17} .

была отчетливо выражена на всех микрофотографиях и была весьма интенсивной.

Наблюденный нами в результате реакции $Li^6 + p \rightarrow Li^7 + \gamma$ Li^7 [3] с энергией возбуждения 6,53 MeV ранее был известен при неупругом рассеянии протонов [17]. В реакции (4) он обнаружен впервые в наших опытах.

Таблица 4

Уровни возбуждения ядра Li^7 (в MeV)

№ группы	Энергия (MeV)	Данные других авторов	
		Метод	Автор
1	0	Химический метод	Пауль [19]
2	0,70	Метод микрофотографии	Страт и др. [7]
3	0,84	Метод микрофотографии	Вильямсон и др. [16]
4	0,27	Метод микрофотографии	Бок и Харвей [20]

Уровни возбуждения ядра Li^7 , полученные в результате реакции (4), представлены в табл. 4. Группа протонов, характеризующая ядро Li^7 в основном состоянии, была весьма интенсивной и четко выделялась на микрофотографии Q , для этой реакции, полученное в наших опытах, совпадает с данными ряда авторов, применявшими самые различные методы. Наши опыты позволили впервые надежно установить наличие уровня Li^7 с энергией возбуждения 0,27 MeV, ранее считавшегося не обнаруженным.

$$E^* = 4,0 \pm 0,2 \text{ MeV.}$$

В наших опытах по бомбардировке дейтоном порошка Li^6 в спектре Li^7 мы обнаружили группу частиц, не прошедших через фильтр (см. рис. 5, табл. 1). Проведенные контрольные опыты на телескопных фотоаппаратах позволили установить, что она состоит из α -частиц и возникает в результате реакции $Li^6(d, \alpha)He^4$. Энергия этой реакции, определенная нами из анализа пяти пластинок, оказалась равной $Q = 13,71$ MeV. Опубликованные ранее значения этой величины [21-23] колеблются в диапазоне 13,43-14,3 MeV; они были определены методами, дающими меньшую точность, чем наш, поэтому приведенное нами значение Q может быть использовано для уточнения массы ядра He^4 . Принимая для масс реагирующих ядер значения, приведенные в работе Г. Давиденкова и Л. Зыряновой [24], мы получаем

$$M_{He^4} = 4,00151 \text{ а.е.м.}$$

В опытах по бомбардировке дейтоном порошка Li^6 мы обнаружили группу частиц, не прошедших через фильтр (см. рис. 5, табл. 1). Проведенные контрольные опыты на телескопных фотоаппаратах позволили установить, что она состоит из α -частиц и возникает в результате реакции $Li^6(d, \alpha)He^4$. Энергия этой реакции, определенная нами из анализа пяти пластинок, оказалась равной $Q = 13,71$ MeV. Опубликованные ранее значения этой величины [21-23] колеблются в диапазоне 13,43-14,3 MeV; они были определены методами, дающими меньшую точность, чем наш, поэтому приведенное нами значение Q может быть использовано для уточнения массы ядра He^4 . Принимая для масс реагирующих ядер значения, приведенные в работе Г. Давиденкова и Л. Зыряновой [24], мы получаем

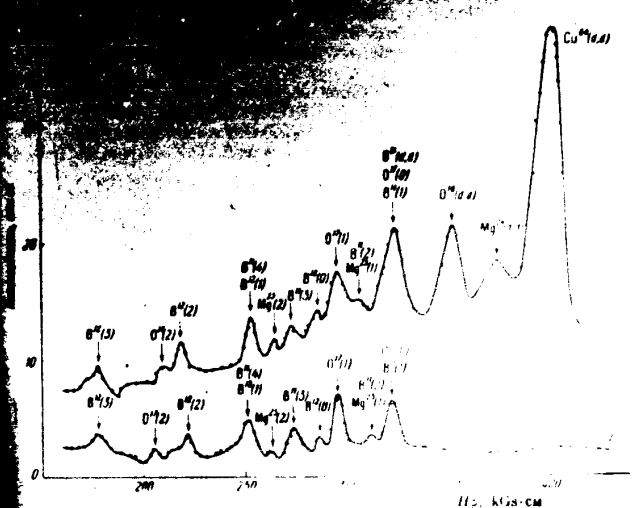


Рис. 7. То же, что на рис. 4, но сгиб бора ($E_d = 4,153$ MeV)

Уровней бора мы изучили три пластинки со спектром этого элемента. Интерпретация наблюдаемых уровней как уровней B^{10} или B^{11} основывалась также на сопоставлении наших данных с данными других работ, сделанными на обогащенных изотопах бора.

Таблица 5

Уровни возбуждения ядра B^{11} (Q в MeV)

№ группы	Настоящая работа	Вейтсон [25]	Ван-Паттер и др. [9]
1	2,44 ₃	-	2,447
-	-	-	2,427
-	-	1,36	-
2	(1,98 ₃)	-	1,937
3	0,84 ₃	0,70	0,667
4	0,27 ₃	0,320	0,369

Таблица 6

Уровни возбуждения ядра B^{10} (в MeV)

№ группы	Настоящая работа	Данные других авторов
1	0,30 ₃	0,30
2	1,36 ₃	1,36
3	2,56 ₃	2,56

В табл. 5 приводим значения Q , полученные нами для уровней $B^{11}(d, \alpha)B^{10}$. Они сравниваются с соответствующими участками спектра B^{11} на работ Вейтсона [25] и Ван Паттера и др. [9].

Л. М. Хралченко

В наших опытах охвачен диапазон Q , соответствующий более десяти уровням B^{12} , поэтому Q , и уровни, близкие к основному состоянию, в наших спектрограммах отсутствуют.

В табл. 6 мы приводим сводку уровней B^{12} , получающихся в результате (d, p)-реакции на основном изотопе бора. Они сопоставлены с данными работ других авторов, собранными в обзоре Айзенберга и Льюритсена [15].

Q для реакции $B^{12}(d, p)B^{13}$ было измерено в опытах Бюхнера и др. [26]. Они были получены для энергии $Q_0 = 1,136$ MeV. В наших опытах для этой реакции было измерено $Q_0 = 1,10$ MeV. Этими же авторами была зарегистрирована группа уровней, соответствующая первому уровню возбуждения B^{12} ($E = 0,47$ MeV).

Уровни B^{12} при энергиях 0,50, 1,05 и 1,82 MeV были изучены Мэннингем и др. [27] из анализа реакции иного типа — $Be^9(\alpha, p)B^{12}$.

Наши опыты подтвердили наличие двух ранее известных уровней B^{12} ($E = 0,47$ и 1,05 MeV). Уровни 1,82 MeV в (d, p)-реакции нами не зарегистрированы. Помимо этих уровней мы зарегистрировали также группу уровней, характерную для возбужденных уровней бора. Если интерпретировать эти уровни как уровни B^{12} , то реакция на основном изотопе бора должна была бы происходить с участием соответствующего уровня B^{12} . Она была нами зарегистрирована и опубликована после направления в редакцию.

В наших опытах изучению уровней алюминия и бора, близкие к основному состоянию, найденные в наших опытах, и, кроме того, уровни B^{12} при высоких энергиях возбуждения (в спектре B^{12} при энергии 1,82 MeV).

Уровни алюминия в (d, p)-реакции не были обнаружены при энергии 1,82 MeV. Следует предположить, что либо энергия уровней должна быть поставлена под сомнение, либо энергия порога для указанного перехода в реакции.

Магний

В наших опытах приготавливаясь нами путем испарения металлического магния, изотопного состава на мелкую фольгу. В наших опытах, в отличие от предыдущих случаев, магний не окислен. В спектрограмме спектра магния представлена на рис. 2, с. 10. В спектрограмме спектра магния, полученной при энергии 1,82 MeV, представлен спектр магния, который более сложен, чем спектр алюминия. В спектре магния, представленном на рис. 2, с. 10, мы наблюдаем группу уровней, соответствующую основным уровням магния. В спектре магния, представленном на рис. 2, с. 10, мы наблюдаем группу уровней, соответствующую основным уровням магния. В спектре магния, представленном на рис. 2, с. 10, мы наблюдаем группу уровней, соответствующую основным уровням магния.

Идентификация уровней магния была установлена ввиду наличия в спектре магния уровня, близкого к основному состоянию Mg^{24} — 78,60%. Этот уровень не дает реакции с дейтроном. В спектре магния, полученном в результате (d, p)-реакции на основном изотопе магния, мы наблюдаем группу уровней, соответствующую основным уровням магния. В спектре магния, полученном в результате (d, p)-реакции на основном изотопе магния, мы наблюдаем группу уровней, соответствующую основным уровням магния. В спектре магния, полученном в результате (d, p)-реакции на основном изотопе магния, мы наблюдаем группу уровней, соответствующую основным уровням магния.

Л. М. Хралченко

В наших опытах охвачен диапазон Q , соответствующий более десяти уровням Mg^{24} , поэтому Q , и уровни, близкие к основному состоянию, в наших спектрограммах отсутствуют.

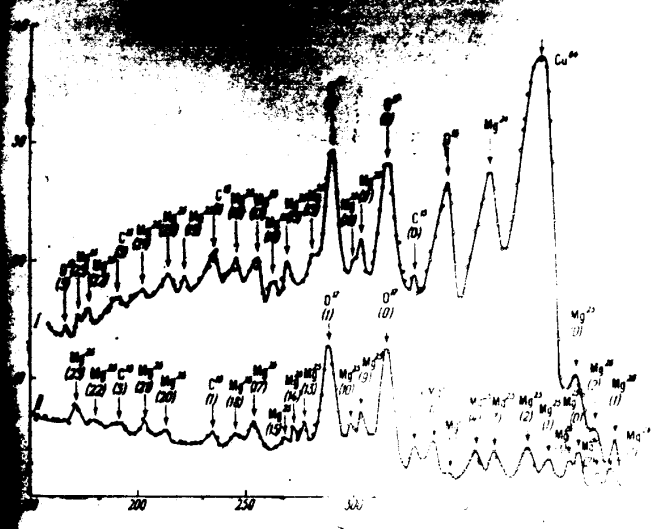
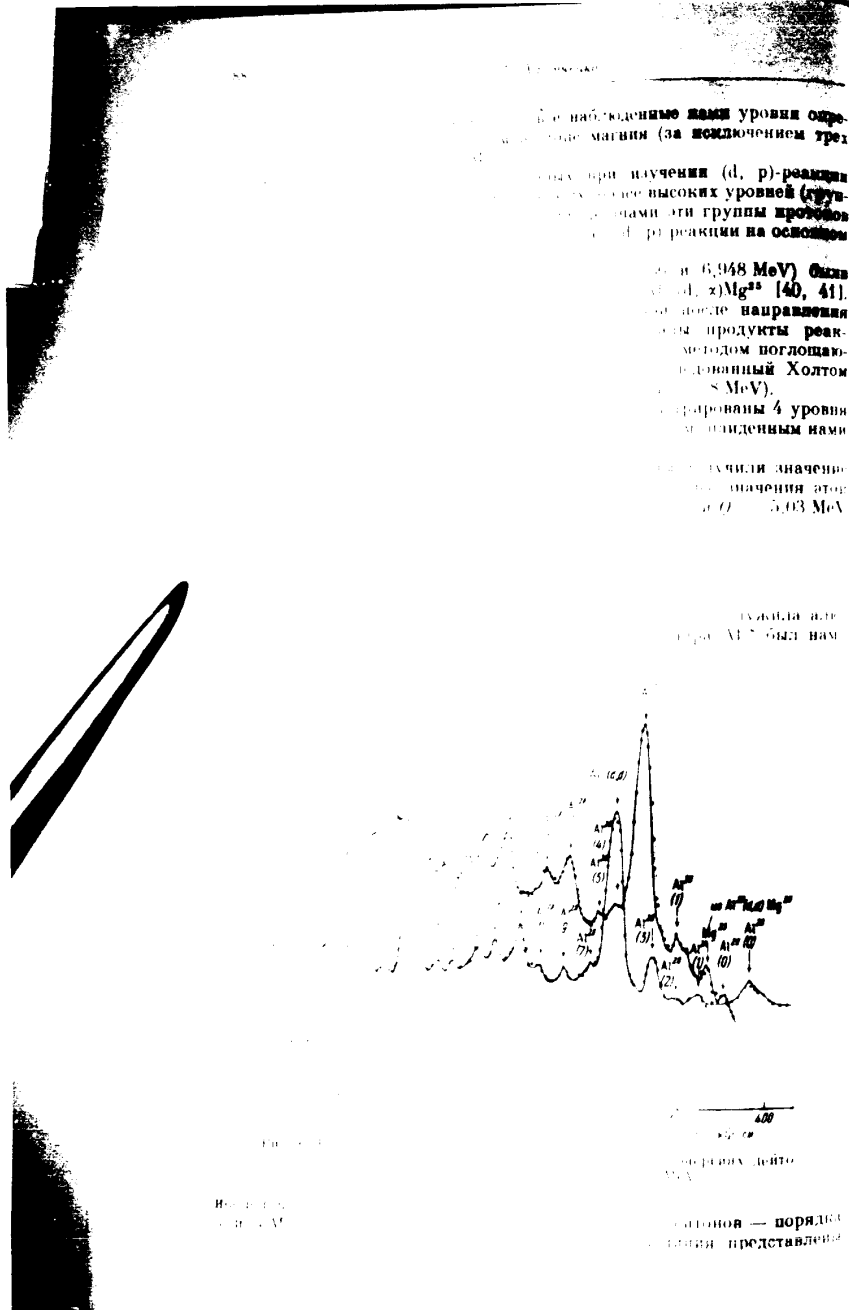


Рис. 8. То же, что на рис. 4, но для энергии 1,82 MeV.

В табл. 7 мы приводим сводку уровней Mg^{24} , полученных в результате анализа шести фотонастенок, полученных в результате (d, p)-реакции на основном изотопе магния. В табл. 7 мы приводим сводку уровней Mg^{24} , полученных в результате анализа шести фотонастенок, полученных в результате (d, p)-реакции на основном изотопе магния. В табл. 7 мы приводим сводку уровней Mg^{24} , полученных в результате анализа шести фотонастенок, полученных в результате (d, p)-реакции на основном изотопе магния.

Уровни возбуждения ядра Mg^{24} (тыс. MeV)		
№ группы	Настоящая работа	Другие работы
1	0,59 ₀	0,52
2	0,98 ₀	0,97 ₀
3	(1,58 ₀)	1,61 ₂
4	2,02 ₀	1,93 ₇
5	(2,47 ₀)	2,50 ₀
6	2,89 ₀	2,74 ₇
7	(2,87 ₁)	2,84 ₃
8	—	3,40 ₅
9	3,92 ₀	3,89 ₉
10	4,03 ₀	3,97 ₂
11	—	(4,26 ₅)
12	—	(4,42 ₁)



Методом магнитов (за исключением трех уровней при излучении (d, p)-реакции), а также с помощью более высоких уровней (группы уровней) с помощью этих группы протонов (группы уровней) при реакции на осциллограммах.

Энергия $6,948 \text{ MeV}$ была определена для $Al^{27}(d, \alpha)Mg^{25}$ [40, 41]. Энергия $8,8 \text{ MeV}$ была направлена на продукты реакции $Al^{27}(d, n)Si^{28}$ методом поглощающего слоя, предложенный Холтом [42]. Энергия 8 MeV была направлена на продукты реакции $Al^{27}(d, p)Si^{28}$ с помощью магнитов.

Мы получили значения энергии возбуждения $Q = 5,03 \text{ MeV}$ для $Al^{27}(d, p)Si^{28}$ и $Q = 5,47 \text{ MeV}$ для $Al^{27}(d, n)Si^{28}$.

Для реакции $Al^{27}(d, p)Si^{28}$ мы получили значения энергии возбуждения $Q = 5,47 \text{ MeV}$. В работе Келлера [33] приведены значения энергии возбуждения $Q = 5,47 \text{ MeV}$ для $Al^{27}(d, p)Si^{28}$ и $Q = 5,03 \text{ MeV}$ для $Al^{27}(d, n)Si^{28}$. Сравнение данных различных авторов показывает, что наши данные согласуются с данными Келлера [33] и других авторов [34, 35].

Сопоставление данных различных авторов с ранее опубликованными уровнями из работы Келлера [33] и других авторов [34, 35] показывает, что наши данные согласуются с данными Келлера [33] и других авторов [34, 35].

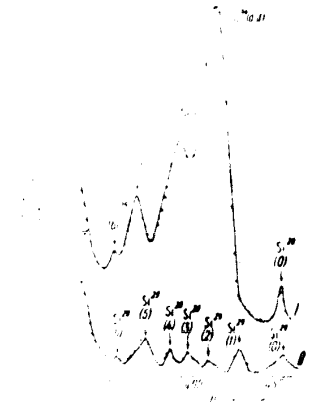
Уровни возбуждения ядра Al^{27} (MeV)

№ уровня	Энергия возбуждения, MeV	Энергия деутона, MeV	Энергия протона, MeV
0	0,00	0,00	0,00
1	0,25	0,25	0,25
2	0,50	0,50	0,50
3	0,75	0,75	0,75
4	1,00	1,00	1,00
5	1,25	1,25	1,25
6	1,50	1,50	1,50
7	1,75	1,75	1,75
8	2,00	2,00	2,00
9	2,25	2,25	2,25
10	2,50	2,50	2,50
11	2,75	2,75	2,75
12	3,00	3,00	3,00
13	3,25	3,25	3,25

Л. М. Храменко

...четыре новых уровня (группы 22, 24, 25 и 27). Последний уровень...
 ...достоверен по идентификации. Малая интенсивность...
 ...группы не дает возможности исключить его интерпретацию...
 ...уровни Al^{27} ...
 ...реакции также уровень с $E^* = 7,59$ MeV...
 ...уровни Al^{27} ... ранее из излучения реакции $(Al^{27} + \alpha)$

Мишень... изотопного состава: Si^{28} 92,27%...
 ...растянулась в ступке и высушена...
 ...наносилась на подложку из металла... дейтонами с



Энергетический уровень ядра Si^{28}

...спектра...
 ...параме...
 ...период...
 ...формы...
 ...шести...
 ...Наша...
 ...и Бюх...
 ...работ...
 ...магнитного...
 ...времени...
 ...детально...
 ...работы, все...
 ...на основе...
 ...11-17, наблюдаемые...
 ...уровни 15 мы впервые...
 ...отожествлен с уров...

...возбуждения и наблюдавшимся при излучении...
 ...толстые мишени...
 ...погрешность, чем в остальных случаях...
 ...значений около среднего достигал 40...
 ...keV...
 ...энергии реакции $Q = 6,22$ MeV. По данным Ван-Паттера и Бюхнера, $Q_0 = 6,246$ MeV

Уровни возбуждения ядра Si^{28} (в MeV)

М группы	Настоящая работа	Ван Паттер и Бюхнер (1957)	Степанов	Бюхнер
1	1,274	1,278		
2	2,034	2,027		
3	2,414	2,426		
4	3,084	3,050		
5	3,694	3,623		
6	4,224	4,068		
7	4,834	4,540		
8	5,364	4,897		
		5,004		
		5,914		

Обсуждение результатов

Анализ систем уровней легких ядер, полученных в наших опытах, показывает, что из всех реакций, могущих возникнуть в этих ядрах при облучении их дейтонами средних энергий, наиболее вероятной является реакция (d, p) . В наших опытах было зарегистрировано около 100 уровней различных ядер. Из них лишь в одном случае (в спектре лития) наблюдались реакции неупругого рассеяния дейтонов и в двух (в спектрах лития и алюминия) — реакции (d, α) . Все остальные уровни исследованных ядер были получены в результате реакции (d, p) .
 Из зарегистрированных уровней можно иметь место семь типов реакции (d, n) , (d, p) , (d, α) , (d, t) , $(d, ^3He)$, $(d, ^4He)$. Для реакции (d, α) более других характерна величина сечения для энергии дейтонов 11 MeV и выше, что относительно сильно отличается от значений сечения для других типов реакций.
 Для последних реакций и реакции (d, t) характерно то, что они протекают как проходящую через стадию образования промежуточного ядра, что мало вероятно на энергетических образованиях. Изучение углового распределения дейтонов, рассеянных неупруго, и момента импульса, происшедшего в работе Мэддана и Гута (MSL) выявило, что для реакции (d, p) является иной траекторией реакции неупругого рассеяния. Этот вывод в соответствии с опытом дал расчет этого процесса как процесс неупругого рассеяния. Возбуждения ядра полем входящей частицы. Малая вероятность реакции (d, p) , наблюдающейся в наших опытах, может быть объяснена тем, что наиболее выгодным для наблюдения углом рассеяния (у нас — вперед) является угол рассеяния в сравнительно низкой энергии бомбардирующих дейтонов. Энергии, при которых отмечалось большое сечение для реакции неупругого рассеяния дейтонов, были выполнены с дейтонами больших энергий (7,5-10 MeV).

Кроме того, на себя внимание также то обстоятельство, что ядра девяти атомов — Li^7 , Li^8 , B^{10} , B^{11} , C^{12} , O^{16} , Ne^{20} , Si^{28} и S^{32} — обладают сравнительно сложными спектрами возбуждения в исследованном интервале энергий возбуждения. Простыми. Следует указать в этой связи на то, что у Ne^{20} заполняется вторая оболочка нейтронов ($N = 8$), у Si^{28} — начинается заполнение третьей. Если проследить положение уровней возбуждения легких ядер в исследуемой области N , то увидим, что начало заполнения второй оболочки нейтронов характеризуется энергией возбуждения первого уровня порядка $0,5 + 2,5$ МэВ. При приближении оболочки нейтронов к окончанию ($N = 8$) энергии возбуждения первого уровня у ряда ядер повышается (такими являются C^{12} и O^{16}). Заполненная оболочка характеризуется весьма высокой энергией возбуждения первого уровня — $20 - 21$ МэВ. Последний уровень первого уровня при энергии ≈ 6 МэВ. Переход к началу третьей оболочки нейтронов характеризуется резким понижением энергии возбуждения первого уровня.

Большая часть исследований в области более тяжелых ядер проводится в области N . С этой точки зрения наиболее интересна область $N = 8$ у атомов Li^7 , Li^8 , B^{10} , B^{11} , C^{12} , O^{16} , Ne^{20} , Si^{28} и S^{32} ядер, у которых наблюдается характерное изменение энергии возбуждения первого уровня, и которое по своему характеру напоминает явление, наблюдаемое в более тяжелых ядрах.

Работа выполнена в соответствии с заданием полковника П. И. Лункина, начальника лаборатории в Ленинском филиале Института физики им. П. Д. Барышника, Академии наук СССР. Автор выражает свою искреннюю благодарность Ю. А. Бурчневскому за помощь в работе.

Использованная литература

1. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **74**, 1569 (1948).
2. R. H. T. Frigg, *Phys. Rev.*, **93**, 101 (1954).
3. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **95**, 1937 (1954).
4. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **95**, 211 (1954).
5. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 108 (1955).
6. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 119 (1955).
7. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 131 (1955).
8. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 143 (1955).
9. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 155 (1955).
10. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 167 (1955).
11. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 179 (1955).
12. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 191 (1955).
13. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 203 (1955).
14. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 215 (1955).
15. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 227 (1955).
16. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 239 (1955).
17. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 251 (1955).
18. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 263 (1955).
19. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 275 (1955).
20. H. B. Wood, *Phys. Rev.*, **96**, 287 (1955).
21. W. H. Williams, J. Shepherd, W. H. C. C. R. *Phys. Rev.*, **52**, 390 (1937).
22. L. E. Glendenin, P. G. H. P. *Phys. Rev.*, **58A**, 893 (1947).
23. French, A. French, P. G. H. P. *Phys. Rev.*, **58A**, 432 (1951).
24. Джемелов, Л., Барчневский, Ю. А. *Учен. зап. Казан. ун-та.* **47**, 21 (1952).
25. Watson, W. *Phys. Rev.*, **80**, 582 (1951).
26. Barchner, W. *Ann. Physik*, **10**, 262 (1950).
27. Mac Millan, W. S., and Mac Millan, V. *Phys. Rev.*, **64**, 963 (1951).

Wood, H. B. *Phys. Rev.*, **88**, 963 (1953).

Frigg, R. H. T. *Phys. Rev.*, **93**, 375 (1950).

Wood, H. B. *Phys. Rev.*, **97**, 51 (1952).

Williams, W. H., Shepherd, J. *Phys. Rev.*, **78**, 300 (1950).

Williams, W. H., Shepherd, J. *Phys. Rev.*, **78**, 311 (1950).

Williams, W. H., Shepherd, J. *Phys. Rev.*, **78**, 322 (1950).

Williams, W. H., Shepherd, J. *Phys. Rev.*, **78**, 333 (1950).

Williams, W. H., Shepherd, J. *Phys. Rev.*, **78**, 344 (1950).

Schultz, A., Sampson, M., Cochran, R. *Phys. Rev.*, **80**, 574 (1950).

Topsy, H., Sampson, M., Steigert, F. *Phys. Rev.*, **85**, 280 (1952).

Hell, J., Marshaw, T. *Proc. Phys. Soc. (London)*, **A66**, 258 (1953).

М. П. ГЛАЗУВОВ, В. С. ДЖЕЛЕНОВ

СПЕКТР I_{129}^{129}

Излучение I_{129}^{129} является весьма сложным спектральным излучением. Оно состоит из 7 квантов, по крайней мере, в области 100-1000 keV.

В работах [1, 2] приведены данные, посвященные излучению I_{129}^{129} . Авторы этих работ, А. А. Гаврилова, Н. А. Антоновой и В. С. Дженелова, предложили предположительную схему распада I_{129}^{129} с энергией до 1952 г. С тех пор в литературе появились данные о дополнительных изменениях в схеме распада I_{129}^{129} .

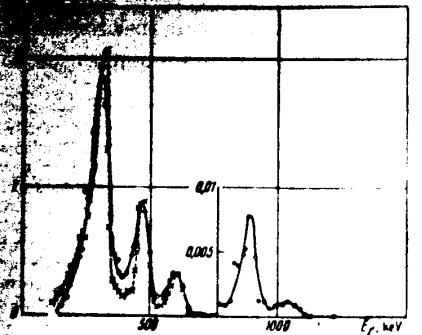
В работах [3] уточнены энергии отдельных линий I_{129}^{129} (в keV). В работах Прингла и др. [4] приведены данные о относительных интенсивностях спектра; авторами приведены относительные интенсивности пяти наиболее жестких линий I_{129}^{129} с энергиями 498, 605 и 613 keV.

В настоящей работе приведены относительные интенсивности исследованных в работе I_{129}^{129} линий, приведенные в таблице.

Таблица 1. Относительные интенсивности γ -лучей I_{129}^{129}

Энергия E_{γ} , keV	Относительная интенсивность	Энергия E_{γ} , keV	Относительная интенсивность	Наши измерения		
				Энергия E_{γ} , keV	Относительная интенсивность	Относительная интенсивность
314	7,50	314	7,50	0,17	0,07	
498	4,92	498	4,92	4,79	4,23	
605	1,74	605	1,74	1,74	1,74	
613	1,74	613	1,74	1,74	1,74	
788	0,002	788	0,002	—	—	
853	0,037	853	0,037	0,027	—	
1053	0,0085	1053	0,0085	0,0123	—	
1210	—	1210	—	—	—	

Работа выполнена на Симпозиуме в феврале 1954 г. и дискуссионных работах [4, 5], появившихся позднее.



На рисунке приведены результаты первой и третьей серий измерений спектра I_{129}^{129} в обработанном виде: экспериментальные данные приведены в разных интервалах энергий, введены поправки на неравномерность чувствительности ритрона, на поглощение γ -лучей в источнике, на зависимость эффективности счетчиков от энергии. Совмещение спектров произведено по ординате при $E_{\gamma} = 605$ keV. Жесткие линии 898, 953 keV были слабо отчетливы.

Линии 314, 280, 208, 308 и 316 keV, а также 580, 605 и 613 keV не были обнаружены, и оставили две группы линий с эффективными энергиями 54 и 612 keV.

Результаты измерений приведены в таблице. Относительная интенсивность группы линий с $E_{\gamma} = 498, 605$ и 613 keV, которая, для удобства сравнения с данными [1], принята 1,74. Существенная интенсивность группы наиболее жестких линий обнаружена на I_{129}^{129} третьей серии измерений, в которых линиям I_{129}^{129} присвоены относительные интенсивности остальных γ -лучей по методу уравнивания площадей I и II серий.

Интенсивность γ -лучей $E_{\gamma} = 880$ keV, впервые обнаруженной в работе [1], оказалась значительно большей, чем указано в приведенной там же схеме распада. Линия $E_{\gamma} = 1210$ keV, обнаруженная в работе [4], была обнаружена в указанную схему распада, но обнаруженная нами интенсивность в [4] линия $E_{\gamma} = 1053$ keV требует введения дополнительных данных. Научая для контроля область энергий 1600 - 2500 keV в различных условиях, мы не обнаружили в этой области никаких линий, интенсивность которых превышала бы $2 \cdot 10^{-4}$ кванта на радиоактивный распад.

Цитированная литература

1. Антонова Н., Дженелов В., Изв. АН СССР, Серия физ.-матем. науки, 1952, № 1, с. 103.
2. Прингл Р., Физ. Рев., 57, 930 (1952).
3. Райт Н., Райс Д., ДеМонд Л., Физ. Рев., 88, 775 (1952).
4. Гривиллетт В., Тейлор Н., Физ. Рев., 95, 115 (1954).
5. Антонова Н., Дженелов В., Изв. АН СССР, Серия физ.-матем. науки, 1954, № 1, с. 103.

В. С. ДЖЕЛЕНОВ, Н. Н. ЖУКОВСКИЙ и В. Г. ШИШОВ

Г-ИЗЛУЧЕНИЕ $\text{Eu}^{154,154}$

При облучении европия тепловыми нейтронами получены два дельтаперспектива и спектра с массовыми числами 152 и 154, приблизительно одинаковые периоды полураспада (13 и 16 лет соответственно) [4], распад обоих изотопов сопровождается γ -излучением. При помощи спектрометра с улучшенной фокусировкой, малометаллической камерой детектора [5] мы исследовали это γ -излучение. На рис. 1 приведены экспериментальная кривая, полученная с помощью спектрометра, и теоретическая кривая, рассчитанная с помощью программы ЭВМ. Теоретическая плотность $1,86 \text{ мк} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{кВ}^{-1}$ для спектра с толщиной мишени 17 μ и для спектра с толщиной мишени 50 μ совпадают в единицу времени. Кроме того, на рис. 2 приведены спектры, снятые на элетроне с мишенями толщиной 17 и 50 μ и на ритроне с мишенью толщиной 50 μ . В спектрах, снятых на элетроне, наблюдается лучшее разрешение, чем в спектрах, снятых на ритроне. В спектрах, снятых на элетроне, наблюдается лучшее разрешение, чем в спектрах, снятых на ритроне. В спектрах, снятых на элетроне, наблюдается лучшее разрешение, чем в спектрах, снятых на ритроне.

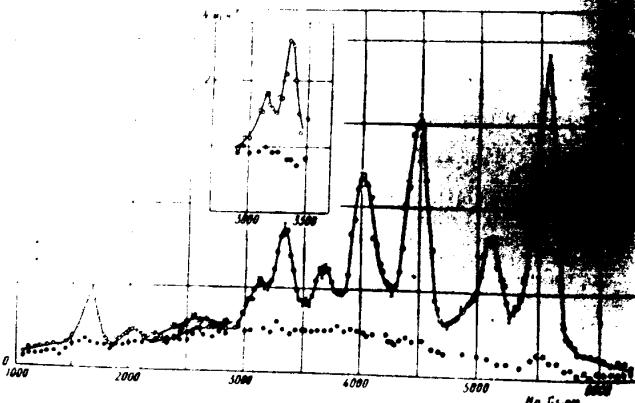


Рис. 1. γ -Спектр $\text{Eu}^{154,154}$, полученный на элетроне с мишенью толщиной 17 μ . I — совпадения при мишени в дуге; II — совпадения при мишени в дуге (фон); III — совпадения при мишени толщиной 50 μ .

Для лучшего разрешения двух линий в области 2900—3500 Gs/ev выполнено исследование этого участка спектра в условиях повышенной разрешающей способности прибора. Результаты приведены в части рисунка.

Для определения относительных интенсивностей γ -лучей $\text{Eu}^{154,154}$ был исследован на ритроне [6], для которого относительная эффективность рассчитана

относительная ошибка (0,5 %).

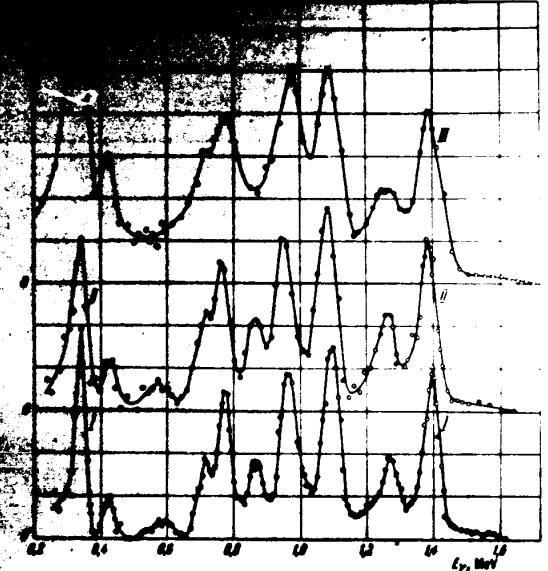


Рис. 2. γ -Спектры $\text{Eu}^{154,154}$ обработанные виде: I — спектр, снятый на элетроне с мишенью толщиной 17 μ ; II — то же, но с мишенью толщиной 50 μ ; III — спектр, снятый на ритроне с мишенью толщиной 50 μ . На ординате отложено число γ -квантов, приведенное к равным интервалам энергии γ -лучей.

Кривые I и II получены на элетроне с мишенями 17 и 50 μ соответственно, кривая III — на ритроне в обычных для него условиях.

На рис. 2 видно, что элетрон обладает лучшей разрешающей способностью в сравнении с ритроном. При этом светосила прибора одного порядка.

Кривые I и II спектра были разложены на отдельные линии при помощи градуированных γ -лучей Co^{60} , Zn^{65} и ThC^2 , специально измеренных на элетроне в тех же условиях, при которых был исследован спектр $\text{Eu}^{154,154}$. Кривая III была разложена на компоненты при помощи метода наименьших квадратов, приведенных в работе [6].

В спектрах, снятых на элетроне, наблюдается лучшее разрешение, чем в спектрах, снятых на ритроне. В спектрах, снятых на элетроне, наблюдается лучшее разрешение, чем в спектрах, снятых на ритроне. В спектрах, снятых на элетроне, наблюдается лучшее разрешение, чем в спектрах, снятых на ритроне.

В. С. Давыдов, Н. Н. Мухоморов

Для электрона можно пользоваться спектральной функцией, рассчитанной для ртутрона [6].
 В таблице приведены значения энергий и относительных интенсивностей γ -лучей Eu^{144} . Относительные интенсивности γ -лучей даны по отношению к наиболее интенсивному γ -лучу, а именно, впервые.

Относительные интенсивности γ -лучей Eu^{144}

E, keV по данным литературы	Миллер, Толпицкий [7]		Миллер, Толпицкий [7]		Миллер, Толпицкий [7]		Значения K ₁ по работам с измерением энергии электронов	
	площадь линий	отношение интенсивности	площадь линий	отношение интенсивности	площадь линий	отношение интенсивности	Шула [7]	Норм [8]
337	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	337; 344
408	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	408; 412; 448
448	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	484; 587; 608; 612; 720,4
587	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	778
608	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	848; 871
612	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	963; 964
720,4	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	1086; 1116
848	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	—
871	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	—
963	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	—
964	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	—
1086	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	—
1116	100	1,00	100	1,00	100	1,00	—	—

Наиболее достоверны значения относительных интенсивностей γ -лучей, полученные нами специально толщиной 17 μ .
 Наблюдаемые нами γ -лучи в спектре Eu^{144} были обнаружены по внешним электронам, либо по фотоэлектронным спектрам, либо по соотношению γ -лучей. Полученные нами значения относительных интенсивностей γ -лучей в основном согласуются с результатами ряда работ [8, 9, 10, 11, 12].
 Энергия γ -луча 337 keV, наблюдаемые в работах [8, 9, 10, 11, 12] и в работе [13] с разрешающей способностью 10 keV, а также энергия γ -луча 448 keV, наблюдаемые в работе [13] с разрешающей способностью 10 keV, существуют, согласно нашей таблице (таблица 1). В этой области спектра Eu^{144} наблюдается фон, указывающее на существование суммарной интенсивности, условно относимой к γ -лучу, в таблице.

Наиболее достоверны значения относительных интенсивностей γ -лучей, полученные нами специально толщиной 17 μ .
 Наблюдаемые нами γ -лучи в спектре Eu^{144} были обнаружены по внешним электронам, либо по фотоэлектронным спектрам, либо по соотношению γ -лучей. Полученные нами значения относительных интенсивностей γ -лучей в основном согласуются с результатами ряда работ [8, 9, 10, 11, 12].
 Энергия γ -луча 337 keV, наблюдаемые в работах [8, 9, 10, 11, 12] и в работе [13] с разрешающей способностью 10 keV, а также энергия γ -луча 448 keV, наблюдаемые в работе [13] с разрешающей способностью 10 keV, существуют, согласно нашей таблице (таблица 1). В этой области спектра Eu^{144} наблюдается фон, указывающее на существование суммарной интенсивности, условно относимой к γ -лучу, в таблице.

Радионей институт
 им. В. Г. Хлопина
 Академии наук СССР

Цитированная литература

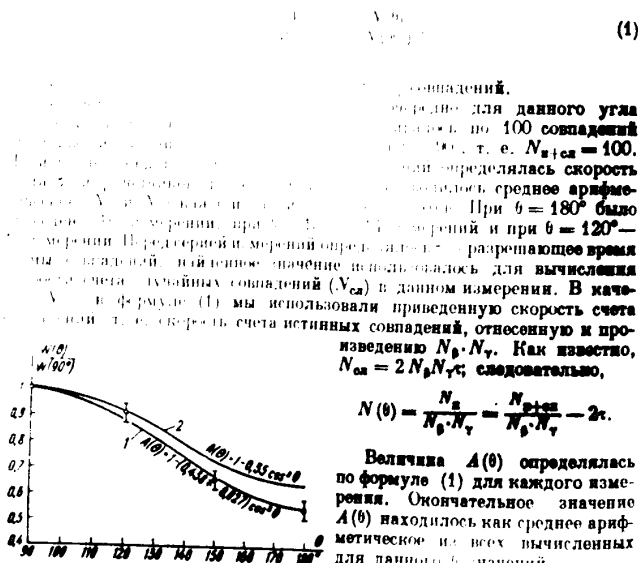
1. Fajans K., Steward D., Phys. Rev., 56, 625 (1939).
2. Hayden R., Reynolds J., Inghram M., Phys. Rev., 75, 1500 (1949).
3. Inghram M., Hayden R., Phys. Rev., 71, 139 (1947).
4. Karkaker D., Hayden R., Inghram M., Phys. Rev., 87, 801 (1952).

А. Шестерикова С.
 Ю. М. Мухоморов Ю., Изв. АН СССР, Сер. Физ.-матем. науки, 1952, № 1, 1038 (1952).
 W. Stoddard A., Phys. Rev., 68, 1079 (1951).
 Phys. Rev., 68A, 126 (1950).
 Phys. Rev., 68, 611 (1952).
 Phys. Rev., 68, 1038 (1952).
 Phys. Rev., 64, 1079 (1951).

3. Методика измерений

Источник излучений Sb^{124} был изготовлен путем осаждения в спире слой Sb_2S_3 толщиной $\sim 1,8 \text{ мг см}^{-2}$ и $\phi 5 \text{ мм}$ на инертной подложке фольги толщиной 3 мг см^{-2} . Активность источника $\sim 62 \mu\text{Ci}$. Рабочее время схемы совпадений $\tau = (1,6-1,7)$.

Мы исследовали угловую корреляцию между β -частицами и γ -квантами парциально- β спектра Sb^{124} и следующими за ними γ -квантами энергии $E_{\gamma} = 0,6 \text{ MeV}$. Режим магнитного спектрометра был выбран таковым, чтобы в центре фокусировались β -частицы с энергией $E_{\beta} = 1,5 \text{ MeV}$. Угловая абсцисса спектрометра, можно вычислять по формуле $\theta = 2 \arcsin(\frac{E_{\beta}}{E_{\gamma}})$. Мы измеряли β -спектры и корреляции в меридиане при четырех значениях θ : $150^\circ, 120^\circ, 90^\circ$ и 60° . Данные измерения при каждом значении θ являлись



Получены следующие результаты: $A(150^\circ) = 0,658 \pm 0,026$, $A(120^\circ) = 0,912 \pm 0,029$, $A(90^\circ) = 0,83 \pm 0,02$, $A(60^\circ) = 0,83 \pm 0,02$. Эти значения $A(\theta)$ приведены на графике (рис. 2). Наиболее жесткий парциальный спектр Sb^{124} относится к переходу первого запрещения. В таком случае функция $A(\theta)$ корреляции должна иметь вид:

$$N(\theta) = \frac{N_{\beta}}{N_{\beta} N_{\gamma}} = \frac{N_{\beta} A(\theta)}{N_{\beta} N_{\gamma}} - 2\epsilon$$

Величина $A(\theta)$ определялась по формуле (1) для каждого измерения. Окончательное значение $A(\theta)$ находилось как среднее арифметическое из всех вычисленных для данного θ значений.

3. Результаты измерений

Получены следующие результаты: $A(150^\circ) = 0,658 \pm 0,026$, $A(120^\circ) = 0,912 \pm 0,029$, $A(90^\circ) = 0,83 \pm 0,02$, $A(60^\circ) = 0,83 \pm 0,02$. Эти значения $A(\theta)$ приведены на графике (рис. 2).

Наиболее жесткий парциальный спектр Sb^{124} относится к переходу первого запрещения. В таком случае функция $A(\theta)$ корреляции должна иметь вид:

на Sb^{124} и Te^{124} были сделаны по методу совпадений. Фотосоответствительность Sb^{124} и Te^{124} измерена с помощью β -интегральной кривой. Показано, что Sb^{124} и Te^{124} имеют одинаковую чувствительность на угловое разрешение. Выводы сделаны по формулам, указанным в работе [10].

4. Обобщение результатов

а) Схема уровней и переходов для превращения $Sb^{124} \rightarrow Te^{124}$ является своей сложностью и, несмотря на большое число работ, в настоящее время известны лишь в общих чертах. Многое расхожее в литературе данных об этой схеме противоречит друг другу. На рис. 3 показана схема, предложенная в одной из последних работ об излучениях Sb^{124} [7]; см., также [15] с добавлениями, и данными на данных К. Громова и др. [8]. Наличие каскада $\beta_2 \rightarrow \gamma_1$ установлено с достоверностью, так что неопределенность схемы в этом не сказывается на произведенных нами измерениях.

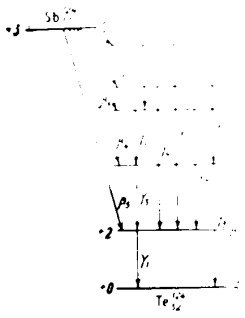


Рис. 3. Схема уровней и переходов для превращения $Sb^{124} \rightarrow Te^{124}$. Границы β -спектров: $\beta_1 = 0,24$, $\beta_2 = 0,81$; $\beta_3 = 0,966$, $\beta_4 = 1,602$, $\beta_5 = 2,317 \text{ MeV}$. Энергия γ -квантов: $\gamma_1 = 0,641$, $\gamma_2 = 0,716$, $\gamma_3 = 1,028$, $\gamma_4 = 2,09$, $\gamma_5 = 0,958$, $\gamma_6 = 0,92$ (для этого γ -перехода [8] в схеме нет места), $\gamma_7 = 1,347 \text{ MeV}$. Пунктиром показано альтернативное размещение переходов.

На основании исследования формы спектра β_2 [16] в 1951 г. было высказано предположение, что этот спектр относится к переходу первого запрещения и является спектром α -типа и что последовательность переходов в каскаде $\beta_2 \rightarrow \gamma_1$ характеризуется формулой: $3(1) \rightarrow 1(1)0$ (римская цифра 1 означает первую степень запрещения). При этом α -типа β -взаимодействие описывается только одним матричным элементом B_{11} .

Результаты нескольких работ по β - γ корреляции у Sb^{124} показали, однако, что вариант каскада $3(1) \rightarrow 1(1)0$ не соответствует действительности [3, 4, 1]. В дальнейшем в ряде работ [5, 11, 17, 18] было достоверно установлено, что переход γ_1 относится к типу E2, так можно считать, что у основного состояния четно-четного ядра Te^{124} $J_{\pi} = 0^+$ следует положить, что $J_{\pi} = 2^+$ (рис. 3). Таким образом, формула взаимодействия β - γ -каскада должна иметь вид $A(\theta) = 2 \cos^2(\theta)$ для β -перехода первого запрещения при анализе результатов измерений.

Если оставить в силе предположение о том, что β_2 относится к α -типу и к переходу первого запрещения, то при переходе $C \rightarrow B$ должна развиться 2-я степень запрещения. Пользуясь формулами А. З. Долгих ва [19] и данными некоторых работ [20-22], мы вычислили функции $A(\theta)$ для вариантов $0(1)2(2)0$ и $4(1)2(2)0$ при тех же матричных элементах B_{11} и B_{21} , что и для единственного матричного элемента B_{11} . Мы внесли поправки на угловое разрешение установки по формулам

А. Н. Бунин

коэффициенты для первого варианта $\Delta(\theta) = 1 + 0,35 \cos^2 \theta$. Таким образом, для более широкого круга значений θ функция $\Delta(\theta)$ отличается от вида функции $A(\theta)$, найденной нами. В частности, предположение о том, что спектр β , относящийся к первому запрещению, необходимо отвергнуть. Кроме того, в силу которых значения $J_C = 0$ или 4 мало вероятны, можно считать, что $J_C = 3$. Если переход β_2 попрежнему относится к первому запрещению (хотя убедительных свидетельств в пользу этого предположения нет), то на основании правил отбора Гамова-Теллера этот переход должен иметь четность состояния, так как J_C в этом случае равно 3.

Получив указанные нами теоретическими работами, мы исследовали функцию β для варианта парабола 3(1)2(2)0 в тензорном варианте взаимодействия при помощи матричного элемента B_{ij} и для $E_\beta = 1,78$ MeV. В результате расчета вращений на угловое распределение установили, что для варианта 3(1)2(2)0 (рис. 2).

Коэффициент a_2 при $\cos^2 \theta$ в разложении от найденного значения a_2 отличается от значения a_2 в разложении $a_2 \approx 0,465$. Следовательно, что a_2 и a_4 в разложении расхождение вряд ли можно приписать тому, что a_2 и a_4 являются функциями (например расхождение a_2 и a_4 не имеет вид прямой).

В других работах по теме (например, Sb¹²⁴ [1, 4]) проводилось исследование угловой кривой $W(\theta)$ для β -перехода теоретическим путем с помощью формулы для варианта 3(1)2(2)0 при матричном элементе B_{ij} . Как и в нашем случае, однако, что теоретическая кривая не совпадает с опытной, но полного совпадения между ними нет. Поэтому, при расхождении не связаны с какими либо ошибками в расчетах, можно утверждать, что переход β_2 у Sb¹²⁴ не может быть β -переходом первого запрещения матричного элемента B_{ij} при тензорном варианте взаимодействия. Можно попытаться получить более точные значения матричных элементов при каком-либо другом типе β -взаимодействия или при комбинации нескольких типов взаимодействия, причем расчеты надо было бы провести не только для первого, но и для второго запрещения перехода β_2 . Однако в подобных расчетах содержится много произвольных параметров (например соотношение амплитуд и фаз матричных элементов), дающих возможность подогнать различные варианты теоретического расчета к данным опыта.

Эта неоднозначность наглядно продемонстрирована в работах Мориты и Дивана [2] и авторами в работе [23] показала, что можно теоретически объяснить, одновременно форму спектра β и данные о β - γ корреляции в каскаде β_2 - γ_1 , если принять линейную комбинацию матричных элементов B_{ij} и B'_{ij} в тензорном варианте первого запрещения; позже, в работе [24], они показали, что не менее удовлетворительное согласие между теорией и опытом дает предположения в работе [7] комбинация типов взаимодействия: $S + T + P$ при $\Delta J = 1$. В обоих случаях β - γ каскад Sb¹²⁴ характеризуется формулой $-3(1) - 2(2) - 0$.

Таким образом, измерения нами дифференциальной функции β - γ корреляции для Sb¹²⁴ при $E_\beta = 1,78$ MeV отвергает предположение о том, что спектр β_2 относится к переходу γ типа первого запрещения.

Для получения более определенных данных о переходе β_2 (место первого запрещения, какими матричными элементами описывается этот переход) необходимо значительно повысить точность опытного определения функции β - γ корреляции. В частности, необходимо убедиться в отсутствии в функции $W(\theta)$ члена с $\cos^2 \theta$ или члена с $\cos^4 \theta$. Кроме того, что β_2 действительно является переходом

Дифференциальная функция β - γ корреляции для β -перехода β_2 у Sb¹²⁴ при $E_\beta = 1,78$ MeV. Кривая $W(\theta)$ построена для варианта парабола 3(1)2(2)0 в тензорном варианте взаимодействия при помощи матричного элемента B_{ij} и для $E_\beta = 1,78$ MeV. В результате расчета вращений на угловое распределение установили, что для варианта 3(1)2(2)0 (рис. 2).

Коэффициент a_2 при $\cos^2 \theta$ в разложении от найденного значения a_2 отличается от значения a_2 в разложении $a_2 \approx 0,465$. Следовательно, что a_2 и a_4 в разложении расхождение вряд ли можно приписать тому, что a_2 и a_4 являются функциями (например расхождение a_2 и a_4 не имеет вид прямой).

В других работах по теме (например, Sb¹²⁴ [1, 4]) проводилось исследование угловой кривой $W(\theta)$ для β -перехода теоретическим путем с помощью формулы для варианта 3(1)2(2)0 при матричном элементе B_{ij} . Как и в нашем случае, однако, что теоретическая кривая не совпадает с опытной, но полного совпадения между ними нет. Поэтому, при расхождении не связаны с какими либо ошибками в расчетах, можно утверждать, что переход β_2 у Sb¹²⁴ не может быть β -переходом первого запрещения матричного элемента B_{ij} при тензорном варианте взаимодействия. Можно попытаться получить более точные значения матричных элементов при каком-либо другом типе β -взаимодействия или при комбинации нескольких типов взаимодействия, причем расчеты надо было бы провести не только для первого, но и для второго запрещения перехода β_2 . Однако в подобных расчетах содержится много произвольных параметров (например соотношение амплитуд и фаз матричных элементов), дающих возможность подогнать различные варианты теоретического расчета к данным опыта.

Эта неоднозначность наглядно продемонстрирована в работах Мориты и Дивана [2] и авторами в работе [23] показала, что можно теоретически объяснить, одновременно форму спектра β и данные о β - γ корреляции в каскаде β_2 - γ_1 , если принять линейную комбинацию матричных элементов B_{ij} и B'_{ij} в тензорном варианте первого запрещения; позже, в работе [24], они показали, что не менее удовлетворительное согласие между теорией и опытом дает предположения в работе [7] комбинация типов взаимодействия: $S + T + P$ при $\Delta J = 1$. В обоих случаях β - γ каскад Sb¹²⁴ характеризуется формулой $-3(1) - 2(2) - 0$.

Таким образом, измерения нами дифференциальной функции β - γ корреляции для Sb¹²⁴ при $E_\beta = 1,78$ MeV отвергает предположение о том, что спектр β_2 относится к переходу γ типа первого запрещения.

Для получения более определенных данных о переходе β_2 (место первого запрещения, какими матричными элементами описывается этот переход) необходимо значительно повысить точность опытного определения функции β - γ корреляции. В частности, необходимо убедиться в отсутствии в функции $W(\theta)$ члена с $\cos^2 \theta$ или члена с $\cos^4 \theta$. Кроме того, что β_2 действительно является переходом

Частичная схема уровней и переходов для распада ThC²³⁰ в ThD²²⁶. Энергия уровней в MeV: ThC²³⁰ (0), ThD²²⁶ (0), γ_1 (0,277), γ_2 (0,469), γ_3 (0,51), γ_4 (0,856). Переходы β и γ показаны стрелками.

Функции β - γ корреляции для β -перехода β_2 у Sb¹²⁴ при $E_\beta = 1,78$ MeV. Кривая $W(\theta)$ построена для варианта парабола 3(1)2(2)0 в тензорном варианте взаимодействия при помощи матричного элемента B_{ij} и для $E_\beta = 1,78$ MeV. В результате расчета вращений на угловое распределение установили, что для варианта 3(1)2(2)0 (рис. 2).

Коэффициент a_2 при $\cos^2 \theta$ в разложении от найденного значения a_2 отличается от значения a_2 в разложении $a_2 \approx 0,465$. Следовательно, что a_2 и a_4 в разложении расхождение вряд ли можно приписать тому, что a_2 и a_4 являются функциями (например расхождение a_2 и a_4 не имеет вид прямой).

В других работах по теме (например, Sb¹²⁴ [1, 4]) проводилось исследование угловой кривой $W(\theta)$ для β -перехода теоретическим путем с помощью формулы для варианта 3(1)2(2)0 при матричном элементе B_{ij} . Как и в нашем случае, однако, что теоретическая кривая не совпадает с опытной, но полного совпадения между ними нет. Поэтому, при расхождении не связаны с какими либо ошибками в расчетах, можно утверждать, что переход β_2 у Sb¹²⁴ не может быть β -переходом первого запрещения матричного элемента B_{ij} при тензорном варианте взаимодействия. Можно попытаться получить более точные значения матричных элементов при каком-либо другом типе β -взаимодействия или при комбинации нескольких типов взаимодействия, причем расчеты надо было бы провести не только для первого, но и для второго запрещения перехода β_2 . Однако в подобных расчетах содержится много произвольных параметров (например соотношение амплитуд и фаз матричных элементов), дающих возможность подогнать различные варианты теоретического расчета к данным опыта.

Эта неоднозначность наглядно продемонстрирована в работах Мориты и Дивана [2] и авторами в работе [23] показала, что можно теоретически объяснить, одновременно форму спектра β и данные о β - γ корреляции в каскаде β_2 - γ_1 , если принять линейную комбинацию матричных элементов B_{ij} и B'_{ij} в тензорном варианте первого запрещения; позже, в работе [24], они показали, что не менее удовлетворительное согласие между теорией и опытом дает предположения в работе [7] комбинация типов взаимодействия: $S + T + P$ при $\Delta J = 1$. В обоих случаях β - γ каскад Sb¹²⁴ характеризуется формулой $-3(1) - 2(2) - 0$.

Таким образом, измерения нами дифференциальной функции β - γ корреляции для Sb¹²⁴ при $E_\beta = 1,78$ MeV отвергает предположение о том, что спектр β_2 относится к переходу γ типа первого запрещения.

Для получения более определенных данных о переходе β_2 (место первого запрещения, какими матричными элементами описывается этот переход) необходимо значительно повысить точность опытного определения функции β - γ корреляции. В частности, необходимо убедиться в отсутствии в функции $W(\theta)$ члена с $\cos^2 \theta$ или члена с $\cos^4 \theta$. Кроме того, что β_2 действительно является переходом

А. В. Гринберг

вои частотой протекания $\tau_{\text{рас}} \approx 2 \text{ МГц}$. В течение 10 мин при изучении угловой корреляции γ -квантов ^{235}U совпадений типа Ресса с предварительным формированием импульсов с помощью триггеров. Разрешающее время $\tau_{\text{разр}} \approx 1,8 \cdot 10^{-7}$ сек. Ввиду быстрого распада источника ($T_{1/2} \approx 7 \cdot 10^{-8}$ сек) измерение производилось в течение 10 мин; измерения проводились поочередно для заданного угла между осями счетчиков и для каждого угла набиралось не менее 10 тысяч потянутых сче- тов.

В качестве источника использовался активный осадок тория на свинцовой подложке. Сила источника подбиралась такой, что число случайных к числу истинных совпадений составляло в течение дня $1/4 - 1/2$, а в конце дня примерно $1/10$. В полученные результаты вводились поправки на счет случайных совпадений и на влияние альфа-квантов γ -квантов. Влияние аннигиляционных квантов учитывалось при помощи экспериментально найденной зависимости скорости счета альфа-квантов Cu^{64} от угла θ между счетчиками.

Эта же кривая была использована для введения в теоретическую функцию угловой корреляции поправок на угловое разрешение. Результаты измерения величины A представлены на рис. 5 и подтверждают результаты работы [39]. Можно предположить для ThD вариант $4(2) 2(2) 0$, а для ThC варианты имеют значения 4, 2, 0, а переходы между уровнями в работах [25, 29], должны были бы привести к значительным отклонениям (см. рис. 2 в работе [8]) и, таким образом, должны были бы отсутствовать. То обстоятельство, что присутствие γ_6 не отражается на угловой функции, возможно объяснить, если предположить, что γ_6 возбужденного уровня, распадающегося с испусканием γ_6 , имеет переход является квадратичным. В этом случае результирующая функция совпадает с функцией угловой корреляции для $4(2) 2(2) 0$.

Можно отметить, что указание приписывание значений A для возбужденных уровней ThD и порядков мультиплетности между этими уровнями не может считаться окончательно установленным.

В работе Г. Д. Латашева [31], при радиоактивном распаде $\text{ThC} \rightarrow \text{ThC}'$ отмечено наличие испускания γ -квантов. Наличие такого каскада, а также мультиплетности $\gamma_1 - \gamma_7$ при распаде ThC может служить основой для интерпретации функции $A(\theta)$ и корреляции, наблюдаемой в работе [31].

Каскадный переход в Nb^{93}

В работе [31] было отмечено, что при распаде Nb^{93} из которой следует, что γ_1 имеет мультиплетность 2^+ , а γ_2 мультиплетности 1^+ , 2^+ , 3^+ , 4^+ , 5^+ , 6^+ и что последующий каскад $\gamma_3 - \gamma_7$ имеет мультиплетности 1^+ , 2^+ , 3^+ , 4^+ , 5^+ , 6^+ и что последующий каскад $\gamma_8 - \gamma_{11}$ имеет мультиплетности 1^+ , 2^+ , 3^+ , 4^+ , 5^+ , 6^+ . В работе [33, 34] было отмечено, что при распаде Nb^{93} из возбужденного состояния 2^+ происходит каскадный переход Nb^{93} из возбужденного состояния 2^+ в основное состояние 0^+ с испусканием γ -квантов. В работе [33, 34] было отмечено, что при распаде Nb^{93} из возбужденного состояния 2^+ происходит каскадный переход Nb^{93} из возбужденного состояния 2^+ в основное состояние 0^+ с испусканием γ -квантов. В работе [33, 34] было отмечено, что при распаде Nb^{93} из возбужденного состояния 2^+ происходит каскадный переход Nb^{93} из возбужденного состояния 2^+ в основное состояние 0^+ с испусканием γ -квантов.

В работе [31] было отмечено, что при распаде Nb^{93} из которой следует, что γ_1 имеет мультиплетность 2^+ , а γ_2 мультиплетности 1^+ , 2^+ , 3^+ , 4^+ , 5^+ , 6^+ и что последующий каскад $\gamma_3 - \gamma_7$ имеет мультиплетности 1^+ , 2^+ , 3^+ , 4^+ , 5^+ , 6^+ и что последующий каскад $\gamma_8 - \gamma_{11}$ имеет мультиплетности 1^+ , 2^+ , 3^+ , 4^+ , 5^+ , 6^+ . В работе [33, 34] было отмечено, что при распаде Nb^{93} из возбужденного состояния 2^+ происходит каскадный переход Nb^{93} из возбужденного состояния 2^+ в основное состояние 0^+ с испусканием γ -квантов.

Выражаю благодарность Д. Г. Алхазову и А. З. Долгину за обсуждение результатов, С. Г. Цепанину, Г. И. Мишину, Ю. А. Шалапову, К. И. Ершову — за участие в измерениях.

Ленинградский
Физико-технический институт
Академии наук СССР

Цитированная литература

Stevenson D., Deutsch M., Phys. Rev., 89, 1203 (1951).
 Ridgway S., Phys. Rev., 78, 821 (L) (1950).
 Beyster J., Wiedenbeck M., Phys. Rev., 79, 168 (L), 728 (L) (1950).
 Darby E., Canad. J. Phys., 29, 569 (1951).
 Klopper R., Lennox E., Wiedenbeck M., Phys. Rev., 88, 985 (1952).
 Алхазов Д., Лемберг И., Гринберг А., Изв. АН СССР, Сер. Физ.-матем., 17, 467 (1953).
 Langer L., Lazar N., Moffat R., Phys. Rev., 91, 338 (1953).
 Уромов К., Джелепов Б., Жуковский Н., Силантьев А., Хольцов Ю., ДАН СССР, 86, 255 (1952).
 Metzger F., Phys. Rev., 90, 328 (L) (1953).
 Jaeger R., Birkhoff R., Phys. Rev., 89, 1159 (L) (1953).
 Hutchinson D., Wiedenbeck M., Phys. Rev., 88, 699 (1952).
 Tomlinson E., Ridgway S., Gopalakrishnan K., Phys. Rev., 91, 484 (1953).
 Krausbaer J., Goldhaber M., Phys. Rev., 89, 1281 (1953).
 Колотава А., Изв. АН СССР, Сер. Физ.-матем., 18, 222 (1954).
 Langer L., Starnier J., Phys. Rev., 93, 254 (1954).
 Langer L., Phys. Rev., 84, 1059 (L) (1951).
 Stump R., Phys. Rev., 86, 249 (L) (1952).
 Metzger F., Phys. Rev., 86, 435 (L) (1952).
 Долгину А., ЖЭТОФ, 22, 668 (1954).
 Alder K., Helv. Phys. Acta, 25, 245 (1952).
 Нондс Э., Шортли Г., Теория атомных ядер, т. 2, стр. 257.
 Jahn H., Proc. Roy. Soc., 205A, 192 (1951).
 Morita M., Yamada M., Progr. Theor. Phys., 8, 100 (1952).
 Morita M., Yamada M., Progr. Theor. Phys., 8, 100 (1952).
 Oppenheimer F., Proc. Camb. Phil. Soc., 32, 100 (1937).
 Segré E., Ann. de Phys., 8, 484 (1937).
 Richardson H., Nature, 161, 516 (1948).
 Martin G., Richardson H., Proc. Phys. Soc. (B), 63A, 100 (1950).
 Arnoult R., Ann. de Phys., 12, 241 (1930).
 Петч Н., Джонс М., Phys. Rev., 80, 478 (1951).
 Латашев Г., Кульчаник Л., ЖЭТОФ, 11, 20 (1951).
 Шалапов Ю., ЖЭТОФ, 21, 1370 (1951).
 Slatta R., Supra L., Ark. Fys., 6, 81 (1953).
 Mandeville C., Shapiro E., Mendenhall B., Phys. Rev., 89, 550 (1953).

ИЗВЕСТИЯ АН ССРСР

Т. XLX, № 3 СЕРИЯ ФИЗИКА

В. А. ШАХБАЗЯН и Л. Н. РУСИНОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ УГЛОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ ВНУТРЕННЕЙ КОНВЕРСИИ В⁸⁰Br

Введение

Исследование угловой корреляции электронов внутренней конверсии, искусственно возбужденных ядер, позволяет определять в одном опыте вероятности различных состояний, так и четности этих состояний. Для этого необходимо измерение функции угловой корреляции электронов внутренней конверсии (1).

$$W(\theta) = \sum_{\lambda} W_{\lambda} P_{\lambda}(\cos \theta) \quad (1)$$

где W_{λ} и P_{λ} зависят как от порядков мультипольностей последовательных переходов, так и от типов переходов, т. е. от спина ядра возбужденного состояния и от четности этих состояний. Множитель $P_{\lambda}(\cos \theta)$ — функция угловой корреляции для данного ядра. Предельная величина λ определяется на условия

$$\lambda_{max} \leq 2J_1, 2J_2, 2J_3,$$

где J_1, J_2, J_3 — мультипольности последовательных переходов, происходящих в промежуточном состоянии.

Угловая корреляция электронов внутренней конверсии в элементах Ta¹⁸¹, Hg²⁰³ в работе [2, 3]. В этих работах установлена корреляция, но авторами не было сделано никаких выводов относительно угловой корреляции. На основе угловой корреляции электронов внутренней конверсии В⁸⁰Br изучено в работе [4] состояние 1⁺. Чункина [4].

В настоящей работе в результате исследования угловой корреляции К- и L-электронов внутренней конверсии В⁸⁰Br на основании которой сделаны выводы о спине ядра в возбужденных состояниях и о четности этих состояний. Схема распада ядра В⁸⁰Br приведена на рис. 1.

В работе [5] исследована конверсия перехода В⁸⁰₂₄ - В⁸⁰₂₃ очень слабо. В работе [6] исследована конверсия перехода В⁸⁰₂₄ - В⁸⁰₂₂ несколько

использована установка для измерения угловой корреляции электронов внутренней конверсии брома, приведенная на рис. 2. Установка размещена в виде сферического стеклянного сосуда $\phi 300$ мм. В центре горючих электродов находится источник β радиации, который вращается вокруг источника β как вокруг центра. Источник и фильтр β помещены на двух шлицах.

Рис. 2. Схема прибора для исследования угловой корреляции электронов внутренней конверсии брома, приведенная на рис. 2. Установка размещена в виде сферического стеклянного сосуда $\phi 300$ мм.

Схема прибора, в котором проводились опыты по угловой корреляции электронов внутренней конверсии брома, приведена на рис. 2. Установка размещена в виде сферического стеклянного сосуда $\phi 300$ мм. В центре горючих электродов находится источник β радиации, который вращается вокруг источника β как вокруг центра. Источник и фильтр β помещены на двух шлицах.

Источники при всех измерениях устанавливаются так, чтобы угол между нормалью к его поверхности и осью неподвижного счетчика равнялся 45° , расстояние от окна счетчика до источника — 50 мм; диаметр окна счетчика — 10 мм. Измерения проводились под углами $75, 60, 45$ и 30° . Камера и счетчик были наполнены селенсодержащим конверсионным электроном брома газом — жидкостью (90%) и паром этилового спирта (10%) при суммарном давлении ~ 50 мм рт.ст. При этих условиях корень квадратный из среднеквадратичного отклонения электронов энергии 23,5 keV, прошедших слой смеси толщиной 1 мм, равнялся, согласно теории многократного рассеяния Вильямса — Воте [5], $\sim 2,7$ мм. Поправка на многократное рассеяние в значении коэффициента A_2 угловой корреляции в среднем равна 0,5. Для электронов типа $1 + A_2 \cos^2 \theta$ при $A_2 = 0,5$ равняется 0,5.

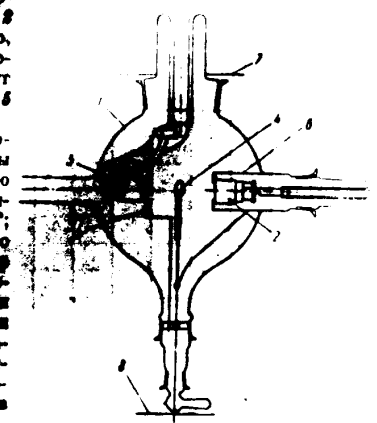


Рис. 2. Схема прибора для исследования угловой корреляции электронов внутренней конверсии брома: 1 — камера, 2 — неподвижный счетчик, 3 — источник конверсионных электронов брома, 4 — фильтр (поверхностная плотность 1,2 мг/см²), 5 — электростатический экран, 6 — шлицы для установки источника.

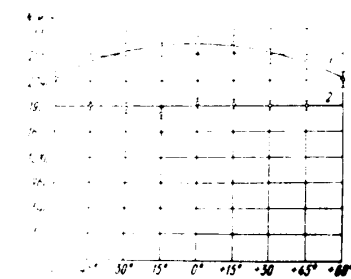
Для исследования фона совпадения между электронными сигналами конверсии и α -электронов В⁸⁰₂₄ окна электронных счетчиков были закрыты органическими пленками с поверхностной плотностью 2 мг/см². Поверхностная плотность наполняющего прибора газа — брома — 0,14 мг/см². Эта величина несколько превышает величину, необходимую для более быстрого α -электронов брома, максимальный энергия которых не превышает 14,5 keV. Наклон плато счетчиков равнялся 1,25% на 100V. Эффективность счетчиков составляла 80% от эффективности тех же счетчиков, наполненных смесью аргона (90%) и паров этилового спирта (10%).

при давлении 100 мм рт. ст. Фильтр толщиной 4,2 мг см⁻² и сферический все конверсионные электроны брома, применялся при измерениях фона совпадений от других излучений при распаде Brg_{212}^{212} .

Импульсы от электронных счетчиков подавались на двухканальный усилитель, формировались триггерными схемами и после дифференцирования подавались на схему совпадений. Одновременно с измерением числа совпадений и мерных числа отсчетов в одиночных счетчиках, для учета импульсов от других ядер триггеров через катодные повторители подавались на совпадательную схему. Разрешающее время схемы совпадений 10 нс.

Рис. 1. Вид источника

Источником радиоактивного излучения служил источник Brg_{212}^{212} , полученный в виде диска $AgBr$ с диаметром 2 мм и толщиной 0,4 мг см⁻².



Вид углового распределения электронов радиоактивного источника при суммарной поверхностной активности источника в целлофановой пленке $T = 105 \text{ мг см}^{-2}$, $2 < 0,1 \text{ мг см}^{-2}$.

толщины в виде диска $AgBr$ с диаметром 2 мм и толщиной 0,4 мг см⁻².

Диаметр суммарной поверхностной активности источника меньше $0,1 \text{ мг см}^{-2}$. Угловое распределение электронов радиоактивного источника представлено на рис. 1. Это обстоятельство свидетельствует о слабом поглощении и рассеянии электронов в активном слое и о слабом обратном рассеянии электронов от подложки.

Принятые в опытах размеры источника и геометрические условия измерений обусловили отсутствие зависимости числа импульсов излучений в подложном счетчике от угла между осями счетчиков.

В проведенных опытах диаметр источника равнялся 2 мм.

При диаметре окна счетчика 10 мм и расстоянии от окна счетчика до источника 50 мм величина телесного угла, под которым видно окно счетчика из источника, составляла $0,00248$ от величины полного телесного угла и изменялась менее чем на 0,01% при изменении угла между осями счетчиков.

Результаты эксперимента

Для получения значения функции $W(\theta)$ от угла между осями конверсионных электронов Brg_{212}^{212} из измерений совпадений можно было определить величину фона случайных совпадений от других видов излучений. Измерения выполнялись следующим образом. При определенном угле между осями счетчиков в течение 10 мин измерялись совпадения и затруднения от фона случайных совпадений. Затем закрывалось фильтром толщиной 4,2 мг см⁻² и вновь в течение 10 мин измерялись совпадения и затруднения от фона случайных совпадений. При каждой установке угла между осями счетчиков измерения проводились три раза.

Полученные значения функции $W(\theta)$ вычитаются из числа совпадений $N(\sigma - \sigma)$, $N(\sigma - R, \gamma)$, $N(R - R, \gamma)$, числа совпадений всех остальных комбинаций $N(\sigma - R, \gamma)$ и числа совпадений между всеми комбинациями $N(\sigma - R, \gamma) - N(R - R, \gamma)$, числа случайных совпадений N_{cc} , $N_{\sigma\sigma}$, $N_{\sigma R, \gamma}$, $N_{R, \gamma}$ совпадений от распада ядра $Brg_{212}^{212} - N_{cc}$:

$$N = N(\sigma - \sigma) + N(\sigma - R, \gamma) + N(R - R, \gamma) + N_{cc} + N_{\sigma\sigma} \quad (2)$$

Толщина применяемого нами фильтра достаточна для полного поглощения всех электронов внутренней конверсии, поэтому при измерении с фильтром первое слагаемое исчезает, а второе — уменьшается вдвое в соответствии с уменьшением вероятности ретроградной конверсии $N(\sigma - R, \gamma)$ в два раза при закрытии окна одного счетчика.

Измерения показали, что в условиях проведенных опытов величина фона от Brg_{212}^{212} составляет 14,9%. Расчет показывает, что более 94% совпадений приходится на совпадения $N(\sigma - R, \gamma)$. Число совпадений $N(R - R, \gamma)$ составляет величину менее 1,5% от полного числа совпадений при $\theta = 90^\circ$. Число совпадений при измерениях с фильтром вычисляется следующим образом:

$$N' = \frac{1}{2} N(\sigma - R, \gamma) + N(R - R, \gamma) N'_{cc} + N'_{\sigma\sigma} \quad (3)$$

Числа N_{cc} и $N'_{\sigma\sigma}$ измерялись через 48 час после начала опыта в соответствии с периодом полураспада Brg_{212}^{212} , равным 36 час. Поглощением электронов и γ -квантов в фильтре можно пренебречь. Число совпадений за единицу времени между конверсионными электронами Brg_{212}^{212} выражается следующим образом:

$$n(\theta) = \frac{1}{T} \sum ((N - N_{cc} - N_{\sigma\sigma}) - 2(N' - N'_{cc} - N'_{\sigma\sigma})). \quad (4)$$

T — время измерения при угле θ . В наших опытах $T = 30$ мин. Числа N и N' измерялись при удвоении второй скобки слагаемых $N(R - R, \gamma)$ можно пренебречь ввиду его малости. Таким образом, выражение (4) позволяет при принятой методике измерения удается отделить совпадения от конверсионных электронов внутренней конверсии от фона случайных совпадений от других видов излучений. Для нахождения значений $W(\theta)$ из ряда измерений различной толщины фильтрались средневзвешенные ряда измерений для каждого угла. При этом во всех измерениях, причем $W(\theta)$ приводились ко времени измерения T . Значения функции угловой корреляции определялись по формуле (4):

$$W(\theta) = \frac{n(\theta)}{n(90^\circ)}$$

В ряде случаев вводились поправки на нецентральность расположения источника, которые определялись экспериментальным путем. Для этого проводились средневзвешенные ряда значений функции угловой корреляции, полученных из всех опытов.

Результаты четырех серий опытов сведены в таблицу. Относительная погрешность значений функции угловой корреляции в окончательном результате равна 6%.

Результаты определения значений функции угловой корреляции K_{θ} для переходов V_{35}^{60} на счетах серии опыта

θ	Серия опытов				Среднее значение функции K_{θ}
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	
90	1,00 ± 0,02	1,00 ± 0,02	1,00 ± 0,02	1,00 ± 0,02	1 ± 0,06
75	0,96 ± 0,02	0,96 ± 0,02	0,96 ± 0,02	0,96 ± 0,02	1,04 ± 0,06
60	1,00 ± 0,02	1,00 ± 0,02	1,00 ± 0,02	1,00 ± 0,02	1,17 ± 0,07
45	1,28 ± 0,05	1,28 ± 0,05	1,28 ± 0,05	1,28 ± 0,05	1,24 ± 0,07
30	1,49 ± 0,05	1,49 ± 0,05	1,49 ± 0,05	1,49 ± 0,05	1,35 ± 0,08

Среднее значение функции K_{θ} для переходов V_{35}^{60} равно $1 + 0,49 \cos^2 \theta$

Сопоставление результатов экспериментов с теоретическими расчетами и выводы

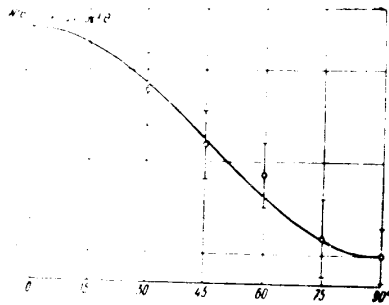


Рис. 4. График функции угловой корреляции K_{θ} и L -электронов внутренней конверсии V_{35}^{60}

Сопоставление результатов экспериментов с теоретическими расчетами и выводы

В работе нами при измерении угловой корреляции K_{θ} для переходов V_{35}^{60} использовались функции типа $W(\theta) = 1 + A \cos^2 \theta$, где A — параметр, зависящий от типа перехода. График функции для V_{35}^{60} приведен на рис. 4.

Сопоставление результатов экспериментов с теоретическими расчетами и выводы

В работе нами при измерении угловой корреляции K_{θ} для переходов V_{35}^{60} использовались функции типа $W(\theta) = 1 + A \cos^2 \theta$, где A — параметр, зависящий от типа перехода. График функции для V_{35}^{60} приведен на рис. 4.

Результаты определения значений функции угловой корреляции K_{θ} для переходов V_{35}^{60} на счетах серии опыта

Сопоставление результатов экспериментов с теоретическими расчетами и выводы

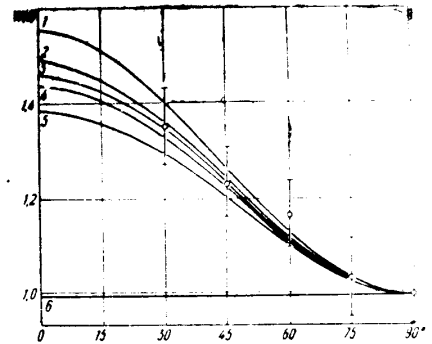


Рис. 5. Сопоставление экспериментальных (точки) и теоретических (кривые) результатов по угловой корреляции K_{θ} и L -электронов внутренней конверсии V_{35}^{60} . Теоретические кривые рассчитаны для различных типов коррелирующих переходов: 1 — $E2 - E2$; $W(\theta) = 1 + 0,490 \cos^2 \theta + 0,0585 \cos^4 \theta$; 2 — $E4 - E4$; $W(\theta) = 1 + 0,487 \cos^2 \theta$; 3 — $M4 - E1$; $W(\theta) = 1 + 0,460 \cos^2 \theta$; 4 — $E3 - E1$; $W(\theta) = 1 + 0,438 \cos^2 \theta$; 5 — $M3 - E1$; $W(\theta) = 1 + 0,382 \cos^2 \theta$; 6 — $M3 - M1$; $W(\theta) = 1 - 0,0073 \cos^2 \theta$

Переход $V_{35}^{60} \rightarrow V_{35}^{60}$ — дипольный, электрического типа, поэтому для переходов $V_{35}^{60} \rightarrow V_{35}^{60}$ типа M функции угловой корреляции K_{θ} с убыванием угла от 90° до 0° , т. е. знак при L , должен быть отрицательным, что противоречит данным опыта. Предположим, что в этих порядках мультипольности перехода $V_{35}^{60} \rightarrow V_{35}^{60}$ как электрического, так и магнитного типов, исключаются при сопоставлении экспериментальных величин полного коэффициента внутренней конверсии N_e/N_γ с теоретическим.

Экспериментальное значение полного коэффициента внутренней конверсии N_e/N_γ перехода $V_{35}^{60} \rightarrow V_{35}^{60}$ равно $1,44 \pm 0,23$. Вычисленное значение N_e/N_γ при дипольном приближении значения N_e/N_γ для переходов типов $E1$ и $M1$ равно соответственно 1,54 и 1,23. Неточность вычисления коэффициента внутренней конверсии для энергии перехода $V_{35}^{60} \rightarrow V_{35}^{60}$ равно 17 keV , не превосходит 20%. Между тем величины коэффициента внутренней конверсии в предположении, что переход $V_{35}^{60} \rightarrow V_{35}^{60}$ должен быть квадрупольного или дипольного типа, разнятся примерно в 20 раз. Следовательно, этот переход должен быть дипольным.

Таким образом, возрастание функции угловой корреляции при переходе от $B_{K1}^{2^+}$ к $B_{K2}^{2^+}$ внутренней конверсии указывает, что характер $B_{K1}^{2^+}$ дипольного характера этого перехода.

2. Согласно рис. 5 мультипольность перехода $B_{K1}^{2^+} \rightarrow B_{K2}^{2^+}$ была бы ниже квадрупольной. В пределах ошибки опыта возможны варианты $L_1 = M_1 = L_2 = M_2$. Согласно данным Л. Русанова и А. С. Фоминина [10] мультипольность $B_{K1}^{2^+}$ указывает на эффективность внутренней конверсии.

Величина $\frac{V_K}{V_{K1}}$ равна 0,7 для $B_{K1}^{2^+}$ и 0,29 для M_2 . Следовательно, можно считать, что переход $B_{K1}^{2^+} \rightarrow B_{K2}^{2^+}$ не может быть мультипольности $L_1 = M_1 = L_2 = M_2$.

Величина $\frac{V_K}{V_{K1}}$ не может быть $L_1 = M_1 = L_2 = M_2$ для β -распада, так как V_K и V_{K1} не являются аддитивными величинами.

Следовательно, мультипольность $B_{K1}^{2^+}$ должна быть $L_1 = M_1 = L_2 = M_2$.

$$\frac{V_K}{V_{K1}} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2} \frac{V_{K1}}{V_K}) + \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{2} \frac{V_{K1}}{V_K}) \right]$$

Из рис. 5 видно, что излучаемые электронами внутренней конверсии $B_{K1}^{2^+} \rightarrow B_{K2}^{2^+}$ и $B_{K2}^{2^+} \rightarrow B_{K1}^{2^+}$ указывает, что средняя продолжительность жизни ядра $B_{K1}^{2^+}$ меньше разрешающего времени схемы $\tau_{\text{сх}} = 3,5 \cdot 10^{-12}$ сек.

$$\tau_{\text{сх}} = 3,5 \cdot 10^{-12} \text{ сек.}$$

Выводы из оптических данных по сверхтонкому расщеплению спектра брома [9] минимальное время жизни τ_H ядра относительно прецессии в магнитном поле электронной оболочки

$$\tau_H \approx 10^{-19} \text{ сек.}$$

Известно [10], что для возможности наблюдения показаний угловой корреляции необходимо вычислить τ_H .

$$\tau_H = \frac{1}{\omega_H}$$

Это условие для брома выполняется. С другой стороны, наличие мультипольности $B_{K1}^{2^+}$ указывает на то, что время жизни ядра брома в состоянии $B_{K1}^{2^+}$ меньше разрешающего времени схемы.

Следует заметить, что для наблюдения угловой корреляции излучений может дать в ряде случаев ситуация с нулевым пределом продолжительности жизни промежуточного состояния ядра.

Выражаем глубокую признательность К. А. Тер-Мартirosianу за большую помощь во время теории.

1. Давидсон, *Phys. Rev.*, **85**, 5 (1952).
2. Вайс, *Phys. Rev.*, **85**, 5 (1952).
3. Хаббард, *Phys. Rev.*, **23**, 855 (1950).
4. Русанов, *Phys. Rev.*, **85**, 1029 (1949).
5. Вейс, *Phys. Rev.*, **85**, 5 (1952).
6. Бернштейн, *Phys. Rev.*, **85**, 5 (1952).
7. Бернштейн, *Phys. Rev.*, **85**, 5 (1952).
8. Русанов, *Phys. Rev.*, **85**, 5 (1952).
9. Голант, *Phys. Rev.*, **175**, 368 (1959).
10. Хэмилтон, *Phys. Rev.*, **86**, 122 (1950).

ПРЕДЛАГАЕМЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ УГЛОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ ВНУТРЕННЕЙ КОНВЕРСИИ И КОЭФФИЦИЕНТОВ ВНУТРЕННЕЙ КОНВЕРСИИ

(по К. А. Тер-Мартirosianу)

Электрический 2^1 -польный переход

Коэффициенты внутренней конверсии:

$$\gamma_{K^2+K}^{2^1} = \frac{1}{1+1} q(l, n_K)$$

$$\gamma_{L^2+L_1}^{2^1} = \frac{1}{1+1} q_0(l, n_L)$$

$$\gamma_{II,III}^{2^1} = \frac{1}{1+1} \left[\frac{1}{2} q_1(l, n_L) + \frac{1+1}{1+1} q_2(l, n_L) \right]$$

Коэффициенты угловой корреляции электронов внутренней конверсии:

$$b_K(K) = 1 + \frac{k(k+1)}{2l(l+1) - k(k+1)}$$

$$b_K(L_1) = b_K(K)$$

$$b_{II,III} = 1 + \frac{k(k+1)}{2l(l+1) - k(k+1)} \frac{l(l+1)}{2l+1} \frac{1 - 2T_l \cos(\tau_{l+1} - \tau_l) + T_l^2}{l+1+l^2}$$

Магнитный 2^1 -польный переход

Коэффициенты внутренней конверсии:

$$\gamma_{K^2+K}^{2^1} = \lambda + \mu$$

$$\gamma_{L^2+L_1}^{2^1} = \frac{\left(1 + \frac{n_L^2}{4}\right)^2}{16n_L^2} \left[\frac{l+1}{2l+1} V_0 + \frac{l}{2l+1} q_0(l+1, n_L) \right]$$

$$\gamma_{II,III}^{2^1} = \frac{\left(1 + \frac{n_L^2}{4}\right)^2}{16n_L^2} \left\{ \frac{l-1}{4l^2-1} V_0 + \frac{l(l+1)}{(2l+1)(2l+3)} q_0(l+1, n_L) + \left[\frac{l(l+1)}{(2l+1)(2l+3)} + \frac{l}{(2l+1)^2} \right] T_l \cos(\tau_{l+1} - \tau_l) \right\}$$

Коэффициенты угловой корреляции электронов внутренней конверсии:

$$b_K(K) = 1 + \frac{k(k+1)}{2l(l+1) - k(k+1)} \frac{l(l+1)}{2l+1} \frac{1 - 2T_l \cos(\tau_{l+1} - \tau_l) + T_l^2}{l+1+l^2}$$

$$b_{II,III} = 1 + \frac{k(k+1)}{2l(l+1) - k(k+1)} \frac{l(l+1)}{2l+1} \frac{1 - 2T_l \cos(\tau_{l+1} - \tau_l) + T_l^2}{l+1+l^2}$$

$$\begin{aligned}
& b_n(L, \Pi) = 1 + \frac{\Gamma(2l+1) \Gamma(l+1) \Gamma(l+1) \Gamma(2l-1)}{\Gamma(2l+1) \Gamma(2l+1) \Gamma(2l+1) \Gamma(2l-1)} \gamma_1(kl, l) + \frac{\Gamma(2l-1)}{\Gamma(2l+1) \Gamma(2l+3)} \gamma_2(kl, \Pi) \\
& \gamma_1(kl, l) = \frac{\Gamma(2l-1)}{\Gamma(2l+1) \Gamma(2l+3)} \gamma_1(kl+1, n_k) + \frac{\Gamma(2l-1)}{\Gamma(2l+1) \Gamma(2l+3)} \gamma_1(kl+2, n_k) \\
& \gamma_2(kl, \Pi) = \frac{\Gamma(2l-1)}{\Gamma(2l+1) \Gamma(2l+3)} \gamma_2(kl+1, n_k) + \frac{\Gamma(2l-1)}{\Gamma(2l+1) \Gamma(2l+3)} \gamma_2(kl+2, n_k) \\
& \gamma_1(kl+1, n_k) = \frac{\Gamma(2l-1)}{\Gamma(2l+1) \Gamma(2l+3)} \gamma_1(kl+2, n_k) + \frac{\Gamma(2l-1)}{\Gamma(2l+1) \Gamma(2l+3)} \gamma_1(kl+3, n_k) \\
& \gamma_2(kl+1, n_k) = \frac{\Gamma(2l-1)}{\Gamma(2l+1) \Gamma(2l+3)} \gamma_2(kl+2, n_k) + \frac{\Gamma(2l-1)}{\Gamma(2l+1) \Gamma(2l+3)} \gamma_2(kl+3, n_k)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \tau_1 = \frac{l+1}{l} \sqrt{\frac{l^2 + n_k^2}{2l+1}}, \quad \tau_2 = -\sqrt{\frac{l^2 + n_k^2}{\Lambda_0}}, \quad \tau_3 = -\sqrt{\frac{l^2 + n_k^2}{\Lambda_0}} \\
& \lambda = \frac{l+1}{2l+1} \frac{\pi}{137} \frac{[(2l-1)!]^2}{[(2l-1)!]^2} \frac{\prod_{j=1}^{l-1} (j^2 + n_k^2)}{1 - e^{-2\pi n_k}} \frac{n_k^{2l-2} \cdot 4}{(1 - \frac{n_k^2}{4})^{2l-1}} \\
& \Lambda_0 = \frac{\pi}{137} \frac{[(2l-1)!]^2}{[(2l-1)!]^2} \frac{\prod_{j=1}^{l-1} (j^2 + n_k^2)}{1 - e^{-2\pi n_k}} \frac{2^{2l-2} n_k^{2l+2}}{(1 + \frac{n_k^2}{4})^{2l+1}} \\
& \tau_{l-1} = \frac{l(l+1) - n_k^2}{\sqrt{(l+1)^2 + n_k^2} [(l+2) - n_k^2]} \\
& \tau_l = \frac{(l+1)(l+2) - n_k^2}{\sqrt{[(l+1)^2 + n_k^2] [(l+2)^2 + n_k^2]}} \\
& \tau_{l+1} = \frac{(l+1)(l+2) - n_k^2 [(l-1) - n_k^2] - (2l-1)(2l+3)n_k^2}{((l+2)^2 + n_k^2) [(l+1)^2 + n_k^2] [(l-1)^2 + n_k^2]} \\
& \tau_{l+2} = \frac{(l-1)l - n_k^2}{(l^2 + n_k^2)^{\frac{1}{2}} [(l-1)^2 + n_k^2]^{\frac{1}{2}}} \\
& n_K = \frac{Z_{ef}^{(K)}}{137 \frac{\sigma}{c}}, \quad n_L = \frac{Z_{ef}^{(L)}}{137 \frac{\sigma}{c}}, \quad \gamma_k = \frac{Z^{(K)}}{137 \frac{\sigma}{c}}, \quad Z_L = \frac{Z_{ef}^{(L)}}{137 \frac{\sigma}{c}} \\
& Z_{ef}^{(K)} = Z - \sigma^{(K)}, \quad Z_{ef}^{(L)} = Z - \sigma^{(L)}, \quad \sigma^{(K)} = \sigma^{(K)}, \quad \sigma^{(L)} = \sigma^{(L)} \\
& \gamma(kl_1^2, l_2) = \Gamma(2l_1+1) \Gamma(2l_2+1) W(kl_1^2, l_2) \frac{C_{2l_1}^{kl_1} C_{2l_2}^{kl_2}}{C_{2l}^{kl}}
\end{aligned}$$

И. И. ОБЪЕДИНЕНКО и Л. И. ШАВТВАЛОВ
 ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ МЕТОДОМ СОВПАДЕНИЯ

Исследованы температурные зависимости амплитуды и фазы сигнала, возникающего при совпадении фотоэлектронов и фотоэлектронов. Был изучен температурный эффект в спектрах, а также влияние температуры на метод совпадения. Измерения методом совпадения проводились с помощью спектрометра в диапазоне энергий от 10 до 100 кэВ. Для измерения температуры использовались фотоэлементы, в которых регистрировались фотоэлектроны с энергиями в диапазоне от 10 до 100 кэВ. Температурные зависимости амплитуды и фазы сигнала были измерены с помощью фотоэлементов.

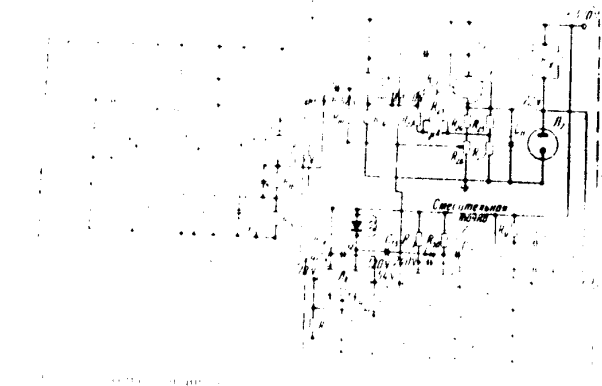


Рис. 1. Схема совпадений. Параметры: $R_{11} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{12} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{13} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{14} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{15} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{16} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{17} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{18} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{19} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{20} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{21} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{22} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{23} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{24} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{25} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{26} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{27} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{28} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{29} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{30} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{31} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{32} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{33} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{34} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{35} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{36} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{37} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{38} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{39} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{40} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{41} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{42} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{43} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{44} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{45} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{46} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{47} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{48} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{49} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{50} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{51} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{52} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{53} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{54} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{55} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{56} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{57} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{58} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{59} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{60} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{61} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{62} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{63} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{64} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{65} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{66} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{67} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{68} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{69} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{70} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{71} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{72} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{73} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{74} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{75} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{76} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{77} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{78} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{79} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{80} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{81} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{82} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{83} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{84} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{85} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{86} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{87} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{88} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{89} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{90} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{91} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{92} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{93} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{94} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{95} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{96} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{97} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{98} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{99} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{100} = 22 \text{ к}\Omega$.

Температурные зависимости амплитуды и фазы сигнала были измерены с помощью фотоэлементов. Температурные зависимости амплитуды и фазы сигнала были измерены с помощью фотоэлементов. Температурные зависимости амплитуды и фазы сигнала были измерены с помощью фотоэлементов.

В работе описаны методы измерения амплитуды и фазы сигнала, возникающего при совпадении фотоэлектронов и фотоэлектронов. Был изучен температурный эффект в спектрах, а также влияние температуры на метод совпадения. Измерения методом совпадения проводились с помощью спектрометра в диапазоне энергий от 10 до 100 кэВ.

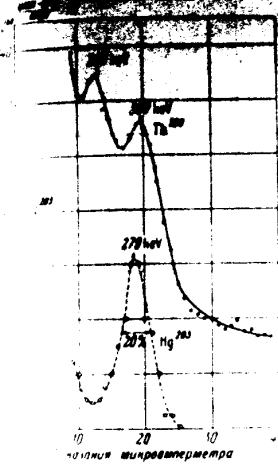


Рис. 2. Спектры Th^{230} и Hg^{201} при помощи люминесцентного спектрометра.

Анализатор состоит из двух каскадов амплитудно-фазовых анализаторов L-8 и L-9, выполненных на основе одновибраторов с частотой 1 МГц. Анализаторы срабатывают на импульсы ограничителя, который имеет малую инерционность. Функцию инвертирования выполняет анализатор с отрицательной обратной связью.

Анализатор состоит из двух каскадов амплитудно-фазовых анализаторов L-8 и L-9, выполненных на основе одновибраторов с частотой 1 МГц. Анализаторы срабатывают на импульсы ограничителя, который имеет малую инерционность. Функцию инвертирования выполняет анализатор с отрицательной обратной связью.

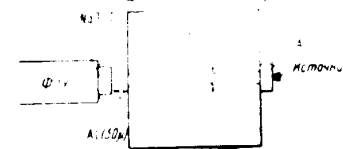


Рис. 3. Схема совпадений. Параметры: $R_{11} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{12} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{13} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{14} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{15} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{16} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{17} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{18} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{19} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{20} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{21} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{22} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{23} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{24} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{25} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{26} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{27} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{28} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{29} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{30} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{31} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{32} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{33} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{34} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{35} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{36} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{37} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{38} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{39} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{40} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{41} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{42} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{43} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{44} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{45} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{46} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{47} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{48} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{49} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{50} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{51} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{52} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{53} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{54} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{55} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{56} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{57} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{58} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{59} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{60} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{61} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{62} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{63} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{64} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{65} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{66} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{67} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{68} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{69} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{70} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{71} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{72} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{73} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{74} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{75} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{76} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{77} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{78} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{79} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{80} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{81} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{82} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{83} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{84} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{85} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{86} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{87} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{88} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{89} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{90} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{91} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{92} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{93} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{94} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{95} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{96} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{97} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{98} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{99} = 22 \text{ к}\Omega$, $R_{100} = 22 \text{ к}\Omega$.

Такое решение, как можно показать, делает ширину пика спектра более стабильной по отношению к дрейфу характеристик L-8 и L-9. Каскад амплитудно-фазовых анализаторов в данной схеме выполняет функцию инвертирования сигнала.

Такие измерения на люминесцентном спектрометре проводились с препаратом Hg^{201} . В результате проведенных измерений получены спектры фотоэлектронов умножителей, позволяющие судить о способности люминесцентного спектрометра измерять энергию фотоэлектронов. На рис. 2 спектры фотоэлектронов Th^{230} и Hg^{201} приведены. При этом спектры Hg^{201} даны на рис. 3. При этом ухудшилась способность люминесцентного спектрометра измерять энергию фотоэлектронов. Было изучено влияние температуры на спектры фотоэлектронов. При этом ухудшилась способность люминесцентного спектрометра измерять энергию фотоэлектронов. При этом ухудшилась способность люминесцентного спектрометра измерять энергию фотоэлектронов.

дополнительных измерений γ -спектров Zn^{65} , Tb^{160} и Hg^{203} (рис. 4). Соответственно, из рис. 4 можно заключить, что при показанных параметрах, соответствующих энергии 300 keV, отношение числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} равно ~ 1 .

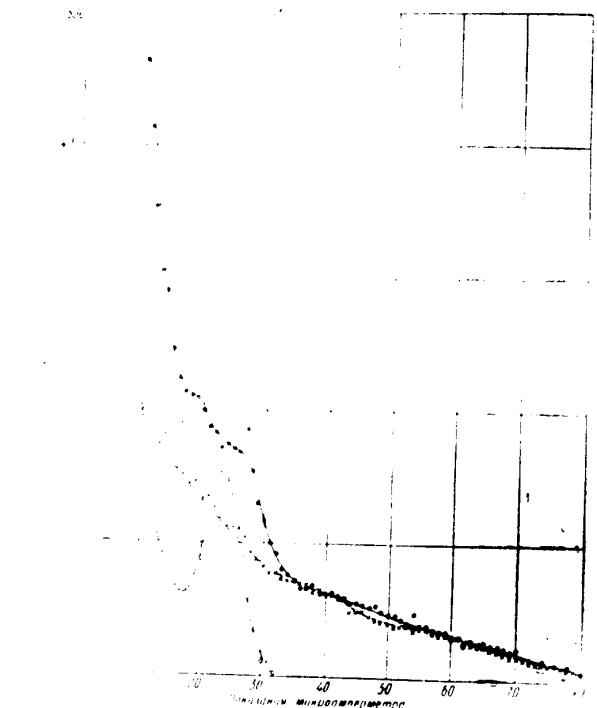


Рис. 4. Зависимость отношения числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} от энергии γ -лучей.

Зависимость отношения числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} от энергии γ -лучей. Энергия γ -лучей Tb^{160} близка к энергии γ -лучей Zn^{65} . Поэтому, например, при энергии γ -лучей Zn^{65} (300 keV) отношение числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} равно ~ 1 . Это означает, что при энергии γ -лучей Zn^{65} отношение числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} равно ~ 1 . Это означает, что при энергии γ -лучей Zn^{65} отношение числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} равно ~ 1 .

Измерения спектров Tb^{160} проводились с помощью β -спектрометра с дифференциальной линзой. В качестве источника Tb^{160} использовалась дифференциальная линза. Жесткость магнитного поля была выбрана такой, чтобы электроны с энергией ~ 500 keV проходили сквозь дифференциальную линзу без отклонения. При этом жесткость магнитного поля была выбрана такой, чтобы электроны с энергией ~ 500 keV проходили сквозь дифференциальную линзу без отклонения.

Компенсируется влиянием магнитного поля. Энергия γ -лучей Tb^{160} близка к энергии γ -лучей Zn^{65} . Поэтому, например, при энергии γ -лучей Zn^{65} (300 keV) отношение числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} равно ~ 1 . Это означает, что при энергии γ -лучей Zn^{65} отношение числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} равно ~ 1 .

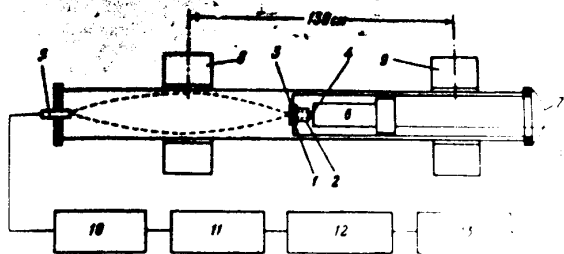


Рис. 5. Схема опытов по β - γ совпадению. 1 — источник, 2 — свинец, 3 — алюминий, 4 — кристалл NaI(Tl), 5 — фотоумножитель, 6 — дифференциальная линза, 7 — ФЭУ, 8 — магнитная линза, 9 — экран, 10 — преобразователь высокого напряжения, 11 — промежуточный блок, 12 — схема совпадений, 13 — усилитель и дифференциальный анализатор.

Энергия γ -лучей Tb^{160} близка к энергии γ -лучей Zn^{65} . Поэтому, например, при энергии γ -лучей Zn^{65} (300 keV) отношение числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} равно ~ 1 . Это означает, что при энергии γ -лучей Zn^{65} отношение числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} равно ~ 1 .

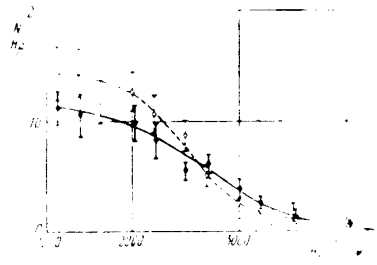


Рис. 6. β -спектр Tb^{160} (электронный спектр). Энергия γ -лучей Tb^{160} близка к энергии γ -лучей Zn^{65} . Поэтому, например, при энергии γ -лучей Zn^{65} (300 keV) отношение числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} равно ~ 1 . Это означает, что при энергии γ -лучей Zn^{65} отношение числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} равно ~ 1 .

Энергия γ -лучей Tb^{160} близка к энергии γ -лучей Zn^{65} . Поэтому, например, при энергии γ -лучей Zn^{65} (300 keV) отношение числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} равно ~ 1 . Это означает, что при энергии γ -лучей Zn^{65} отношение числа импульсов от γ -лучей Tb^{160} к числу импульсов от γ -лучей Zn^{65} равно ~ 1 .

строены на энергию γ -лучей, равную ~ 300 keV. На рис. 6 пунктирной кривой представим β -спектр, коррелирующий с γ -лучами с энергией ~ 300 keV. При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV. При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

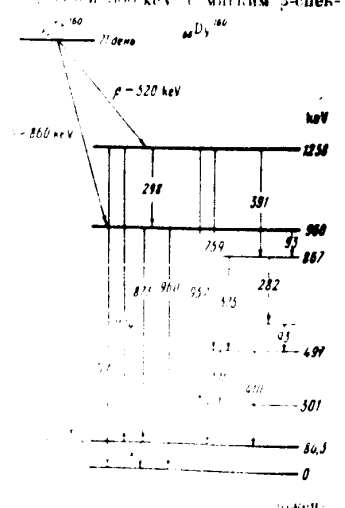
При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.

При этих измерениях использовались более жесткие β -лучи с энергией ~ 870 и 900 keV.



Если бы была возможность измерить корреляцию между γ -лучами 85 keV и жесткими β -лучами с энергией ~ 870 и 900 keV, то можно было бы проверить предположение о том, что эти β -лучи являются продуктами распада ^{210}Po .

Открытие корреляции между жесткими β -лучами и γ -лучами с энергией ~ 300 keV было сделано при регистрации β -спектра ^{210}Po с помощью CaF_2 кристалла. Одни опыты показали, что число жестких β -лучей, коррелирующих с γ -лучами с энергией ~ 300 keV, увеличивается в 5-6 раз по сравнению с числом жестких β -лучей, не коррелирующих с γ -лучами.

Следовательно, жесткие β -лучи коррелируют с γ -лучами 85 keV с жесткими β -лучами (85 keV).

Для надежного и полного установления схемы распада необходимо измерить относительные интенсивности γ -лучей и их коэффициенты внутренней конверсии, а также исследовать угловую корреляцию. Кроме этого желательно изучить еще некоторые типы β - γ и β - β корреляций, которые нам не удалось выполнить из-за недостаточной разрешающей способности люминесцентного β -спектрометра.

После того, как была закончена эта работа, появились статьи Бурда и Бордана и Ле Вланка [10], в которой подробно исследованы β - γ корреляции ^{210}Po при помощи двух люминесцентных спектрометров, выявлены совпадения, а также при помощи магнитного β -спектрометра. В результате исследования β - γ и β - β корреляции была установлена схема распада ^{210}Po (рис. 8). Полученные нами результаты в полном согласии с этой схемой распада. Мы выражаем глубокую благодарность С. С. Вавиловой за помощь в этой работе, ценные советы и дискуссии. Выражаем также благодарность за помощь в работе Б. М. Макуни, Ю. Г. Хабатурову и А. П. Козлову, и особенно Н. В. Белгородову, выполнившему большую часть работы по наладке амплитудного анализатора и схема совпадений.

Цитированная литература

1. S. B. F. K. S. C. J. D. P. A. S. 77, 1951.
2. J. B. G. C. W. S. 44, 1951.
3. B. 78, 304 (1950).
4. J. B. G. C. W. S. 44, 1951.
5. A. K. Z. J. D. P. A. S. 77, 1951.
6. H. B. V. A. S. C. J. D. P. A. S. 77, 1951.
7. L. B. T. A. S. C. J. D. P. A. S. 77, 1951.
8. K. T. W. S. 44, 1951.
9. J. B. G. C. W. S. 44, 1951.
10. S. J. D. P. A. S. 77, 1951.

Е. М. ДРАВКИН, В. И. ОРЛОВ и Л. И. РУСИНОВ
ПОСЛЕДОВАНИЕ ЯДЕРНОЙ ИЗОМЕРИИ
 Zn^{66} , Se^{76} , Se^{77} , Nb^{93} , Rh^{103} и Ba^{137}

Данные о последовательности ядерных изомеров среди изотопов ряда элементов, принадлежащих к Мезодонам связаны с системой электромагнитных переходов и структурой ядерных оболочек. Для исследования последовательности ядерных изомеров, а также и для определения энергии переходов между ними требуется малую энергию воз-

буждения. В работе [1] было показано, что мультипольности электромагнитных переходов между уровнями, следующей из системы ядерных оболочек, можно предположить, произвести сравнение экспериментальных данных о различных предположениях

с теоретическими расчетами для ядер Zn^{66} , Se^{76} , Se^{77} , Nb^{93} и Ba^{137} .

В работе [2] для ряда изотопов производилось определение коэффициентов внутренней конверсии. Для ряда изотопов была уточнена схема радио-

Zn^{66}

в работе [1], метастабильные ядра Zn^{66} (период полураспада $T_{1/2} = 13,8$ час в основное состояние) и Zn^{67} ($T_{1/2} = 57$ мин) происходят β -переход в основное состояние.

Для измерения магнитного β -спектрометра с одним каналом проводились опыты по подтверждению этой схемы распада Zn^{66} . Для этого мы провели постоянный ток спектра Zn^{66} . В течение 50 час измерений спектра Zn^{66} не выявилось при этом β -спектра Zn^{66} в первом и втором каналах $T_{1/2} = 57$ мин и $T_{1/2} = 13,8$ час.

В работе [3] было показано, что период полураспада $T_{1/2} = 57$ мин Zn^{66} является метастабильным состоянием, которое распадается в основное состояние Zn^{66} с периодом полураспада $T_{1/2} = 13,8$ час.

Происхождение метастабильного состояния Zn^{66} можно объяснить с помощью теории оболочек. В работе [4] было показано, что метастабильное состояние Zn^{66} имеет фермиевскую форму, поэтому ядрам Zn^{66} можно предположить фермиевскую форму, поэтому ядрам Zn^{66} можно предположить фермиевскую форму, поэтому ядрам Zn^{66} можно предположить фермиевскую форму.

Итак, метастабильное состояние Zn^{66} имеет фермиевскую форму, поэтому ядрам Zn^{66} можно предположить фермиевскую форму, поэтому ядрам Zn^{66} можно предположить фермиевскую форму.

Регистрация β -спектров с помощью торцового типа с окошечком Zn^{66} представили на рис. 1. График β -спектра Zn^{66} представлен на рис. 1. График β -спектра Zn^{66} представлен на рис. 1. График β -спектра Zn^{66} представлен на рис. 1. График β -спектра Zn^{66} представлен на рис. 1.

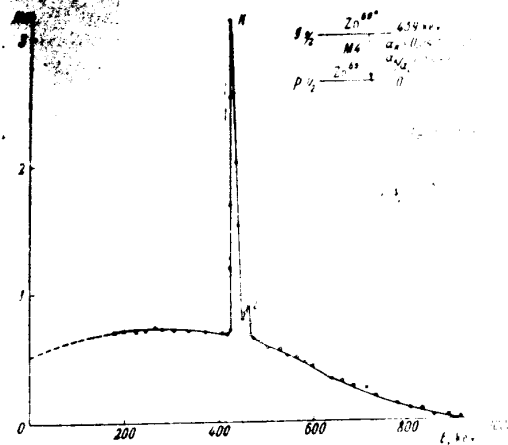


Рис. 1. β -Спектр и схема распада Zn^{66} .

установлению радиоактивного равновесия между Zn^{66} и Zn^{67} спектров β -спектра, недостающих в единицу времени β -спектров. Коэффициент внутренней конверсии α_K определяли по отношению числа K -электронов к общему числу электронов β -спектра.

В результате измерений $\alpha_K = 7,5 \pm 1$.

В работе [5] было показано, что период полураспада $T_{1/2} = 13,8$ час Zn^{66} является метастабильным состоянием, которое распадается в основное состояние Zn^{66} с периодом полураспада $T_{1/2} = 57$ мин.

В работе [6] было показано, что период полураспада $T_{1/2} = 57$ мин Zn^{66} является метастабильным состоянием, которое распадается в основное состояние Zn^{66} с периодом полураспада $T_{1/2} = 13,8$ час.

Итак, метастабильное состояние Zn^{66} имеет фермиевскую форму, поэтому ядрам Zn^{66} можно предположить фермиевскую форму, поэтому ядрам Zn^{66} можно предположить фермиевскую форму.

Г. М. Дробкин, В. И. Орлов и Л. И. Ручинко

Se^{79*}

Энергетические переходы ядер Se^{79*} и Se^{81*} представлены на рис. 1. Метод интерпретации уровней этих изомеров сазаша

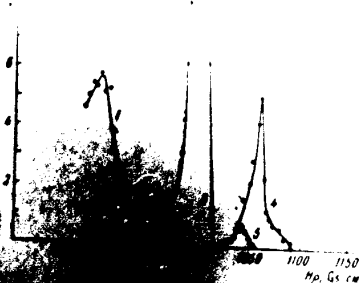
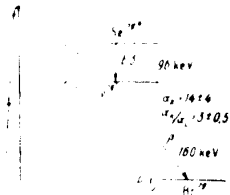


Рис. 1. Энергетические переходы ядер Se^{79*} и Se^{81*}. Рис. 2. Бета-спектр Se^{79*}.

Ввиду малого периода полураспада T_{1/2} ≈ 6,5 · 10⁴ лет превращались в тонкий слой с поверхностной плотностью в камере β-спектрометра через вакуумный шлюз. Спектральная электронная схема питания электромагнитного β-спектрометра, который давала возможность проводить в промежуток времени измерения магнитное поле. Результаты измерения спектра конверсионных электронов Se^{79*} представлены на рис. 2. Изображенные на этом рисунке максимумы (1, 2, 3) соответствуют энергиям конверсионных электронов соответствующего перехода Se^{79*}, энергии возбуждения метастабильного уровня Se^{79*}, в соответствии с

Исследования радиоактивных Se^{79*}, Se^{80*}, Se^{81*}, Se^{82*}, Rb^{87*} и Ba^{130*} 327

полученные в работе [3]. Энергия E_β равна 96 ± 1 keV. Отношение α_K/α_L для Se^{79*} равно 3 ± 0,5.

Для определения коэффициента конверсии α_K был использован метод [5]. При помощи магнитного β-спектрометра в определенных экспериментальных условиях определялись отношения интенсивностей конверсионных электронов, искусственно радиоактивными препаратами Se^{79*} и Se^{81*} (T_{1/2} Se^{81*} = 56 мин).

Для Se^{81*} α_K был определен ранее методом сравнения [6], который находится в радиоактивном равновесии с Se^{81*}. Определение отношения интенсивностей конверсионных электронов Se^{79*} и Se^{81*} проводилось на магнитном β-спектрометре, выбиваемым из электромагнитного поля. Результаты представлены на рис. 2. Коэффициент конверсии α_K для Se^{79*} — α_{K,Se^{79*}} — определен по выражению [5]:

α_{K,Se^{79*}} = I_K / I_β

отношение чисел конверсионных электронов к числу β-электронов, отношение интенсивностей конверсионных электронов к интенсивности β-электронов. Для Se^{79*} и Se^{81*} получены значения α_{K,Se^{79*}} = 7,1 ± 1,5.

Проведено несколько измерений, из которых было получено лучшее значение α_{K,Se^{79*}} = 7,1 ± 1,5. Сравнение полученных значений с данными работы [2] показывает, что для E3 α_K ~ 7, для M3 α_K ~ 30.

Сравнение этих значений α_K с экспериментальными значениями для лучшего согласия получается в случае предположения, что переход Se^{79*} типа E3. Расхождение возможно, обусловлено тем, что экстриполации α_K в область E3 = 96 keV. Для определения мультипольности перехода были также использованы данные по приведенные в работе [3]. Для Z = 34, E_β = 96 keV согласно [3] значения α_K α_L таковы: для M2 ~ 8, M3 ~ 6, M4 ~ 3, E2 ~ 4, E3 ~ 1.

Полученные в настоящей работе для Se^{79*} значения α_K и α_L согласуются одновременно с данными и рассчитанными значениями α_K при предположении, что основной переход в Se^{79*} соответствует излучению типа E3. Однако для E3 следует принять постоянное p₃ [6]. Поскольку в основном состоянии Se^{79*} можно принять спин и четность 1/2⁺, то метастабильный уровень Se^{79*} находится в состоянии 3/2⁺. Таким образом, мультипольности излучения, в котором происходит переход с уровня распада Se^{79*} представляются:

Период полураспада метастабильного уровня Se^{79*} составляет 10⁴ лет. Энергия возбуждения Se^{81*} составляет 10⁴ keV. Период полураспада Se^{81*} в радиоактивном распаде Se^{81*} (T_{1/2} = 56 мин) составляет 56 мин. Данное обстоятельство указывает на то, что Se^{81*} находится в радиоактивном равновесии с Se^{81*}. Исходные ядра Se^{81*} распадаются с T_{1/2} = 56 мин. Основной переход в Se^{81*} происходит в основном состоянии Se^{81*}.

И. И. Давыдов, И. И. Рубин

излучению с энергией $h\nu$ в K -оболочке. При этом происходило возбуждение электронов с L -оболочки в K -оболочку. В результате был выбран метод измерения с Co^{59} ($T_{1/2} = 5,27$ лет).

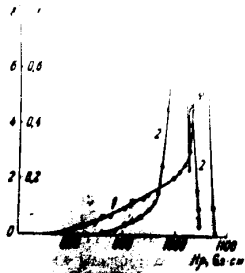


Рис. 2. Зависимость коэффициента конверсии α_K от атомного номера Z для K -оболочки. Кривая 1 — для K -оболочки, кривая 2 — для L -оболочки.

В работе [3] приведены значения коэффициента конверсии α_K для различных элементов. В настоящей работе приведены значения α_K для Zr^{90} и Nb^{93} . Коэффициент конверсии α_K для Zr^{90} равен $0,5$, для Nb^{93} равен $0,5$.

где K_0 — отношение интенсивности K -оболочки к интенсивности L -оболочки в спектре K -оболочки. Коэффициент конверсии α_K для Zr^{90} равен $0,5$, для Nb^{93} равен $0,5$.

В работе [3] приведены значения коэффициента конверсии α_K для различных элементов. В настоящей работе приведены значения α_K для Zr^{90} и Nb^{93} . Коэффициент конверсии α_K для Zr^{90} равен $0,5$, для Nb^{93} равен $0,5$.

где K_0 — отношение интенсивности K -оболочки к интенсивности L -оболочки в спектре K -оболочки. Коэффициент конверсии α_K для Zr^{90} равен $0,5$, для Nb^{93} равен $0,5$.

Методы измерения ядерной изомерии Zn^{65} , Se^{77} , Se^{81} , Nb^{93} , Mo^{93} и Ru^{101}

В результате проведенных измерений для коэффициента конверсии α_K на K -оболочку было получено значение $0,5$. При этом происходило возбуждение электронов с L -оболочки в K -оболочку. В результате был выбран метод измерения с Co^{59} ($T_{1/2} = 5,27$ лет). В настоящей работе приведены значения α_K для Zr^{90} и Nb^{93} . Коэффициент конверсии α_K для Zr^{90} равен $0,5$, для Nb^{93} равен $0,5$.

В работе [3] приведены значения коэффициента конверсии α_K для различных элементов. В настоящей работе приведены значения α_K для Zr^{90} и Nb^{93} . Коэффициент конверсии α_K для Zr^{90} равен $0,5$, для Nb^{93} равен $0,5$.



В работе [3] приведены значения коэффициента конверсии α_K для различных элементов. В настоящей работе приведены значения α_K для Zr^{90} и Nb^{93} . Коэффициент конверсии α_K для Zr^{90} равен $0,5$, для Nb^{93} равен $0,5$.

Регистрация электронов в β -спектрометре производится с помощью двух счетчиков, работающих по схеме совпадения. В спектре β -лучей и конверсионных линиях в области малых энергий (рис. 6) использован одиночный счетчик с оконной схемой.

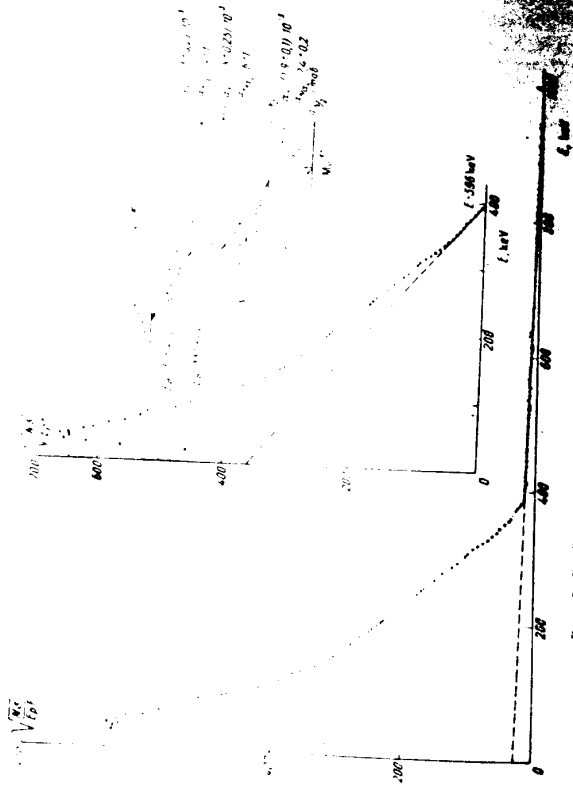


Рис. 6. График Ферми—Кюри β -спектра и схемы распада Zr^{95}

В таблице 1 приведены данные о радиоактивных препаратах. Для определения энергии β -лучей Zr^{95} приведены в таблице 2 данные о конверсионных линиях K и L конверсионные линии Nb^{95} с энергией 237 keV. Кроме того, на правой стороне рис. 6 приведены данные о K и L конверсионных линиях Zr^{95} с энергией 770 keV. Для K конверсионной линии Nb^{95} с $E_{\gamma} = 770 \pm 3$ keV, а для L конверсионной линии Zr^{95} с $E_{\gamma} = 760 \pm 3$ keV. Идентификация этих конверсионных линий γ -лучей Nb^{95} с энергией 760 keV.

Для контроля измерений с источниками Zr^{95} и Nb^{95} использовались контрольные измерения с источниками Zr^{95} и Nb^{95} . На рис. 7 приведены спектры Ферми—Кюри этого спектра (рис. 6) получены комбинации $E_{\gamma} = 885 \pm 10$, 396 ± 5 и 360 ± 5 keV. Интенсивность β -лучей соответственно составляет 2 ± 0.5 , 55 ± 5 , 43 ± 5 ед., а также 100 ± 5 ед. β -спектра, относящаяся к Nb^{95} . Данные о спектре β -лучей Zr^{95} и энергии линии K и L конверсионных линий Zr^{95} , представленную на рис. 6. По этим данным определены энергия β -лучей и числа электронов в конверсионных линиях Zr^{95} были установлены следующие коэффициенты конверсии:

$$E_{\gamma} = 770 \pm 3 \text{ keV}, \quad z_K = (1.3 \pm 0.2) \cdot 10^{-3}, \quad z_L = (1.8 \pm 0.2) \cdot 10^{-3}$$

$$E_{\gamma} = 760 \pm 3 \text{ keV}, \quad \alpha_K = (1.8 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}, \quad \alpha_L = (1.3 \pm 0.2) \cdot 10^{-3}$$

Следует отметить, что вследствие совпадения L -лучей Zr^{95} с $E_{\gamma} = 760$ keV и Nb^{95} с $E_{\gamma} = 770$ keV Zr^{95} энергией 760 keV определено, а также в работе отношения α_K и α_L для Zr^{95} . Используя данные о K - и L -конверсионных линиях Nb^{95} на спадающей части β -спектра Zr^{95} , мы получили для Zr^{95} энергия β -лучей 760 ± 3 keV.

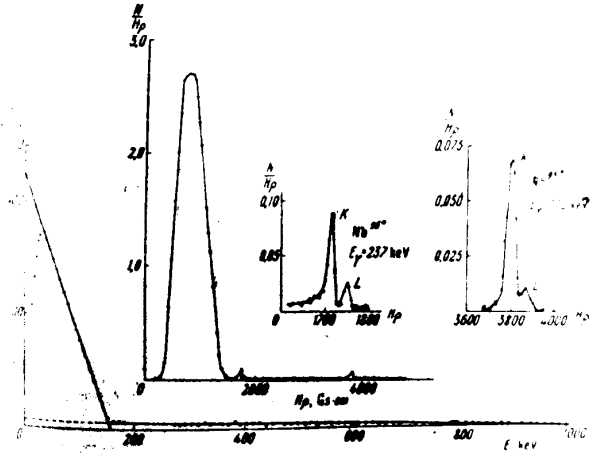


Рис. 7. β -Спектр и график Ферми—Кюри Nb^{95}

Для измерения β -спектра Nb^{95} ($T_{1/2} = 35$ дн) был приготовлен радиоактивный препарат Nb^{95} , не содержащий Zr^{95} . Результаты измерений β -спектра Nb^{95} приведены на рис. 7. Конверсионные линии K и L -линии, соответствующие γ -лучам с энергией 237 keV, были идентифицированы с γ -лучами переходу Nb^{95} . Интенсивность этих линий уменьшилась в течение 90 ± 2 час. Для этого перехода отношение α_K и α_L равно 1.3 ± 0.2 . Этот результат совпадает с полученным ранее.

Г. М. Дробкин, В. И. Орлов и Л. Н. Гурьев

На рис. 7 видны конверсионные K - и L -линии, соответствующие энергии 770 ± 2 keV. Интенсивность этих линий в спектре была примерно в 35 дней, соответствующий период полураспада, отнесена к графику Ферми-Кюри. Из анализа спектра были выделены следующие компоненты β -спектра Nb^{95} :

$$E_{\beta 1} = 300 \pm 3 \text{ keV} \quad (80 \pm 0,5 \%),$$

$$E_{\beta 2} = 200 \pm 2 \text{ keV} \quad (1 \pm 0,5 \%).$$

Характеристики компонентов было подтверждено на спектре, полученном с помощью источника Nb^{95} , который был выделен из смеси. В этих измерениях интенсивности β -лучей были отнесены к графику Ферми-Кюри. Показано, что полученные данные, в частности, соответствуют кривой, приведенной на рис. 6. Для β -спектра Nb^{95} получены следующие характеристики:

$$Z_{\beta} = 1,4 \pm 0,2.$$

Таким образом, в работе предложена общепринятая схема распада Nb^{95} , в которой метастабильные ядра Nb^{95m} распадаются в основном состоянии ядра Nb^{95} .

Для изомерного перехода $Nb^{95m} \rightarrow Nb^{95}$ ($E_{\gamma} = 498$ keV) на кривых работы (3) при предположении равенства вероятностей γ -перехода следует:

$$\text{для } M3 \quad \alpha_K / \alpha_L \sim 4,15, \quad \text{для } M4 \quad \alpha_K / \alpha_L \sim 2,2,$$

$$\text{для } E3 \quad \alpha_K / \alpha_L \sim 7,3, \quad \text{для } M1 \quad \alpha_K / \alpha_L \sim 4,7.$$

Сопоставив полученные экспериментальными данными значения α_K / α_L с теоретическими значениями для различных типов переходов, мы выяснили тип перехода при распадах Nb^{95m} и рассчитали время жизни метастабильного ядра Nb^{95m} ($T_{1/2} = 57$ мин) относительно испускаемых γ -лучей. Эти вычисленные результаты совпадают с данными, полученными другими авторами [2].

Время жизни метастабильного ядра Nb^{95m} для определения времени жизни основного состояния Nb^{95} рассчитывались по таблице в [2].

Таблица 1

Переход	E_{γ}	$T_{1/2}$	α_K / α_L	M	Z_{β}
γ исп. осн.	498	57	8,7	2,2	
β исп. осн.	300	57	4,15	5,10	

В соответствии со значением α_K / α_L для Nb^{95m} и данных следует, что тип изомерного перехода Nb^{95m} должен быть $M4$. Используя полученные в настоящей работе значения α_K / α_L и внутренней конверсии для других γ -переходов Nb^{95} и Nb^{95m} с теоретически рассчитанными значениями, мы определили полноты γ -лучей

... $E_{\gamma} = 498$ keV — тип перехода — $M1$,
 ... $E_{\gamma} = 200$ keV — тип перехода — $E2$,
 ... $E_{\gamma} = 770$ keV — тип перехода — $E2$.

Мультиплетность этих γ -переходов указаны на приведенной на рис. 8 схеме распада Nb^{95} .

Rh¹⁰⁵

Изотопы ядра Rh^{105} получались в результате распада Nb^{95} с периодом полураспада $T_{1/2} = 40$ дн. Метастабильные ядра Rh^{105m} с периодом полураспада $T_{1/2} = 57$ мин превращаются в Rh^{105} .

Распаду $Rh^{105m} \rightarrow Rh^{105}$ соответствует несколько групп γ -лучей, интенсивности которых не согласуются между собой. В настоящей работе проведено более детальное исследование распада Rh^{105} в связи с изучением изомерного перехода Rh^{105m} . При помощи магнитного β -спектрометра измерили β -спектр Rh^{105} . Чистота ядра источника составила $\sim 0,1$ мг $см^{-2}$. Регистрация электронов производилась при помощи счетчика с окошком из открытой, поверхность которой была не больше 1 $см^2$.

Результаты измерения представлены на рис. 8.

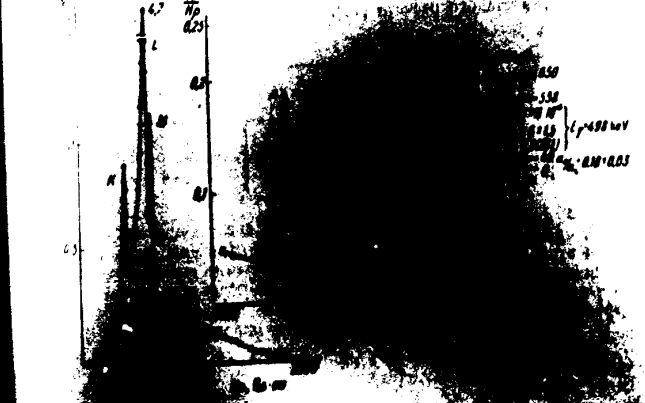


Рис. 8. Спектр в схеме распада Nb^{95} .

В спектре Rh^{105} наблюдаются три пика — K -, L - и M -конверсионные линии ядра Rh^{105} с энергией 40 keV, с отношением $\alpha_K / \alpha_L = 0,18 \pm 0,03$ и $\alpha_L / \alpha_M = 7 \pm 1$. В спектре Rh^{105} были обнаружены K - и L -конверсионные γ -лучи Rh^{105} с энергией 498 keV. В спектре Rh^{105} с помощью фотоэлемента была обнаружена конверсионная линия Rh^{105} с энергией 810 keV (см. рис. 8). В работе предполагается, что β -спектр Rh^{105} состоит из

Исследования ядерной гамма-камеры Zn⁶⁵, Se⁷⁵, Sr⁹⁰, Nb⁹³, Ru¹⁰⁰, Ba¹³⁷

$E_{\beta} = 104 \text{ keV} \quad (6 \pm 1\%)$

$E_{\beta} = 104 \text{ keV} \quad (6 \pm 1\%)$

использованы относительно толстые источники, компоненты с граничной энергией $E_{\beta} = 104 \text{ keV}$.

В спектре β -распада Ru¹⁰⁰ выделены компоненты с граничной энергией $E_{\beta} \approx 20 \text{ keV}$. На основании данных по Ru¹⁰⁰ удалось определить энергию E_{β} для компонента Ru¹⁰⁰ с энергией $E_{\beta} = 104 \text{ keV}$.

Сравнение спектров следует проводить с помощью электрических спектров.

Сравнение спектров Ru¹⁰⁰ и Ru¹⁰⁰ приводит к выводу, что β -распад Ru¹⁰⁰ происходит в направлении, которое соответствует энергии $E_{\beta} = 104 \text{ keV}$.

В табл. 2 приводятся данные по энергии E_{β} для β -распада Ru¹⁰⁰.

В табл. 2 приводятся данные по энергии E_{β} для β -распада Ru¹⁰⁰ путем неорбитального распада.

Таблица 2

Тип распада	E_{β}	E_{β}	E_{β}	E_{β}	E_{β}	E_{β}
...

В заключение следует отметить, что энергия E_{β} для β -распада Ru¹⁰⁰ была определена с помощью спектров гамма-камеры, работающей в режиме $M4$.

Тип распада

Ba¹³⁷

Радиоактивный изотоп Cs¹³⁷ испускает β -излучение с периодом $T_{1/2} = 33$ года, превращается в Ba¹³⁷. В Ba¹³⁷ происходят β -переходы β -распад Cs¹³⁷ приводит к образованию Ba¹³⁷, распадающихся с периодом $T_{1/2} = 2,55$ года. На рис. 9 представлен полученный спектр β -распада Ba¹³⁷.

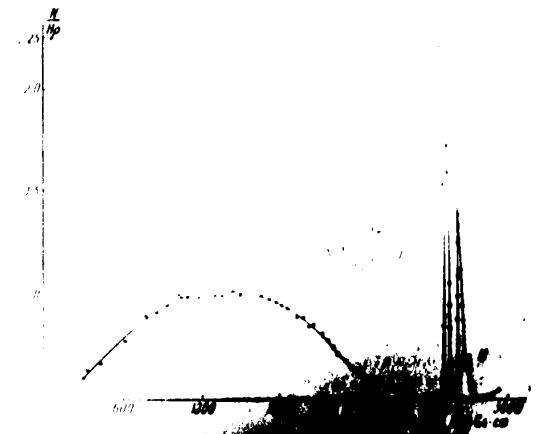


Рис. 9. β -спектр Ba¹³⁷.

Энергия E_{β} для β -распада Ba¹³⁷ была определена с помощью спектров гамма-камеры, работающей в режиме $M4$. Энергия E_{β} для β -распада Ba¹³⁷ была определена с помощью спектров гамма-камеры, работающей в режиме $M4$.

$$E_{\beta} = 401 \text{ keV} \quad \alpha_M = 4,1 \pm 0,4$$

Энергия E_{β} для β -распада Ba¹³⁷ была определена с помощью спектров гамма-камеры, работающей в режиме $M4$. Энергия E_{β} для β -распада Ba¹³⁷ была определена с помощью спектров гамма-камеры, работающей в режиме $M4$.

Исследования ядерной гамма-камеры Zn⁶⁵, Se⁷⁵, Sr⁹⁰, Nb⁹³, Ru¹⁰⁰, Ba¹³⁷

И. М. Драбкин, В. И. Шарданов, И. Рубинюв

Таблица 4

Свойства характеристических изомерных переходов и уровней метастабильных ядер Zn^{66} , Se^{78} , Se^{81} , Nb^{94} , Rh^{101} и Ba^{137}

Ядро	Время жизни, мин	Тип перехода	Инициальный уровень	Конечный уровень	Изменение спин-паритета	Изменение магнитного момента	Уровень	
							Ур. ядра	Ур. теор.
Zn^{66}	1 мин	$M4$	$g_{7/2}$	$g_{1/2}$	$R_{1/2}$	~ 1	~ 1	~ 1
Se^{78}	56 мин	$E3$	$f_{7/2}$	$f_{3/2}$	$+7/2$	$\sim 10^2$	$\sim 10^2$	$\sim 10^2$
Se^{81}	90 час	$E3$	$f_{7/2}$	$f_{3/2}$	$+7/2$	$\sim 10^2$	$\sim 10^2$	$\sim 10^2$
Nb^{94}	57 мин	$E3$	$f_{7/2}$	$f_{3/2}$	$+7/2$	$\sim 10^2$	$\sim 10^2$	$\sim 10^2$
Rh^{101}	2,6 мин	$E3$	$f_{7/2}$	$f_{3/2}$	$+7/2$	$\sim 10^2$	$\sim 10^2$	$\sim 10^2$
Ba^{137}	681 мин	$E3$	$f_{7/2}$	$f_{3/2}$	$+7/2$	$\sim 10^2$	$\sim 10^2$	$\sim 10^2$

а стабильному состоянию, сведены в табл. 4. Переход изомерных ядер Zn^{66} , Nb^{94} и Ba^{137} в основное состояние сопровождается излучением типа $M4$, что согласуется с системой уровней, вытекающей из модели ядерных оболочек.

В ядрах Se^{78} , Se^{81} , Rh^{101} изомерный переход сопровождается излучением типа $E3$. Для объяснения типа $E3$ перехода у этих изомеров необходимо предположить возмущение уровней $f_{7/2}$ в четвертой нуклонной оболочке. Можно считать, что этот уровень получается вследствие взаимодействия несвязанных четных нуклонов, находящихся на g -уровне второй нуклонной оболочки.

Следует отметить, что для Se^{78} основной уровень — $f_{7/2}$, а метастабильный — $p_{1/2}$, а для Se^{81} основной уровень — $p_{1/2}$, а метастабильный — $f_{7/2}$. Основное состояние Zn^{66} — $p_{1/2}$, а метастабильное — $f_{7/2}$; основное состояние Nb^{94} — $g_{7/2}$, а метастабильное — $p_{1/2}$. Эти данные совпадают с характером заполнения уровней по модели ядерных оболочек.

В последнем столбце таблицы дано соотношение экспериментальных времен жизни по отношению к теоретическим (с учетом конверсии) с временами жизни, рассчитанными по системе уровней [13].

Для переходов типа $M4$ получены удовлетворительно согласные; это согласие наблюдается относительно удовлетворительно радиационных переходов и в рамках теории вероятностей модели ядерных оболочек.

Для переходов типа $E3$ (Zn^{66} , Nb^{94}) экспериментальные значения времени жизни в несколько раз меньше теоретически вычисленные значения. Это объясняется тем, что в этих ядрах излучение происходит главным образом за счет конверсии, если иметь в виду довольно высокие значения Z и A для этих времен жизни.

В заключение следует отметить, что время жизни падает по мере увеличения Z и A для $E3$ переходов в тяжелых ядра, которые увеличиваются с увеличением Z и A для $M4$ переходов в легких ядрах.

Работа выполнена в рамках экспериментального материала о преобразовании энергии в радиоактивных веществах, радиоспециальных в структуре.

Работа выполнена в лаборатории И. А. Абелевич и В. И. Шарданов за

Исследования изомерных ядер Zn^{66} , Ba^{137} , Se^{78} , Se^{81} , Nb^{94} , Rh^{101} и Ba^{137}

Цитированная литература

Livingood J., Seaborg C., Phys. Rev., 55, 457 (1944).
 Rose H., Goertzel G., Spinrad R., Harr J., Streifel P., Phys. Rev., 83, 79 (1951).
 Goldhaber M., Sunyar A., Phys. Rev., 83, 906 (1951).
 Nuttledge W., Cork J., Burson S., Phys. Rev., 86, 175 (1951).
 Драбкин И. М., Рубинюв И., ДАН СССР, 97, 317 (1954).
 Goldhaber M., Hill B., Rev. Mod. Phys., 24, 173 (1952).
 Bergström L., Thulin S., Phys. Rev., 76, 1718 (1949).
 Günther I., Huber O., Helv. Phys. Acta, 26, 588 (1953).
 Драбкин И. М., Шарданов В. И., Рубинюв И., ДАН СССР, 121, 6, 4141 (1953).
 Шиндель В., ЖЭТФ, 21, 1170 (1954).
 Patis H., Zappa L., Ark. Fys., 5, 26 (1952).
 Cork J., Le Blanc J., Stamp B., Nucl. Phys., Phys. Rev., 86, 573 (1952).
 Weisskopf V., Phys. Rev., 83, 1071 (1952).
 Sandulak E., Phys. Rev., 79, 801 (1950).
 Cork J., Le Blanc J., Martin G., Nestor W., Brice M., Phys. Rev., 90, 579 (1953).
 Webb M., Nelson E., Phys. Rev., 58, 480 (1940).
 Owen L., Traill N., Phys. Rev., 75, 529 (1949); Phys. Rev., 76, 1541 (1949).

П. А. ЯМПОЛЬСКИЙ, И. П. ПИЩЕВНИК, М. Я. ГЕН и А. М. ТИХОМИРОВ
ОБНАРУЖЕНИЕ КОРТОКОПЕРИОДНЫХ ИЗОМЕРОВ

Обнаружение короткопериодных изотопов с длительностью периода полураспада в интервале от микро- до долей секунд заключает в себе ряд трудностей. Обнаружение еще более короткопериодных активностей представляет собой в настоящее время вполне разработанный метод измерения, основанный на применении методики запаздывающих совпадений. Это методика, однако, сложна и неприемлема для активностей, распадающихся за доли миллисекунды или меньше времени, так как в этом случае необходима регистрация аппаратура с малым разложением, что приводит к большому фону случайных совпадений.

Увеличение активности препарата не может улучшить положения дела, так как одновременно растет и фон.

Вследствие этих трудностей лишь очень небольшое число работ посвящено исследованию активностей в этом временном интервале. Между тем несомненно, что исследования в этой области могут обнаружить большое число неизвестных активностей. Так, например, известно, что изотопы легких ядер с числом нейтронов, которое на единицу меньше числа протонов, являются неустойчивыми, причем период полураспада быстро убывает с ростом атомного номера. Последний из известных членов этого ряда Ti^{48} имеет период полураспада 0,58 сек [1]. Несомненно, что при наличии соответствующей методики регистрации можно было бы обнаружить следующие более короткопериодные члены этого ряда. В работе [2] были исследованы изотопы некоторых ядер с равным числом протонов и нейтронов, образующихся при реакции (p, n). Были обнаружены новые короткопериодные изотопы с периодами полураспада в несколько десятых долей секунды. Для измерения более коротких периодов аппаратура не была приспособлена.

До последнего времени работа с короткопериодными изотопами с периодами полураспада в интервале от 10^{-4} до 10^{-2} сек (Ta^{181}). Этот факт отмечен в литературе [3]. В [4] приводятся расчеты огибающих кривых для короткопериодных изотопов с периодами полураспада от 1 до 100 мкс. Для измерения периодов в этом интервале должна быть около 100 МГц.

Известно, что для измерения периодов в этом интервале необходимо использовать аппаратуру, способную работать с частотами до 100 МГц.

Известно, что для измерения периодов в этом интервале необходимо использовать аппаратуру, способную работать с частотами до 100 МГц.

Известно, что для измерения периодов в этом интервале необходимо использовать аппаратуру, способную работать с частотами до 100 МГц.

Известно, что для измерения периодов в этом интервале необходимо использовать аппаратуру, способную работать с частотами до 100 МГц.

Для исследования короткопериодных изотопов использован импульсный источник нейтронов с периодом повторения импульсов 10 мкс. Импульсы нейтронов образуются в результате бомбардировки дейтерия пучком дейтронов с энергией 1,3 мекВ. Форма импульса приближенно такова, как изображено на рис. 1, где $I=10$ мА. Дейтронный пучок бомбардировал цилиндрическую мишень, насыщенный тритием; в результате бомбардировки образуются нейтроны с энергией ~ 14 Мев.

Вещество, исследуемое на возникновение короткопериодных активностей, помещалось в реакции с быстрыми нейтронами, установленными непосредственно под мишенью.

Возникновение при облучении нейтронами вещества γ -излучения регистрировалось при помощи сцинтилляционного счетчика, импульсы которого регистрировались после усилителя подавались на катодный осциллограф с ждущей разверткой. Ждущая развертка запускала от сцинтилляционного блока, причем начало запуска развертки было точно синхронизировано с моментом окончания дейтронного импульса.

Для проверки отсутствия рентгеновского последействия трубки перед нейтронным пучком перед цинковой мишенью мишенью можно было поместить затеняющую заслонку. Проверка производилась на двухлучевом осциллографе: один луч регистрировал дейтронный пучок, другой — сигналы с сцинтилляционного счетчика. Опыт показал, что непосредственно после прекращения действия дейтронного пучка излучение мгновенно прекращалось.

Измерения, кроме того, показали, что по окончании нейтронного импульса сцинтилляционный счетчик вместе с усилителем не меняет эффективности регистрации γ -излучения.

Таким образом, производилась регистрация только γ -излучения, возникающего после облучения вещества нейтронами, и исключалось рентгеновское излучение, связанное с работой трубки, и мгновенное γ -излучение, возникающее при взаимодействии нейтронов с веществом. Набор спектров катодного осциллографа позволял обнаруживать активности периодом полураспада в интервале 10^{-4} – $0,1$ сек. Для измерения больших периодов полураспада регистрация проводилась на шлейфом осциллографа.

Когда пучок дейтронов падал на мишень, сцинтилляционный счетчик обнаруживал очень интенсивное послесвечение в отсутствие исследуемого вещества между мишенью трубки и сцинтилляционным счетчиком.

Судя по величине импульсов, послесвечение имело характер рентгеновский, а более жесткий γ -излучением.

При изменении расстояния между мишенью и регистратором интенсивность послесвечения резко уменьшалась (пропорционально квадрату расстояния).

Отсюда следует, что источник послесвещения γ -излучения находился в непосредственной близости от мишени или от кристалла. Таким образом, исключалось предположение, что обнаруженное γ -излучение происходило в результате захвата замедляющихся в толще защиты нейтронов.

При отсутствии специальной облучаемой нейтронами мишени были обнаружены γ -лучи, испускаемые со следующими периодами полураспада: 1) 0,48–2,5 мекс; 2) 5,5 мекс; 3) 27–30 мекс; 4) 3–4 сек.

Всё исследование проводилось нами с органическими кристаллами на сцинтилляционном счетчике. Когда применялся кристалл NaJ.Tl, то, кроме послесвечения, наблюдалось γ -излучение, интенсивность которого в 12-секундных периодах; эта активность получалась в результате захвата замедляющихся в кристалле нейтронов. Вещество, исследуемое в составе интервала мишени трубки и фотометра, помещалось в реакциях с быстрыми нейтронами с периодами полураспада от 10^{-4} до 100 мкс. Были обнаружены изотопы с периодами полураспада от 10^{-4} до 100 мкс. Были обнаружены изотопы с периодами полураспада от 10^{-4} до 100 мкс.

Активность с периодом 27 мсек могла быть связана с изотопом висмута Bi^{209} ($T_{1/2} = 27$ мсек, $E_{\alpha} = 13,43$ MeV); Bi^{212} мог образоваться в реакции $N^{14}(n, \alpha)$ и $C^{12}(n, p)$. При помещении между исследуемым веществом, содержащим азот и углерод, не было обнаружено увеличения интенсивности этого излучения.

Между веществом и кристаллом фотомножителя использовались материалы Zr и W , однако все эти вещества не показали заметных различий в характере послесвечения. Удалось установить, с какими элементами связаны явления послесвечения.

Энергия излучения грубо определялась при помощи спектрометра, попадающих на триггер.

При обнаружении активности трех типов излучения в образцах с разными жестким излучением обладали периодом, в самым малым — длиннопериодная.

Поэтому при дискриминации проградированных излучения $Li^{6}\alpha$, Co^{60} и Na^{24} , можно предположить, что короткопериодная активность испускала γ -луча с энергией $\sim 2,5$ MeV.

Мы полагаем, что обнаруженное γ -излучение не может быть связано какому-либо известному радиоактивному изотопу, а является излучением новых короткопериодных изотопов, возникающих в результате взаимодействия нейтронов с энергией 14 MeV с некоторыми элементами.

Возможно, что именно образованием изотопов можно объяснить наблюдавшиеся разными авторами и не нашедшее объяснения короткопериодное γ -излучение. Так, в работе Бралей [4], выполненной с помощью источника нейтронов $Be + d$ ($E_d = 11$ MeV), был обнаружен короткопериодный фон с периодом полураспада в несколько десятков долей миллисекунды. В другой работе [5], выполненной с помощью источника нейтронов по реакции $Li + d$ ($E_d = 0,9$ MeV, $E_{Li} \sim 14$ MeV), было обнаружено γ -излучение с периодом 25—35 мсек. Интересно отметить, что в этой же работе, когда мишень была не литиевая, а борная (т. е. энергия нейтронов была небольшой), короткопериодный фон отсутствовал.

Для выяснения характеристики полученных изотопов и характеристик реакций, приводящих к их получению, в настоящее время ведутся работы.

Кроме указанных ранее элементов, нами были исследованы свинец и висмут. В работе Кембелла [6] был обнаружен короткопериодный изотоп Pb^{207} с периодом полураспада 0,9 сек. Этот изотоп получался при облучении свинца на реакторе медленными нейтронами по реакции $Pb^{208}(n, \gamma)Pb^{207}$. В дальнейшем, в работе [7] было показано, что период Pb^{207} был равен 0,82 сек. Мы обнаружили наличие короткопериодного излучения из свинца, облученного нейтронами с энергией 14 MeV, с периодом 0,83 сек.

По известной энергии излучения Pb^{207} (1,07 и 0,56 MeV) можно предположить, что нейтроннопроникновение для определения энергии излучения было выполнено. Для этой цели мы измерили число нейтронов, прошедших через барьеры фотомножителя и с алюминиевыми пластинами, в качестве монитора использовался сам реактор, создающий ток, создаваемый изотопом.

Далее мы обнаружили, что при помещении фотомножителя висмута возникает излучение с периодом 27 мсек. Энергия этого γ -излучения, определенная по спектру, приблизительно 2,5 MeV.

Возникает вопрос, какому элементу должно принадлежать явление послесвечения висмута?

В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

этого излучения. В настоящее время существует один устойчивый изотоп Bi^{209} . В настоящее время изотоп висмута от Bi^{217} до Bi^{214} , кроме Bi^{209} , не был обнаружен. В таблицах Сиборга [8] есть сведения, что этот изотоп обладает коротким периодом (по Рейману и Перлману). Однако в дальнейшем автором сообщается. Есть основания предполагать, что Bi^{209} с большим периодом полураспада [9] имеет Bi^{209} с периодом полураспада, рассматривая взаимодействие нейтронов с ядром Bi^{209} или Pb , можно ограничиться рассмотрением

минтом по сравнению с основным состоянием, т. е. в результате реакции $(n, 2n)$ ядра ^{99}Tc в основном состоянии образуются в изомерном состоянии. Это предположение является следствием следующего обстоятельства: Mo^{99} , возбужденной по реакции $Mo^{98}(n, 2n)Mo^{99}$, расщепится с двумя периодами: 15) 16-минутный период с тем же периодом полураспада Mo^{99} . Изучение реакции $Mo^{98}(n, 2n)Mo^{99}$ в нейтроновом спектре до 18 MeV показывает, что при таких энергиях нейтронов коротким периодом отщепления, т. е. в случае молярной реакции $(n, 2n)$ ядра образуются преимущественно в изомерном состоянии. Отметим, что и в Mo^{99} отщепления на единицу меньше, чем в Mo^{98} .

Цитированная литература

1. R. J. H. van der Vliet, *Rev. Sci. Instr.*, **19**, 113 (1948).
2. G. A. R. S. S. S., *Canad. J. Phys.*, **30**, 811 (1952).
3. J. S. H. A., *Phys. Rev.*, **83**, 906 (1951).
4. J. S. H. A., *Phys. Rev.*, **63**, 990 (1951).
5. J. S. H. A., *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **44**, 133 (1948).
6. S. M., *Phys. Rev.*, **70**, 640 (1950).
7. V., *Phys. Rev.*, **7**, 656 (1952).
8. S. H., *Phys. Rev.*, **20**, 85 (1948).
9. R. J. H. A., *Phys. Rev.*, **166**, 773 (1952).
10. Введение в теорию ядерных реакций. — ИЛ, М., 1952.
11. G. A. R. S. S., *Phys. Rev.*, **80**, 343 (1953).
12. K. A. S. H. A., *Phys. Rev.*, **62**, 380 (1951).
13. Clark P., *Canad. J. Phys.*, **31**, 387 (1953).
14. Whitmore E., *Canad. J. Phys.*, **31**, 296 (1953).
15. Katz R. a. oth., *Canad. J. Phys.*, **31**, 250 (1953).
16. Broilley J., *Phys. Rev.*, **80**, 876 (1953).

Э. Е. Берлович

ВРЕМЕНА ЖИЗНИ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ НЕКОТОРЫХ ЯДЕР

Введение

Диапазон времен жизни возбужденных состояний ядер весьма широк и простирается от крайне малых величин порядка 10^{-12} — 10^{-17} сек (например на уровнях, образующихся при радиационном захвате нейтронов) до нескольких лет. Долгопериодные состояния ядер принято называть «нестабильными», причем в качестве таковых принимаются состояния, время жизни которых поддается измерению. Непосредственно измерить время жизни, постоянно снижается, чем сильнее различие между основным и возбужденными (или изомерными).

В настоящее время удается измерять времена жизни до 10^{-10} — 10^{-11} сек и оценивать еще меньшие времена жизни. Для измерения коротких времен применяются схемы совпадения с быстрыми каналами, позволяющие вводить переменную задержку времени между совпадающими импульсами [1—7].

Ниже описывается одна из таких схем совпадения, относящаяся к схеме [6] и осуществленная на базе прибора В. Е. Берловича. Результаты серии периодов полураспада некоторых возбужденных ядер в интервале 10^{-10} — 10^{-6} сек.

Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки, наиболее существенная в деталях и изображена на рис. 1. Пользуясь от анодов дифференциальных умножителей $(M_1 \text{ и } M_2)$ через раздельные цепи подают импульсы на ограничивающие диоды L_1 и L_2 (6Ж1П) при помощи импульсных трансформаторов. Импульсы, поступающие на амплитудно-фазовый селектор под напряжением. Эти импульсы поступают пропорционально величине временной задержки, представляющей разность между импульсами пропорциона на ленточном цилиндре (цифрового отсчета времени), который установлен на подстироловые блоки, укрепленные на основании прибора. Различные интервалы. Весь цилиндр репертора, представляющий собой парную пару может вращаться, переводя импульсы на ленточном цилиндре с спиралеобразной канавкой. Импульсы от дифференциальных умножителей M_1 и M_2 и импульсы от диодов L_1 и L_2 переходят, осуществляемые с помощью импульсных преобразователей. К дифференциальной схеме M_1 и M_2 присоединен кабель А, а к импульсам от диодов L_1 и L_2 присоединен кабель А, а импульсы от диодов L_1 и L_2 присоединены к импульсному генератору, который производит импульсы. Импульсы от диодов L_1 и L_2 присоединены к импульсному генератору, который производит импульсы. Импульсы от диодов L_1 и L_2 присоединены к импульсному генератору, который производит импульсы.

Л. П. Березин

... резистора R_1 установить потенциал его заштриховки таким, чтобы при появлении импульсов от каждого из фотоумножителей оба резистора были бы включены с одинаковыми от обоих фотоумножителей импульсами. Таким образом, можно получить коэффициент отбора схемы двойной длины. Таким образом, при помощи сколь угодно малых импульсов можно получить импульсы двойной длины. Если импульсы в обоих фотоумножителях совпадают, то импульс в среднем делителе напряжения происходит в средней части резистора. Если же импульсы удвоенной длины, то импульс происходит в одной из концов резистора.

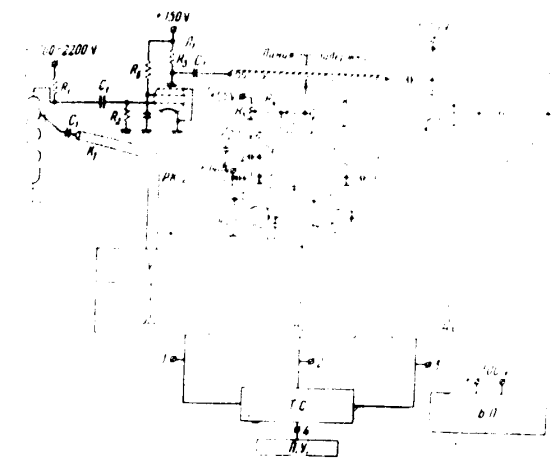
От появления импульсов фотоумножителей импульсы по кабелю поступают на усилитель. Импульсы дискриминаторов D_1 и D_2 поступают от всех трех фотоумножителей F_1 , F_2 и F_3 и поступают в блок суммирования совпадений и в блок различия устройств.

Наличие случайных совпадений дает разрыв цепи, снижая надежность работы. Для уменьшения эффекта случайных совпадений следует дискриминаторы D_1 и D_2 устанавливать минимально возможной задержкой от импульсов фотоумножителей. Это существенно уменьшает количество случайных совпадений. Кроме того, при помощи дискриминаторов D_1 и D_2 можно устранить существенную часть шумовых импульсов фотоумножителей, которые могут дать случайные совпадения. Это существенно уменьшает количество случайных совпадений. Последнее требование обусловлено тем, что при работе с высоким напряжением на фотоумножителях (до 2000 В) обеспечения большой амплитуды импульсов от фотоумножителей является наиболее точной для заштриховки ограничителя. Уменьшение времени заштриховки приводит к уменьшению амплитуды импульсов, что является причиной появления случайных совпадений.

Особенностью данной схемы является то, что при появлении импульсов от фотоумножителей оба резистора включаются с одинаковыми импульсами. Таким образом, можно получить коэффициент отбора схемы двойной длины. Таким образом, при помощи сколь угодно малых импульсов можно получить импульсы двойной длины. Если импульсы в обоих фотоумножителях совпадают, то импульс в среднем делителе напряжения происходит в средней части резистора. Если же импульсы удвоенной длины, то импульс происходит в одной из концов резистора.

Рис. 1. Принципиальная схема устройства с фотоумножителями типа ФФУ-19.

фотоумножители типа ФФУ-19, подбора делителей напряжения к ним, подбора германиевых диодов и ограничивающих резисторов. Параметры схемы быстрых совпадений, а также данные примененных элементов указаны на рис. 1.



Блок-схема экспериментального устройства (часть схемы, обведенной пунктиром). В качестве линии задержки: Ф1, Ф2 — фотоэлектронные умножители типа ФФУ-19; R1, R2, R3, R4, R5, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12 — резисторы; C1, C2, C3, C4, C5 — конденсаторы; D1, D2 — германиевые диоды; D1, D2 — дискриминаторы; У1, У2 — усилители (У1 — 4ВУ1, У2 — 4ВУ2); Б.С. — блок суммирования совпадений; Б.П. — блок питания; R1 — 8,2 кОм, R2 — 200 кОм, R3 — 1 кОм, R4 — 1 кОм, R5 — 1 кОм, R6 — 1 кОм, R7 — 1 кОм, R8 — 1 кОм, R9 — 1 кОм, R10 — 1 кОм, R11 — 1 кОм, R12 — 1 кОм; C1 — 0,01 мкФ, C2 — 0,01 мкФ, C3 — 0,01 мкФ, C4 — 2 мкФ, C5 — 2,5 мкФ.

... напряжения к фотоэлектронным умножителям характерными параметрами являются следующие (нумерация сопротивлений на рис. 1):

$$R_{11} = 1 \text{ кОм}, R_{12} = 1 \text{ кОм}, R_{13} = 1 \text{ кОм}, R_{14} = 1 \text{ кОм}, R_{15} = 1 \text{ кОм}, R_{16} = 1 \text{ кОм}, R_{17} = 1 \text{ кОм}, R_{18} = 1 \text{ кОм}, R_{19} = 1 \text{ кОм}, R_{20} = 1 \text{ кОм}, R_{21} = 1 \text{ кОм}, R_{22} = 1 \text{ кОм}, R_{23} = 1 \text{ кОм}, R_{24} = 1 \text{ кОм}, R_{25} = 1 \text{ кОм}, R_{26} = 1 \text{ кОм}, R_{27} = 1 \text{ кОм}, R_{28} = 1 \text{ кОм}, R_{29} = 1 \text{ кОм}, R_{30} = 1 \text{ кОм}, R_{31} = 1 \text{ кОм}, R_{32} = 1 \text{ кОм}, R_{33} = 1 \text{ кОм}, R_{34} = 1 \text{ кОм}, R_{35} = 1 \text{ кОм}, R_{36} = 1 \text{ кОм}, R_{37} = 1 \text{ кОм}, R_{38} = 1 \text{ кОм}, R_{39} = 1 \text{ кОм}, R_{40} = 1 \text{ кОм}, R_{41} = 1 \text{ кОм}, R_{42} = 1 \text{ кОм}, R_{43} = 1 \text{ кОм}, R_{44} = 1 \text{ кОм}, R_{45} = 1 \text{ кОм}, R_{46} = 1 \text{ кОм}, R_{47} = 1 \text{ кОм}, R_{48} = 1 \text{ кОм}, R_{49} = 1 \text{ кОм}, R_{50} = 1 \text{ кОм}, R_{51} = 1 \text{ кОм}, R_{52} = 1 \text{ кОм}, R_{53} = 1 \text{ кОм}, R_{54} = 1 \text{ кОм}, R_{55} = 1 \text{ кОм}, R_{56} = 1 \text{ кОм}, R_{57} = 1 \text{ кОм}, R_{58} = 1 \text{ кОм}, R_{59} = 1 \text{ кОм}, R_{60} = 1 \text{ кОм}, R_{61} = 1 \text{ кОм}, R_{62} = 1 \text{ кОм}, R_{63} = 1 \text{ кОм}, R_{64} = 1 \text{ кОм}, R_{65} = 1 \text{ кОм}, R_{66} = 1 \text{ кОм}, R_{67} = 1 \text{ кОм}, R_{68} = 1 \text{ кОм}, R_{69} = 1 \text{ кОм}, R_{70} = 1 \text{ кОм}, R_{71} = 1 \text{ кОм}, R_{72} = 1 \text{ кОм}, R_{73} = 1 \text{ кОм}, R_{74} = 1 \text{ кОм}, R_{75} = 1 \text{ кОм}, R_{76} = 1 \text{ кОм}, R_{77} = 1 \text{ кОм}, R_{78} = 1 \text{ кОм}, R_{79} = 1 \text{ кОм}, R_{80} = 1 \text{ кОм}, R_{81} = 1 \text{ кОм}, R_{82} = 1 \text{ кОм}, R_{83} = 1 \text{ кОм}, R_{84} = 1 \text{ кОм}, R_{85} = 1 \text{ кОм}, R_{86} = 1 \text{ кОм}, R_{87} = 1 \text{ кОм}, R_{88} = 1 \text{ кОм}, R_{89} = 1 \text{ кОм}, R_{90} = 1 \text{ кОм}, R_{91} = 1 \text{ кОм}, R_{92} = 1 \text{ кОм}, R_{93} = 1 \text{ кОм}, R_{94} = 1 \text{ кОм}, R_{95} = 1 \text{ кОм}, R_{96} = 1 \text{ кОм}, R_{97} = 1 \text{ кОм}, R_{98} = 1 \text{ кОм}, R_{99} = 1 \text{ кОм}, R_{100} = 1 \text{ кОм}.$$

... уменьшения третьего сопротивления связана с тем, что при уменьшении сопротивления уменьшается коэффициент усиления фотоумножителей.

Измерение времени жизни возбужденных состояний ядер

В тех случаях, когда во возбужденном состоянии ядра обнаружены в результате α - или β -распада, или после предшествующего радиоактивного перехода на данный уровень, или путем перехода с переносом энергии от ядра оболочки атома (внутренний конверсия), времени жизни после

двух уровня может быть определено измерением совпадений α — β — γ , γ — γ или e — γ совпадений в функции времени, введенной в одну из ветвей схемы совпадений.

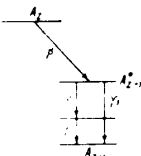


Рис. 2. Схема источника U и фотомножителя PM_1 .



Рис. 3. Схема расположения источника U и детекторов PM_1 и PM_2 . PM_1 и PM_2 — фотомножители, A и B — фильтры, W — фольга, U — источник.

состояние разряжается выбрасыванием вторичного электрона, то соответственно излучаются совпадения α — β или α — γ с этими электронами.

Предположим, что ядра источника U вещества с атомным номером Z , превращаются путем β^- -распада в ядра с атомным номером $Z+1$ (или $Z-1$ при позитронном распаде), оказывающиеся в возбужденном состоянии, которое разряжается испусканием одного или нескольких γ -квантов (рис. 2). В нашей установке (рис. 3) источник помещался между двумя фотомножителями (PM_1 и PM_2), к фотокатодам которых приклеены пластинки монокристалла стильбена. Между источником U и фотомножителем PM_1 помещен алюминиевый фильтр, поглощающий все электроны света, порожденные в фосфоре a_1 при поглощении в нем γ -квантов, а на второй — вспышки от β^- и от γ -лучей.

Пусть телесные углы, под которыми видны первый и второй фосфоры из источника, равны соответственно ω_1 и ω_2 , числа квантов $\gamma_1, \gamma_2, \dots$ на акт распада соответственно равны P_1, P_2, \dots, P_n , а эффективности регистрации — $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$. Испускание γ -квантов, начиная с момента образования возбужденного состояния, должно происходить по экспоненциальному закону. Если постоянная времени распада равна t , разрешающее время схемы совпадений 2τ , число актов распада источника в единицу времени N_0 и время задержки от момента распада источника до регистрации β -частицы, t_0 , то при условии $t \gg 2\tau$ число совпадений в единицу времени будет равно

$$N_{\text{сов}} = N_0 \sum_{i=1}^n P_i \epsilon_i \exp(-\lambda t_0) \exp(-\lambda 2\tau) \exp(-\lambda t_0) \exp(-\lambda t_0) \dots$$

Выводом из этого уравнения является следующее обстоятельство, что число совпадений α — β — γ (или α — γ) в функции времени пропорционально числу актов распада в единицу времени N_0 атомов пропорционально числу актов распада в единицу времени N_0 атомов этого типа к моменту времени t , а также числу актов распада в единицу времени N_0 атомов, способных испускать γ -кванты, выходящих из источника в секунду, ибо именно процессы β -распада возбужденные ядра являются метастабильными, а нижние возбужденные состояния имеют значительно меньшие времена жизни.

В случае, когда условие $t \gg 2\tau$ не выполняется, число совпадений в единицу времени зависит от формы импульсов. В работах [9—11] рас-

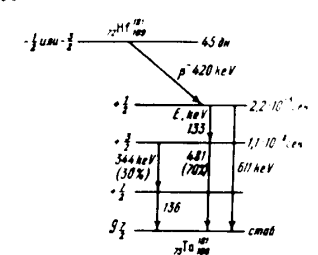
смотрены случаи, когда импульсы имеют форму (треугольной, гауссовской) и в этом случае при больших временах задержки t_0 больших τ , скорость совпадений $N_{\text{сов}}$ падает экспоненциально в функции времени.

Из сказанного выше следует, что для определения времени жизни возбужденного состояния следует изучать зависимость числа совпадений от времени задержки. Проверив соответствующую кривую в полулогарифмическом масштабе, по наклону полученной прямой можно определить постоянную времени t .

Если время жизни состояния мало по сравнению с временем разрешения фотомножителей, получить экспоненциальную кривую не удастся. В этом случае постоянное время жизни можно определить по симметричной кривой совпадений по отношению к центру тяжести кривой совпадений, получаемой для каскадного процесса с известным временем жизни промежуточного состояния. Для повышения точности этого последнего метода выгодно производить измерения при использовании фильтра, поглощающего β -лучи: один раз — справа от источника (см. рис. 3). Это приведет к значительному смещению.

Измерение состояния Ta^{181}

На рис. 4 изображена схема превращения ^{181}Ta в ^{181}Hf и ^{181}Ta в ^{181}Hf [12, 13]. β^- -Распад ядра ^{181}Ta приводит к первому метастабильному состоянию ядра Ta^{181} с периодом полураспада $2,2 \cdot 10^{-10}$ сек. и энергией возбуждения 611 keV. Помимо малоинтенсивной ветки прямого γ -перехода основное состояние наблюдается интенсивный переход через промежуточное состояние с энергией возбуждения 481 keV, которое, по данным [14], имеет период полураспада $1,08 \cdot 10^{-8}$ сек. Согласно [13] переход с энергией 133 keV между двумя метастабильными уровнями сильно конвертирован: коэффициент конверсии равен 11. Поэтому можно наблюдать совпадения конверсионных электронов с энергией 64 и 122 keV.



существующих атому переходу, с ^{181}Ta в ^{181}Hf с квантами 481, 344 и 136 keV. Для того чтобы уменьшить число быстрых совпадений от каскадных квантов 344 и 136 keV, между источником и первым фотомножителем помещался свинцовый фильтр толщиной 3 мм, который сильно ослаблял излучение с энергией 136 keV, слегка поглощал и излучение 344 keV и лишь мало ослаблял излучение основной ветки (70%) с энергией 481 keV. В этом опыте на фотомножителе PM_1 (см. рис. 3) регистрирующийся β -лучи, был наклеен толстый кристалл стильбена ($h = 20$ мм, $d = 33$ мм). Источник в виде окиси гафния наносился на дно медной пластины толщиной на пленку стекла толщиной 3 мм.

На рис. 5 показаны в обычном и логарифмическом масштабах зависимость числа совпадений от времени задержки t_0 в мксек, в котором регистрирующую электроны конверсии. Время совпадений в логарифмическом масштабе, вдоль которой перемещается указатель, свинцовый экран и ленточный переключатель задержки. Так как скорость распространения импульса по длине ленточного переключателя, то, определив смещение движка реохрда по показаниям соответствующего смещения указателя на одно деление, можно

проградировать шкалу. Однако так как уровни введены в один из каналов спектра, смещение кривой совпадения по длине волны не требуется.

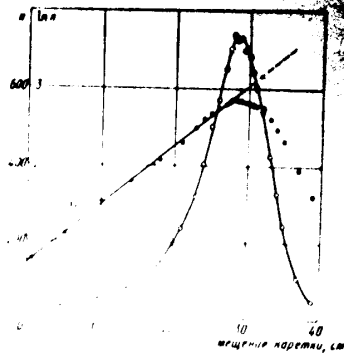


Рис. 5. Зависимость числа совпадений для уровня Sr^{90} с энергией 481 кэВ от времени задержки

(ρ) и емкости (C) кабеля соответствующее время задержки определяется по соотношению:

$$t = \rho C. \quad (2)$$

В этом методе градуировка производится посыланием в оба канала спектра от одного фотоумножителя. Точность градуировки зависит от качества кабелей и соотношения ρ и C и составляет 1-2%. Для знания величин ρ и C необходимо измерить время задержки для известного уровня.

Определенный по известному уровню Sr^{90} период полураспада для исследуемого уровня Th^{232} находится в соответствии с полученными в работе [14].

Схема привода... показана на рис. 8.



Рис. 8. Схема привода... На уникальной форме местного β -спектра, совмещенного с основным уровнем ядра Sr^{90} , удается, что...

Рис. 9. Схема привода... для уровня Th^{232} от времени задержки

В работе [14] для Sr^{90} получено значение периода полураспада $T_{1/2} = 48,6$ лет. В литературе [15] приведены измерения периода полураспада Sr^{90} на возбужденном уровне Th^{232} Майер и Риджуэй [16] и Шварц [17], что возможными причинами отклонения этих уровней являлись ошибки в измерениях. На рис. 7 представлены результаты наших измерений зависимости числа совпадений для уровня Sr^{90} от времени задержки.

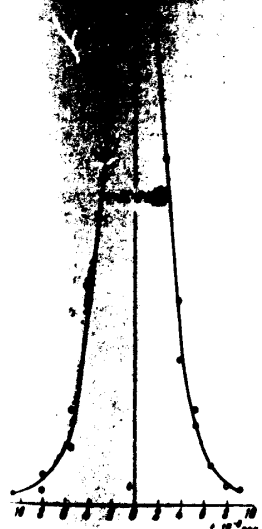


Рис. 7. Зависимость числа совпадений для уровня Sr^{90} от времени задержки

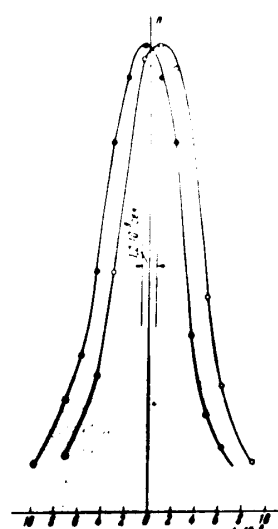


Рис. 9. Зависимость числа совпадений для уровня Th^{232} от времени задержки

Зависимость от времени задержки. В первом случае (левая кривая) для β -лучей стоит слева от пика, а во втором (справа) — справа (см. рис. 3). Как видно из рис. 7, две кривые совпадают по своим точкам (нормированные к максимуму). Цена деления по отношению к центру пропорциональна времени задержки. Цена деления миллиметрового шкала составляет $2,2 \cdot 10^{-6}$ сек. Если бы время задержки было бы именно такой величиной, взаимное смещение кривых было бы равно нулю, что было бы вполне оптимизированным. Из данных рис. 7 можно сделать вывод, что период полураспада уровня Sr^{90} , повидимому, меньше периода полураспада Th^{232} , по данным Мошковского [19] (принадлежит к Th^{232}), так как при продолжении значений спиной и...

Список измерений

1, +	E1
2, +	E2
3, +	E3

Из этих данных однозначно следует, что явление не может быть отброшено, как противоречащее нашей теории, в течение времени жизни исследуемого состояния.

Возбужденное состояние T_1^{203}

Известно, что ядро Hg^{203} имеет простой β -спектр, состоящий из единственного возбужденного уровня ядра Tl^{203} . В работе [20] совпадения производились аналогично работе [19] с помощью фильтра, поглощающего β -лучи. Из результатов измерений, видно, что кривые совпадают, т. е. совпадают одна относительно другой, при этом времена жизни равно $1,2 \cdot 10^{-10}$ сек. Следовательно, время жизни возбужденного состояния T_1^{203} равно $6 \cdot 10^{-10}$ сек, а период полураспада $T_{1/2} = 4,2 \cdot 10^{-10}$ сек. Ввиду малости этой величины можно считать ее верхним пределом для периода полураспада возбужденного состояния. Полученное число согласуется с оценкой верхней границы периода полураспада этого уровня, данной в работе [20].

Из кривых Мошковского для различных видов и мультипольностей излучения получаются следующие значения периодов полураспада при энергии перехода 280 keV:

Тип перехода	Период полураспада
E1	$1,2 \cdot 10^{-10}$ сек
M1	$1,2 \cdot 10^{-10}$ сек
E2	$1,2 \cdot 10^{-10}$ сек

Таким образом, время жизни возбужденного состояния T_1^{203} равно $6 \cdot 10^{-10}$ сек.



Рис. 10. Схема превращения $\text{Fe}^{56} - \text{Co}^{56}$

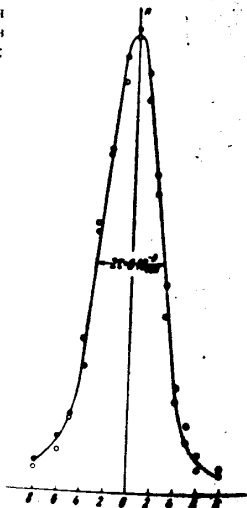


Рис. 11. Замеченный спектр для уровней T_1^{203}

всего согласуется предположение об электрическом переходе. Однако ему не противоречат и предположения о полном переходе или о смешанном переходе $M1 + E1$.

... К-оболочку ... — примерно 0,85 ...

... $\text{Fe}^{56} - \text{Co}^{56}$... за рис. 10 [25]. В этом случае произойдет совпадение, так и $\beta - \gamma$ совпадений, при этом ...

При выполнении описанных в настоящей работе измерений большой помощью занимал студент-дипломант ЛПИ В. Филимонов, при подборе делителя — студент ЛПИ К. Шилков, при подборе делителя — студент ЛПИ А. Саватеев и сотрудник ЛОТИ АН СССР Д. М. Ходяков.

1. D. ... (1948).
 2. E. ... (1948).
 3. W. ... (1946).
 4. M. ... (1946).
 5. D. ... (1946).
 6. E. ... (1946).
 7. D. ... (1946).
 8. P. ... (1946).
 9. V. ... (1946).
 10. S. ... (1946).
 11. N. ... (1946).
 12. G. ... (1946).
 13. J. ... (1949).
 14. F. ... (1950).
 15. K. ... (1950).
 16. M. ... (1950).
 17. S. ... (1950).
 18. S. ... (1955).
 19. S. ... (1951).
 20. S. ... (1952).
 21. S. ... (1951).
 22. S. ... (1952).
 23. S. ... (1948).
 24. S. ... (1954).

Н. Ф. БАРЧУК, Е. М. ГАЛКИН, М. В. ПАСЕЧНИК
О РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СЦИНТИЛЛЯЦИОННОГО СПЕКТРОМЕТРА

В последние годы получены существенные результаты в развитии магнитных спектрометров большой разрешающей способности и сцинтилляционных спектрометров большой светосилы, открывающих новые возможности в исследовании структуры энергетических уровней атомного ядра.

Препятствием на пути к широкому применению однокристаллических сцинтилляционных спектрометров является их низкая разрешающая способность. Полуширина спектральных линий в лучшем из сцинтилляционных спектрометров составляла 5—10 % [2, 3] (от γ -лучей Co^{60}). Наши измерения показали, что однокристаллический сцинтилляционный спектрометр, в котором применяется фотоумножитель ФЭУ-19, имеет еще более высокую разрешающую способность. Показано повысить ее путем подбора кристаллов и ФЭУ маломощных разрабатываемых на дан.

Для выяснения причин более высокой разрешающей способности мы провели две серии опытов. В первом из них сцинтилляционным спектрометром служил сцинтилляционный спектрометр, который использовался в качестве монохроматора люминесценции. На этих измерениях находилась степень монохроматизации луча люминесценции, которая определялась разрешающей способностью сцинтилляционного спектрометра. В другой серии опытов при помощи сцинтилляционного спектрометра снимался спектральный состав пучка электронов.

Оказалось, что энергия разброса и энергии электронов составляет 1 %, разброс амплитуд на выходе фотоумножителя ФЭУ-19 получается 10—30 % в зависимости от энергии электронов и режима работы фотоумножителя.

Для испытания ФЭУ при излучении на его фотокатод световых импульсов мы построили спектральный усилитель. В качестве модулятора света применялся ячеинка Керра, являющаяся практически безинерционным световым затвором.

Всю схему усилителя для определения разброса импульсов по амплитуде световых импульсов из источников света, ячеинки Керра, ФЭУ-19, усилителя и 50-мегагерцового анализатора. Каждый элемент схемы тщательно проверялся. Стабильность и линейность выходного тракта систематически контролировались. Проверялась также стабильность работы генератора, для чего на схеме включалась ячеинка Керра в ФЭУ, а импульсы от генератора, уменьшенные при помощи делителя, подавались на усилитель и анализатор. Так как при этом импульсы на протяжении длительного времени работы анализатора оставались в одном канале 50-мегагерцового анализатора, то принималось, что генератор дает стабильные во времени импульсы с разбросом в амплитуде, меньшим 2 %.

Подбор амплитуд световых импульсов производился с помощью осциллографа. На фотокатод ФЭУ-19 ставился собранный вместе с разрабатываемым кристаллом сцинтилляционным детектором активированным теллуридом, и возникающий максимальный импульс при облучении кристалла γ -лучами Co^{60} . Длительность импульса

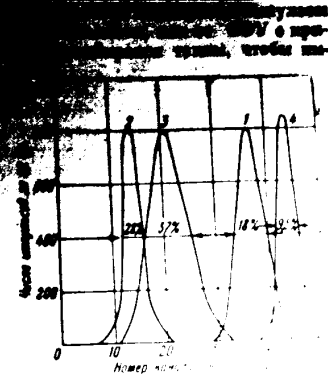


Рис. 1. Кривые разброса импульсов ФЭУ при подпороговом излучении световых импульсов сцинтилляционных линий в кристалле NaI(Tl) от источника Co^{60} . 1 — свет в 2,5 раза слабее, чем для кривой 1; 2 — свет в 5 раз слабее, чем для кривой 1; 3 — свет в 2,5 раза слабее, чем для кривой 1; 4 — свет в 5 раз слабее, чем для кривой 1.

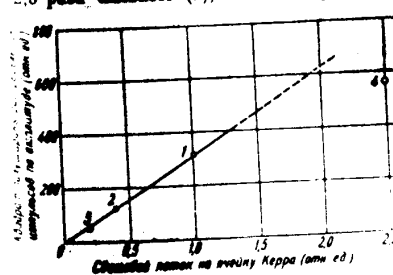


Рис. 2. Зависимость квадрата амплитуды импульсов ФЭУ от амплитуды импульсов при освещении ячейки Керра. Цифры соответствуют номерам кривых на рис. 1.

равномерным распределением потенциалов на формировании импульсов. На рис. 2 показана зависимость квадрата амплитуды импульсов от амплитуды светового потока на ячейку Керра (показаны амплитуды на шкале осциллографа) для четырех кривых, приведенных на рис. 1. Точка с абсциссой 2,5 не доходит до порога чувствительности детектирования ФЭУ, вызванных пространственными искажениями светового пучка. Амплитуды импульсов на выходе сцинтилляционного кристалла определяются статистическими флуктуациями в количестве фотоэлектронов, возникающих на первых эмиттерах, а также флуктуациями

С. М. Галкин, М. В. Пассоник и Н. Н. Пурков

... вторичной эмиссии. Следовательно, для повышения возможности сцинтилляционных спектрометров на фотоумножителях необходим фосфор с большим световым выходом и большим квантовым выходом, чем мы знаем сейчас. Дальнейшее усовершенствование электронной аппаратуры фотоумножители. Что касается последнего, то, как известно, в этой системе катод-диафрагма-диффузор...

... амплитудный разброс не менялся.

Институт физики Академии наук СССР

- 1. Башкиров А. М., Орлов Е. М., Борковский Л. В., Клеба В. С.
- 2. Борковский Л. В.
- 3. Клеба В. С.

АКАДЕМИИ НАУК СССР
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
1955

On the Question of the Measurement of Deformation of Nuclear Surfaces by
V. A. Sliv & L. K. Peker

Л. А. СЛИВ и Л. К. ПЕКЕР

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ДЕФОРМАЦИИ ЯДЕРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Как известно, ядерная модель оболочек описывает структуру и ядерных уровней. Однако движение отдельных нуклонов в ядре... деформируемости поверхности ядра... объяснение как малых, так и больших отклонений... ротационных уровней [1]. Анализ... тяжелых радиоактивных элементов системы уровней, энергии чётных у четно-четных ядер определяется простой формулой:

$$E = \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1), \quad (1)$$

где J — момент инерции вращающейся части ядра, а I — спин или угловой момент вращения.

Намеренное время жизни таких уровней оказалось меньше времени жизни других, одночастичных уровней, что также указывает на их особую природу. Момент инерции J согласно теории [1, 2] равен

$$J = 33^2 B, \quad (2)$$

$$B = \frac{3}{5} M A R_0^2, \quad (2')$$

где M — масса нуклона, A — атомный вес, R_0 — радиус эквивалентной по объему сферы, β — параметр деформации, определяемый в простейшем предположении о форме ядра как отклонение от сферичности по формуле:

$$R = R_0 [1 + \beta Y_{2,0}(\theta)], \quad (3)$$

где $Y_{2,0}(\theta)$ — нормированная шаровая функция. Внутренний квадрупольный момент ядра, определяемый от β и равен

$$Q_0 = \frac{3}{4\pi} Z R_0^2 \beta.$$

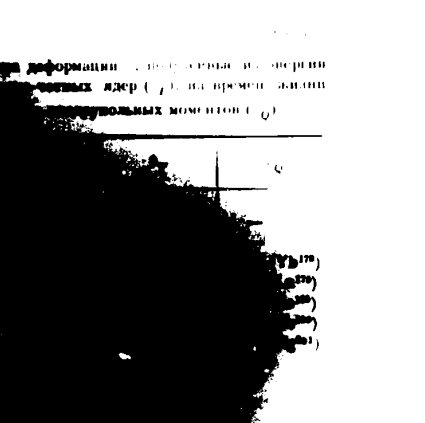
Спектроскопическое значение квадрупольного момента

$$Q_s = P Q_0,$$

1. Квадрат...
 2. ...
 3. ...
 4. ...
 5. ...
 6. ...
 7. ...
 8. ...
 9. ...
 10. ...
 11. ...
 12. ...
 13. ...
 14. ...
 15. ...
 16. ...
 17. ...
 18. ...
 19. ...
 20. ...
 21. ...
 22. ...
 23. ...
 24. ...
 25. ...
 26. ...
 27. ...
 28. ...
 29. ...
 30. ...
 31. ...
 32. ...
 33. ...
 34. ...
 35. ...
 36. ...
 37. ...
 38. ...
 39. ...
 40. ...
 41. ...
 42. ...
 43. ...
 44. ...
 45. ...
 46. ...
 47. ...
 48. ...
 49. ...
 50. ...
 51. ...
 52. ...
 53. ...
 54. ...
 55. ...
 56. ...
 57. ...
 58. ...
 59. ...
 60. ...
 61. ...
 62. ...
 63. ...
 64. ...
 65. ...
 66. ...
 67. ...
 68. ...
 69. ...
 70. ...
 71. ...
 72. ...
 73. ...
 74. ...
 75. ...
 76. ...
 77. ...
 78. ...
 79. ...
 80. ...
 81. ...
 82. ...
 83. ...
 84. ...
 85. ...
 86. ...
 87. ...
 88. ...
 89. ...
 90. ...
 91. ...
 92. ...
 93. ...
 94. ...
 95. ...
 96. ...
 97. ...
 98. ...
 99. ...
 100. ...

... (4)

... деформированного ядра и ...



Следует отметить, что ...

... (5)

Волновая функция деформированного ядра пишется как произведение функций

$$\Psi = \sqrt{\frac{2I+1}{\pi}} D_{K,0}^I(\theta) \sum_{l_1} f_{l_1} Y_{l_1}(\theta, \phi) \quad (6)$$

... волновая функция отдельных нуклонов ...

$$\dots$$

Безразличное состояние ...

... при условии ...

... данные в величине $H = \frac{1}{M} \dots$

... как видно из таблицы, $\beta = \frac{1}{2}$ и в среднем равно 0,1°.

... интеграл по нуклонным волновым функциям для двух рассмотренных β -переходов не одинаков.

... различие в значении интеграла ...

... возникает лишь потому, что существует взаимодействие между ...

... и движением отдельных нуклонов ...

... для перехода основного на возбужденное состояние четного ядра ...

... имеет небольшое приращение деформации ...

... Малое изменение поверхности приводит к малым изменениям состояний отдельных нуклонов и, следовательно, к малым изменениям интеграла по координатам многих нуклонов ...

... может уменьшиться в несколько раз.

... относительно деформации ядра ...

... к другому состоянию ...

замыслов. Потенциал взаимодействия между нуклонами вращается в виде квадратурных моментов.

Остается выяснить, почему справедливы уравнения (1) и (2), где применимо приближение сильной связи, и почему справедливы формулы (1), т. е. формулы для чисто ротационных уровней, что при переходе с основного на возбужденный уровень.

Таблица 1

Данные о β -переходах на уровни четво-четных ядер

Ядро и вылучен:	Тип перехода	$lg(f)$	β_{exp}
Разрешенные переходы			
Deut., p^2	+1-+0	4,7	0,39
	+1-+2	5,1	
	+1-+0	4,9	
	+1-+2	5,2	
He-3, p^2	+1-+0	4,8	0,08
	+1-+2	6,0	
	+1-+0	4,6	
	+1-+2	6,0	
He-4, p^2	+1-+0	6,0	0,04
	+1-+2	6,0	
Li-6, p^2	+1-+0	6,0	<0,5
	+1-+2	6,0	
Li-7, p^2	+1-+0	6,0	0,20
	+1-+2	6,0	
Be-8, p^2	+1-+0	6,0	0,03
	+1-+2	6,0	
B-10, p^2	+1-+0	6,0	0,03
	+1-+2	6,0	
B-11, p^2	+1-+0	6,0	0,03
	+1-+2	6,0	

где β — коэффициент поверхностного изгибания, β — коэффициент изгибания, β — коэффициент изгибания, β — коэффициент изгибания, β — коэффициент изгибания.

$$C = 4R_p^2 - \frac{8}{10\pi} \cdot \frac{R_p^2}{K_p}$$

где β — коэффициент поверхностного изгибания. Тогда по формуле (11.21) из [2] получим для E_d выражение

$$E_d = \left[\sqrt{\frac{E}{2\pi}} \sum_p \left| \frac{3Q_p^2 - j_p(j_p + 1)}{4j_p(j_p + 1)} \right| - C_p \right] \cdot \frac{1}{2} I(j_p)$$

где Q_p — проекция на ось симметрии ядра углового момента в квантах, а j_p — угловой момент одной частицы. Видно, что E_d также пропорционально $I(j_p + 1)$. Там же.

деформации ядра при вращении. В этом случае β будет

деформации ядра при вращении. В этом случае β будет $\beta = \frac{Q_0}{Q_0}$ (формула (11.21)). Следовательно, вероятность перехода из основного на возбужденный уровень по кулоновскому возбуждению ядра будет

уменьшаются расхождения в значениях β , определенных по этим данным. Если получаются значения β не будут превышать $\beta \leq 0,3$, то предположение о малости деформации ядра оправдано.

Следует отметить весьма желательным уточнение спектров вращательных движений ядер в области редких земель и актиноидов, а также уточнение наших сведений о деформации ядра при β -распадах.

Физический институт Академии наук СССР

Цитированная литература

1. Bohr A., Dan. Mat. Fys. Medd., 26, 14 (1952).
 2. Bohr A., Mottelson R., Dan. Mat. Fys. Medd., 27, 18 (1953).
 3. Ford R., Phys. Rev., 95, 1250 (1954).
 4. King R., Peaslee D., Phys. Rev., 94, 1284 (1954).

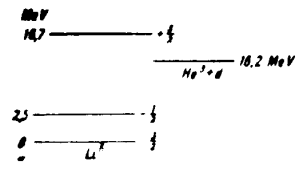
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР
 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ

СТРУКТУРА ПЕРВОГО ВОЗБУЖДЕННОГО УРОВНЯ He^4 И Li^6

В последние годы в литературе появились сообщения, что и в случае самых легких ядер, так как и в случае тяжелых, состояния нуклонов можно характеризовать, вводя понятие о матричных полных и орбитальных моментах (оболочочная модель), считая, что каждому состоянию ядра с не очень большой массой можно присписать определенную конфигурацию. Так, конфигурация основного состояния He^4 — соответственно $(1s)^4$ и $(1s)^2 1p_{1/2}^2$. Относительно ядер Li^6 и He^6 известно, что их основные состояния $(-1/2)$ имеют конфигурацию $(1s)^4 1p_{1/2}$, а первые возбужденные $(-1/2)$ — конфигурацию $(1s)^2 1p_{1/2}^2$. Такая интерпретация первых возбужденных уровней Li^6 (мы будем говорить только о Li^6 , помня, что Li^6 и He^6 — зеркальные ядра в подобной системе уровней) полностью согласуется с данными независимых опытных данных, относящихся к более тяжелым ядрам.

Покажем, каким образом следует интерпретировать с этой точки зрения возбужденный уровень Li^6 с энергией возбуждения 16,7 MeV.

Этот уровень проявляется в двух реакциях:
 1) $He^4 + d \rightarrow He^6 + p$ [1]. При этом зависимость сечения этой реакции от энергии имеет резонанс при энергии налетающих дейтронов $E_d = 420$ keV. Ширина резонансной кривой оказалась неожиданно малой для такой большой энергии возбуждения и легкого легкого ядра — всего около 400 keV. При этом следует еще учесть, что большая часть ширины (приблизительно 300 из 400 keV) связана с кулоновским отталкиванием трех протонов в Li^6 . Это видно из того, что ширина подобного уровня



в He^6 с энергией возбуждения только два протона, меньше чем ~ 100 keV (помним, что энергия основного и первого возбужденного уровней He^4 и Li^6 порядка 1 MeV). Спин $1/2$ и четность (-) проявляющегося в этой реакции уровня Li^6 установлены из угловых распределений продуктов реакции, и значения абсолютной величины сечения и из того, что в реакции участвуют лишь дейтроны с $l=0$ (дейтроны с $l=1$ имеют

таких же энергий, как и дейтроны, в реакции участвовать не могут из-за большого момента импульса). При бомбардировке He^4 дейтронами было обнаружено, что выход быстрых жестких γ -квантов, и кривая выхода γ -квантов минимум при энергии налетающих дейтронов $E_d = 0$, что свидетельствует о наличии границы спектра γ -квантов при этой энергии оказалась равной $16,7 \pm 0,3$ MeV.

Из этих данных следует, что наличие жестких γ -квантов нужно приписать реакции $He^4 + d \rightarrow Li^6 + \gamma$, в которой возбужденное состояние Li^6 с энергией 16,7 MeV переходит в основное состояние с выбросом γ -кванта.

Совокупность приведенных выше данных не позволяет однозначно утверждать, что возбужденное состояние Li^6 с энергией возбуждения 16,7 MeV действительно, наличие γ -перехода между этим и основным состоянием Li^6 в основном состоянии указывает на то, что конфигурации этих состояний различаются не более чем переходом одного нуклона в другое ядро. Это следует из того, что оператор электромагнитных переходов имеет вид: $F_1 = \sum_i \tau_i$, где τ_i — оператор, действующий только на

ординаты i -го нуклона, и суммирование ведется по всем нуклонам ядра. Нетрудно показать, что матричные элементы такого оператора не равны нулю лишь для переходов, при которых меняется состояние не более одного нуклона. Отсюда непосредственно следует, что, поскольку конфигурация основного состояния есть $(1s)^4 1p_{1/2}$, конфигурация этого возбужденного состояния может быть либо $(1s)^3 n_1$, что соответствует переходу внешнего нуклона из состояния $1p_{1/2}$ в какое-то более высокое состояние n_1 , либо $(1s)^2 1p_{1/2}^2$, что соответствует переходу внутреннего нуклона из состояния $1s$ в состояние $1p_{1/2}$. Первая возможность, т. е. конфигурация $(1s)^3 n_1$, исключается, так как в этом случае невозможно объяснить наличие γ -перехода между $He^4 + d \rightarrow He^6$ и Li^6 по отношению к резонансу $He^4 + d \rightarrow He^6$, т. е. конфигурация $(1s)^2 1p_{1/2}^2$ наиболее естественно объясняет наличие γ -перехода, что нуклон с оболочкой $1p_{1/2}, n_1$. Наиболее естественно объяснить наличие остальных состояний возбуждается в состоянии $1p_{1/2}$, следовательно, остальные состояния имеют большую энергию. Поэтому возбужденному уровню с $E = 16,7$ MeV следует приписать конфигурацию $(1s)^2 (1p_{1/2})^2$, что позволяет объяснить как и четность этого уровня, а также, как указывалось выше, и малую ширину этого уровня.

Заслуживает внимания следующее необычное обстоятельство. Уровень Li^6 с $E = 16,7$ MeV имеет спин $1/2$ и четность (-). Дело в том, что оба состояния He^6 , конфигурации которого $(1s)^4 1p_{1/2}$. Дело в том, что оба состояния возникают в результате перехода одного нуклона из замкнутого состояния $1p_{1/2}$ и, следовательно, энергию возбуждения внешнего нуклона $(1s)^4$ можно определить двумя независимыми методами: из данных о первом возбужденном уровне He^4 и из данных о первом возбужденном состоянии Li^6 . Из данных об энергии первого возбужденного состояния He^4 энергии возбуждения He^6 с конфигурацией $(1s)^3 n_1$ равной ~ 22 MeV. Аналогичная оценка энергии возбуждения Li^6 с $E = 16,7$ MeV.

Действительно, разность энергий первого возбужденного состояния Li^6 и He^6 приблизительно равна разности энергий основного и первого возбужденного состояния He^4 минус энергия связи двух нуклонов в состоянии $1p_{1/2}$, что можно объяснить взаимодействием между нуклонами в состоянии $1p_{1/2}$ и $1p_{1/2}$ в состоянии $1p_{1/2}$, так как это взаимодействие сравнительно слабо, следовательно, разность энергий $(He^6 + p)$ и He^6 , а также He^6 и Li^6 на $1p_{1/2}$ равна разности энергий $(He^4 + p)$ и He^4 , а также He^4 и Li^6 на $1p_{1/2}$ (т. е. ~ 2 MeV). Энергию связи двух нуклонов в состоянии $1p_{1/2}$ можно оценить в $\sim 4,7$ MeV (по разности масс $(He^4 + d)$ и Li^6).

188

откуда и получается, что (12) приближенные равенства (14).

Такое близкое совпадение энергии β -распада и энергии связи ядра Li^3 свидетельствует о правильности наших предположений о состоянии Li^3 с энергией возбуждения 18,7 МэВ.

Считаю своим приятным долгом выразить благодарность родному за постоянный интерес к работе и помощь Н. А. Власову, сделавшему ряд важных замечаний.

Цитированная литература

1. Yarnell J., Lowberg H., Stratton W., Phys. Rev., 80, 205 (1955).
2. Hintz N., Brail J., Van Peter D., Phys. Rev., 83, 824 (1952).
3. Баян А., Смородинский Н., ЖЭФФ, 27, 9, 382 (1954).

189

В. А. Баян

ОБЪЯСНЕНИЕ С ПРОМЕЖУТОЧНОЙ СВЯЗЬЮ β -РАСПАДА He^6

В работе [1] в связи с опытом лучно всего согласуется оболочечная модель ядра с промежуточной связью. Согласно этой модели ядра находятся в состояниях с определенным орбитальным моментом и характер связи моментов отдельных нуклонов. Ядро является промежуточным между предельными LS -связью и jj -связью. Эта модель оказалась очень удобной для описания свойств легких ядер, как порядок возбужденных состояний, разности энергий между ними, магнитные моменты и др. В работе оболочечная модель с промежуточной связью применена для объяснения спектров элементов β -распада $He^6 \rightarrow Li^3$ в предположении о наличии jj -связей в оболочечных матричных элементах и морфологии спектров. Для более точного описания спектров ядра He^6 и для проверки существования промежуточной связи в ядрах He^6 и Li^3 проведены расчеты. Можно показать, что учет промежуточной связи приводит к следующим результатам.

Согласно [1] для соответствия Li^3 и He^6 необходимо, чтобы ядро He^6 имело jj -связь и ядро Li^3 имело LS -связь. При этом матричные элементы β -распада He^6 должны быть равны нулю, и требуется вычислять только матричные элементы β -распада He^6 . Для вычисления необходимо знать угловые волновые функции He^6 и Li^3 . Для построения волновых функций ядра He^6 используются обычные методы атомной спектроскопии.

Согласно [1] волновая функция ядра He^6 имеет конфигурацию $(1s)^2(1p)^2$, а волновые функции ядра Li^3 имеют конфигурацию $(1s)^2(1p)$ и определяются суперпозицией волновых функций с разными орбитальными моментами и спинами:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{He^6} &= a\psi(^1S_0) + \beta\psi(^3P_0), \\ \psi_{Li^3} &= a'\psi(^2S_{1/2}) + b'\psi(^2P_{1/2}) + c'\psi(^2D_{3/2}). \end{aligned} \right\} (1)$$

Здесь ψ_{He^6} — волновая функция состояния 1S_0 . Коэффициенты a, β, a', b', c' зависят от параметра u , который характеризует характер связи. При $u = \infty$ — jj -связь, а при $u = 0$ — LS -связь. Параметр u (промежуточная связь) и определяется взаимодействием jj -связи и LS -связи. Здесь D — радиальная волновая функция, P — коэффициент при P_1 в разложении функции Y_{10} по волнам Лежандра.

$$V(r_1 - r_2) = \sum_{\lambda, \mu} P_{\lambda}(\cos \omega) V_{\lambda}$$

Вспомогательные функции типа теоремы о зарядовой инвариантности Дирака [1] для He^4 и для Li^6 . Ее можно определить из условия равенства нулю значения магнитного момента $M_{\text{теор}} = 0,82$ н.э.м. в предположении, которое зависит от u и равно

$$Q = -e^2(0,85c^2 - 0,50u^2 + 0,31c^2).$$

Из значения u , получаем, что $M_{\text{теор}} = M_{\text{эксп}}$ для Li^6 при значении магнитного момента Li^6 приводят

к следующему интерпретирующему нас матричный элемент $\langle 1s^2 | \hat{Q} | 1s^2 \rangle$ в возбужденном состоянии квадрата модуля Q следующей формула:

$$|Q|^2 = \frac{4b^2}{V^2} \frac{1}{1 - \beta^2}$$

В случае Li^6 $\beta = 1/3$, $V = 1/3$ и $Q = 0,0407 \cdot e \text{ см}^2$ и это выражение равно 6. В случае He^4 $\beta = 1/2$, $V = 1/2$, $Q = 0,0407 \cdot e \text{ см}^2$, $a = 0,611$, $b = 0,745$, $\alpha = \sqrt{2/3}$, $\beta = \sqrt{1/3}$ и $Q = 0,0407 \cdot e \text{ см}^2$ и $Q = 3,34$. При $u = 1,5$, которое следует из данных [2] о магнитном моменте Li^6 , $|\langle \hat{Q} \rangle|^2 = 5,25$. Это значение квадрата модуля матричного элемента согласуется с последними данными о величинах $|Q|$ для β -распада He^4 [1, 2]. Именно из этих данных следует, что при имеющемся сейчас значении $\mu = 815 \pm 70$ для He^4 [3] величина $|\langle \hat{Q} \rangle|^2$ не может быть больше чем $5,25$.

Заметим тут же, что ограничение $|\langle \hat{Q} \rangle|^2 \leq 5,25$ является решающим доводом против предлагаемой ранее для Li^6 конфигурации $(1s)^2(2s)^2$ в случае которой $|\langle \hat{Q} \rangle|^2 = 6$.

Нами был также вычислен квадрупольный момент Li^6 . Для него получалась следующая формула:

$$Q = -e^2(0,85c^2 - 0,50u^2 + 0,31c^2) \frac{4}{15}$$

где \bar{r}^2 — средний квадрат радиуса орбиты протона, находящегося в p -состоянии, а c — заряд протона. При $u = 1,5$ для квадрупольного момента получается значение $Q = 0,0407 \cdot e \text{ см}^2$, что противоречит экспериментальной оценке $|Q| < 0,0008 \cdot e \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$.

Наши выводы можно резюмировать следующим образом: данные о β -распаде He^4 и о магнитном и квадрупольном моментах Li^6 могут быть объяснены в рамках оболочечной модели с промежуточной связью. В пользу этой модели свидетельствует также совпадение величин $u = 1,5$ с величиной u , вытекающей из данных о разности энергий между нижними состояниями Li^6 [4].

Пользуясь данными [1] и [2] И. А. Смородинского, предложившего эту модель, мы предлагаем следующие замечания.

Цитированная литература

1. И. А. Смородинский, *Изв. АН СССР* (1952).

2. И. А. Смородинский, *Изв. АН СССР* (1952).

3. R. M. Mariani, V. L. Fofanofsky I., *Phys. Rev.*, 87, 1140 (1952).

4. И. А. Смородинский, *Изв. АН СССР* (1952).

Д. А. МАКСИМОВ и Я. А. СМОРОДИНСКИЙ
К ТЕОРИИ ДВОЙНОГО β -РАСПАДА
§ 1. Введение

Изучение двойного β -распада может привести к выяснению природы нейтрино и антинейтрино. Недавно двойной β -распад обнаружен у ядра Ca^{48} Маккарти [1]. Анализ результатов изучения двойного β -распада у различных ядер и распада Ca^{48} были сделаны в статье Я. Зельдовича, С. Тулунова и Я. Смородинского [2]. В этой статье было указано, что особая особенность двойного β -распада Ca^{48} , так как из всех изотопов Ca только Ca^{48} распадается двойным β -распадом, для которых двойной β -распад является единственным каналом распада. Ядро Ca^{48} обладает максимальной энергией распада (4,3 МэВ) и является самым тяжелым ядром, которое распадается по восемь нуклонов в состоянии $1s^2$ сверхзаполненной оболочки Ca^{48} . Поэтому ядерный матричный элемент для распада Ca^{48} может быть большим по сравнению с распадом более тяжелых ядер. Из этого случая можно вычислить матричный элемент перехода двух нуклонов по схеме оболочек. Этому и посвящена настоящая работа. Влияние взаимодействия с другими нуклонами (сердцевинной) можно учесть, вводя некоторый поправочный фактор, как будет выяснено ниже в § 7.

Вероятность безнейтринного двойного β -распада сильно зависит от энергии перехода, в связи с чем представляется интересным рассмотреть переходы на основании теории оболочек. В настоящей работе рассматриваются только переходы $1s^2 \rightarrow 1s^2$.

Итак, наша задача — вычислить матричные элементы для спаривания двух нуклонов вычисленные на основе модели независимых оболочек.

$$\langle 1s^2 | \hat{Q} | 1s^2 \rangle = \dots$$

для тензорной связи

$$\langle 1s^2 | \hat{Q} | 1s^2 \rangle = \dots$$

Здесь \hat{Q} — оператор перехода от нейтрона в протон, \hat{Q}_i — оператор спаривания двух нуклонов, I и F — начальное (Ca^{48}) и конечное (Ti^{48}) состояния ядра. Оба состояния обладают одинаковым внутренним ядром Ca^{46} , которое в переходе не участвует и может быть включено на рассмотрение. Поэтому начальное состояние I и конечное состояние F можно описать индивидуальными моментами $j = 1/2$ и $J = 0$. Начальное состояние описывает оболочку $1s^2$ замкнутую относительно начального ядра. Конечное состояние описывает оболочку $1s^2$ замкнутую относительно начального ядра. Полный момент начального ядра, конечно, $I = 0$, $T = 0$. Полный момент начального ядра, конечно, $I = 0$, $T = 0$.

* Важность изучения Ca^{48} была отмечена в [1].

...иногда \$J\$ поэтому равен нулю. На неза-
 ... два протона и шесть нейтронов,
 ... \$I_z = 2\$
 ... состояний \$L\$ эквивалент-
 ... \$I_z = 2\$ существуют всего

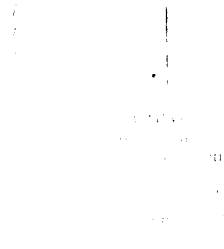


Рис. 1. Состояние \$L=0\$ для \$I_z=2\$

В теории оболочек мо-
 нов. Состояние \$i\$-го нуклона
 момента \$m\$ мы будем описывать по-
 нром ранга \$7 \varphi_m(i)\$ и изотопиче-
 нуклон находится в зарядовом состоя-
 нуклон есть протон. При построении
 использовать функции вида:

$$\chi(12) = \chi_{-1}(1) \chi_{-1}(2) \chi_1(3)$$

\$\chi(12)\$ соответствует состоянию, в котором \$L=0\$
 Полная волновая функция строится из
 функций обычным образом. Так, сразу мож-
 новую функцию, которая описывает оболочку

$$\Psi(J=0, T=4, T_z=4) = \Phi_0 \cdot A_1^2$$

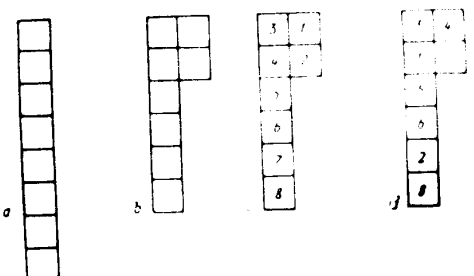
где
 $\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{8!}} \sum_{\pm 1} \dots$

- полностью антисимметричны;
- изотопическая фун-
 Так же про-
 шести ней-
 ими так

и пространственно-спиновая функция совпадает с начальной \$\Phi_0\$. Поэтому

$$\Psi_F(J=0, T=4, T_z=4) = \Phi_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{8!}} \sum_{i,k} \chi(i,k)$$

ной функции, как легко видеть, соответствует схема Юнга (рисунк. 1).
 Числовой функции состояния \$T=2, I_z=2\$ двойного \$\beta\$-распада
 схема Юнга (рисунк. 2).



функция \$\Phi_0(12)\$, соответствующая компактной схеме Юнга (рисунк.
 может быть построена из некоторой исходной функции \$\Phi\$ путем
 симметрии ее по нуклонам (13) и (24) с помощью антисимметри-
 зации по группам (12) и (345678). В общем случае метод
 построения способом, описанным в [4] и [5678]. Нам интересуют состояния

Получим из \$\Phi\$ новую функцию по указанной схеме
 как функцию не ну-
 Исходя из того, что однозначность состояний
 \$J=0, T=4\$ для двойного \$\beta\$-распада состояния \$L=0\$ выводится из
 условия, что функция не входит в невозможную функцию состояния \$L=0\$
 антисимметричной и скалярной комбинации

$$\chi(12) = \chi_{-1}(1) \chi_{-1}(2) \chi_1(3)$$

...иногда \$J\$ поэтому равен нулю. На неза-
 ... два протона и шесть нейтронов,
 ... \$I_z = 2\$
 ... состояний \$L\$ эквивалент-
 ... \$I_z = 2\$ существуют всего

прямые свой и им-
 Из этой функции ...
 наибольших вычислений \$L=0\$

$$\Psi_F(12) = N_F A_1^2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Здесь в явном виде произведена антисимметризация по нуклонам (13) и (24); \$A_1\$ — антисимметризация по нуклонам (12) и (345678).

$\frac{6!}{2!4!} = 15$ членам N_6 — нормировка. Пользуясь тем, что стоят функции четырех нуклонов, соответствующие значениям $T = 0$ и $T = 2$.

$$\varphi_{T=0}(12|34) = 2 \left[\frac{1}{2} \left[\frac{3}{4} \right] + \left[\frac{1}{3} \right] \left[\frac{2}{4} \right] - \left[\frac{1}{4} \right] \left[\frac{2}{3} \right] \right] \quad (12)$$

Функция $\varphi_{T=0}(12|34)$ разделяет группы, внутри которых нет перестановки.

$$\varphi_{T=2}(12|34) = \left[\frac{5}{3} \right] \left[\frac{6}{8} \right] + \left[\frac{5}{8} \right] \left[\frac{6}{7} \right]. \quad (13)$$

Для построения функции $\Phi_F(ik)$ можно построить полностью антисимметричную функцию $\Phi_F(ik)$ для ядра $J = 0, T = 2, T_z = 2$,

$$\Phi_F(ik) = \frac{1}{128} \sum_{k=1}^6 \chi(ik) \Phi_F(ik) = \frac{1}{128} (\chi(12)\Phi_F(12) + \chi(13)\Phi_F(13) + \chi(14)\Phi_F(14) + \chi(23)\Phi_F(23) + \chi(24)\Phi_F(24) + \chi(34)\Phi_F(34) + \dots), \quad (14)$$

где $\Phi_F(ik)$ получается из $\Phi_F(12)$ простым изменением нумерации. Например, функция $\Phi_F(47)$ соответствует схеме Юнга (рисунки, д).

Набору квантовых чисел $J = 0, T_z = 2, s = 0$ соответствуют лишь два состояния из (3) — I и II. Первое состояние описывается функцией (8). Функция (14) ортогональна к (8), что можно проверить непосредственно, вычисляя скалярное произведение функций, но это ясно уже из того, что (8) и (14) принадлежат к различным схемам Юнга. Следовательно, функция (14) действительно представляет состояние $T = 2$.

Две функции, соответствующие $J = 2, s = 4$, имеют вид (14), но более сложными $\Phi_F(ik)$. Задание функции можно свести к задаче четырех частей, представив ее в виде (11), но теперь функции в первой скобке не будут иметь особого смысла $[[1][1]] = [1] \times [1]$, который имелся в случае $s = 0$. Функции с $s = 4$ строить не будем. Укажем лишь, что, строя функции для двух частей методом [4], можно непосредственно убедиться, что функции (8) действительно исчерпывают все возможные варианты функций в N_6 .

3.5. Задача нормировки

Чтобы функцией (14) можно было пользоваться, нужно еще вычислить нормировку N_6 . Это вычисление не тривиально, поскольку в $\Phi_F(12)$ имеются члены, например,

$$\varphi_{T=0}(1)\varphi_{T=0}(2)\varphi_{T=0}(3)\varphi_{T=0}(4)\varphi_{T=0}(5)\varphi_{T=0}(6)\varphi_{T=0}(7)\varphi_{T=0}(8),$$

которые, ввиду \hat{A}_4 , по три раза, другие вообще взаимно уничтожаются.

Произведем явную антисимметризацию \hat{A}_4 по (345678). Для этого удобно записать (11) в виде

$$\Phi_F(12) = N_6 \hat{A}_4 \varphi_{T=0}(12|34) \varphi_{T=0}(5678). \quad (15)$$

Вертикальными чертами разделены группы, внутри которых уже произведена явная антисимметризация.

$$\begin{aligned} & \varphi_{T=0}(12|34) \varphi_{T=0}(5678) \quad 1 \text{ член} \\ & \varphi_{T=0}(12|35) \varphi_{T=0}(4678) \quad 4 \text{ члена} \\ & \varphi_{T=0}(12|36) \varphi_{T=0}(5478) \quad 4 \text{ члена} \\ & \varphi_{T=0}(12|54) \varphi_{T=0}(3678) \quad 4 \text{ члена} \\ & \varphi_{T=0}(12|56) \varphi_{T=0}(3478) \quad 4 \text{ члена} \\ & \varphi_{T=0}(12|57) \varphi_{T=0}(3648) \quad 4 \text{ члена} \end{aligned}$$

для большей наглядности подчеркнуты члены, которые при произведении переставлены или (вид B):

$$\Phi_F(12) = -N_6 \{ \varphi_{T=0}(12|34) \varphi_{T=0}(5678) - \varphi_{T=0}(12|35) \varphi_{T=0}(4678) + \varphi_{T=0}(12|36) \varphi_{T=0}(5478) \} \quad (16)$$

Получаем следующие равенства:

$$\begin{aligned} \Phi(12), \Phi(12) &= N_6 \{ \varphi_{T=0}(12|34) \varphi_{T=0}(5678), \Phi_F(12, \text{вид A}) \} - \\ &= N_6 \{ \varphi_{T=0}(12|35) \varphi_{T=0}(4678), \Phi_F(12, \text{вид B}) \} + \\ &= 15 N_6 \{ \varphi_{T=0}(12|34) \varphi_{T=0}(5678), \Phi_F(12, \text{вид A}) \}. \end{aligned}$$

Как обычно, Φ_1, Φ_2 означает скалярное произведение.

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \varphi_{T=0}^2 &= (\varphi_{T=0}(12|34), \varphi_{T=0}(12|34)) \\ \varphi_{T=0}^2 &= (\varphi_{T=0}(5678), \varphi_{T=0}(5678)) \\ p &= (\varphi_{T=0}(12|34) \varphi_{T=0}(5678), \varphi_{T=0}(12|35) \varphi_{T=0}(4678)) \\ q &= (\varphi_{T=0}(12|34) \varphi_{T=0}(5678), \varphi_{T=0}(12|56) \varphi_{T=0}(3478)). \end{aligned} \quad (18)$$

Ввиду того, что

$$(\varphi_{T=0}(12|34) \varphi_{T=0}(5678), \varphi_{T=0}(12|35) \varphi_{T=0}(4678)) = 16q$$

и т. п., получим

$$(\Phi_F(12), \Phi_F(12)) = 15 N_6^2 (\varphi_{T=0}^2 + \varphi_{T=0}^2 + 16q)$$

Вычисления $\varphi_{T=0}^2, \varphi_{T=0}^2, p$ и q значительно облегчаются тем, что в $\varphi_{T=0}(12|34) \varphi_{T=0}(5678)$ существенны лишь члены, не содержащие одинаковых индивидуальных моментов внутри каждой группы нуклонов.

В дальнейшем нами используются формулы:

$$\left(\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \dots \dots \right) = 8 \left(\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \dots \dots \right)$$

если есть одинаковая пара, и

$$\left(\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \dots \dots \right) = +8, \tag{22}$$

если нет одинаковых пар. Знак определяется четностью суммы $n + \sum m_i + \sum m_i'$, что будет ясно при конкретных вычислениях (n — число скалярных пар).

Докажем (22) на частном примере $n = 2$. Найдем скалярное произведение для функций:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \sum (-1)^{m_1+m_2+m_1'+m_2'} \varphi_{m_1}(1) \varphi_{-m_1}(2) \varphi_{m_2}(3) \varphi_{-m_2}(4)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \sum (-1)^{m_1+m_2+m_1'+m_2'} \varphi_{m_1}(1) \varphi_{-m_1}(4) \varphi_{m_2}(2) \varphi_{-m_2}(3)$$

Помня, что

$$(\varphi_m(0), \varphi_{-m}(0)) = \delta_{m,0}, \tag{23}$$

получаем

$$\begin{aligned} &\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}\right) \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right) = \\ &= \sum_{m_1, m_2, m_1', m_2'} (-1)^{m_1+m_2+m_1'+m_2'} = \sum (-1)^{2m_1+2m_2} = -8 \end{aligned} \tag{24}$$

Ниже мы будем это записывать коротко:

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right) = -8 \quad (2m_1 + 2m_2 \text{ нечет})$$

Над скалярным произведением выписана сумма ($n = \sum m_i + \sum m_i'$ — четном (23)).

Легко вычисляются

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}\right) = +8$$

Вычисляя, легко видеть, что

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}\right) = 0$$

и т.д.

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right) = 8 \cdot 8 \quad (2m \text{ — чет.})$$

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}\right) = 8 \cdot 8 \quad (3+2m \text{ — чет.})$$

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}\right) = -8 \cdot 8 \quad (3 \text{ — нечет.})$$

Легко видеть, что в других комбинациях вычислениям (24).

... .., что от формы обозна-
... .., получим величину

$$(2 \cdot 8^2 + 8^2) \cdot 3 + (2 \cdot 8^2 + 8^2) \cdot 3 = 3 \cdot 7 \cdot 2^2.$$

Третьи скалярные произведения скалярных функции $\varphi_{T=0}$ (12|34). Множители $\varphi_{T=0}$ — это функции типа $\varphi_{T=0}$; существенны члены, содержащие одинаковые пары $\begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ или $\begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}$, например $\left(\dots \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} \dots\right)$.

Тогда, используя φ .

$$\begin{aligned} \varphi &= \left(2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right) \left(\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}\right) - \\ &= \left(2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right) \left(\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}\right) - \\ &= \left(2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right) \left(\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}\right) - \\ &= \left(2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right) \left(\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}\right) - \\ &= \left(2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right) \left(\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}\right) - \\ &= \left(2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right) \left(\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}\right) - \\ &= \left(2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right) \left(\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}\right) - \end{aligned}$$

... .., так как содержат одинаковые функции внутри группы нуклонов (5678). При вычислении существенны члены вида

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}\right) = -8^4; \quad \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}\right) = +8^4;$$

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}\right) = -8^4;$$

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}\right) = +8^4;$$

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}\right) = -8^4.$$

Итого получаем

$$q = 2 \cdot (2 \cdot 8^4 + 8^4 + 8^4) + (2 \cdot 8^4 + 8^4 + 8^4) + (2 \cdot 8^4 + 8^4 + 8^4) = 27 \cdot 8^4.$$

ставляя найденные величины в (20), найдем нормированную функцию (12) на единицу:

$$A_2^2 = \frac{1}{\sqrt{27}} \left(\dots \right)$$

§ 4. Вычисление матричного элемента

... .. очень легко вычислить матричный элемент $\langle \Phi_0 | \sum_{i < j} \sigma_i^z \sigma_j^z | \Phi_0 \rangle$. Оператор $\sum_{i < j} \sigma_i^z \sigma_j^z$ не действует на пространственные функции, отличен от нуля лишь переход $T = 4 \rightarrow T = 3$. Используя функции (5) и (8), сразу получаем

$$\begin{aligned} \langle \Phi_0 | \sum_{i < j} \sigma_i^z \sigma_j^z | \Phi_0 \rangle &= \langle J = 0, T = 4, T_z = 2 | \sum_{i < j} \sigma_i^z \sigma_j^z | J = 0, T = 4, T_z = 2 \rangle \\ &= \langle \Phi_0, \Phi_0 | \sum_{i < j} \sigma_i^z \sigma_j^z | \Phi_0 \rangle = 2\sqrt{28}. \end{aligned}$$

§ 5. Вычисление матричных элементов $\{ \sigma \}$

Оператор $L = \sum_{i,k} \sigma_i^+ \sigma_k^-$ входит одночастичные операторы

$$\sigma_i^+ = \sigma_i^+(k) + \frac{1}{2} \sigma_i^+(i) \sigma_i^+(k) + \frac{1}{2} \sigma_i^-(i) \sigma_i^-(k), \quad (27)$$

$$\sigma_i^- = \sigma_i^-(k) + \frac{1}{2} \sigma_i^-(i) \sigma_i^-(k) + \frac{1}{2} \sigma_i^+(i) \sigma_i^+(k),$$

где матрицы обозначены f_{ij} , т. е. полные моменты f_{ij} до и после перехода

$$\begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$f(m) = \sqrt{(j-m+1)(j+m)} \cdot \begin{cases} 1 & m \neq \pm j \\ 0 & m = \pm j \end{cases} \quad (29)$$

Ниже будут использованы равенства:

$$\begin{cases} \sum m^2 = 42; \quad \sum m^4 = 1/6 \cdot 777; \\ \sum_{m_1, m_2} m_1 m_2 = -42; \quad \sum_{m_1, m_2} m_1^2 m_2 = 0; \quad \sum_{m_1, m_2} m_1^2 m_2^2 = 1/2 \cdot 2751; \\ f(-m) = f(m+1); \quad \sum f^2(m) = 84; \\ \sum f^2(m+1) f^2(m) = 1608; \quad \sum m(m-1) f^2(m) = 241 \end{cases} \quad (30)$$

Матричные элементы от оператора L удобно записывать как скалярное произведение

$$\{ \sigma \} \sigma = \langle P | L | J \rangle = \langle \Psi_f, T | \Psi_i \rangle \quad (31)$$

Вычисляя этот матричный элемент для перехода

$$J = 0, \quad T = 4 \rightarrow J = 0, \quad T = 2, \quad s = 0,$$

Результат действия операторов σ_i^+ равен

$$\langle \Psi_f (T = 2, s = 0) | L | \Psi_i \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \Phi_f(12), \sigma_i^+ \Phi_0 \rangle. \quad (32)$$

Оператор σ_i^+ действует на индивидуальные функции первого и второго нуклонов. Поэтому при вычислении матричных элементов для краткости мы будем явно выписывать лишь ту часть функций Φ_0 и $\Phi_f(12)$, которая содержит 1-й и 2-й нуклоны. При этом нужно помнить, что Φ_0 полностью антисимметрична и не содержит членов с одинаковыми проекциями моментов у двух нуклонов. Иско, что при такой сокращенной записи равенства должны пониматься в условном смысле. Если раз

$$\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

Начисленные элементы приводятся в виде

$$\Phi_f = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

где суммирование производится по существенно различным функциям, не равным друг другу с точностью до знака. Тогда вычисление матричного элемента от σ_i^+ сводится к нахождению следующего

$$\begin{aligned} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \sigma_i^+(1) \sigma_i^+(2) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right) &= \left(\frac{1}{\sqrt{7}} \right)^2 \sum_{m_1, m_2} m_1 m_2 \\ \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \sigma_i^+(1) \sigma_i^+(2) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right) &= \sum_{m_1, m_2} m_1 m_2 \end{aligned}$$

ида

$$\langle \Phi_f(12), \sigma_i^+(1) \sigma_i^+(2) \Phi_0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(2 \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 15 \right) \quad (34)$$

где $N_0 = \frac{1}{\sqrt{6}}$ — нормировки, 2 — коэффициент при $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$, 6 — число пов на $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ при данном $\sigma_i^+(1) \sigma_i^+(2)$ из $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, 4! — число членов в антисимметричной функции от (5678), 15 — множитель из-за λ_0 . Вычисление матричного элемента от σ_i^+ проведем несколькими способами:

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \sigma_i^+(1) \sigma_i^+(2) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right) = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} (-1)^{m_1+m_2} \varphi_{m_1}(1) \varphi_{-m_2}(2) \right)$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{7}} \right)^2 \sum (-1)^{m_1+m_2+1/2} f(m_1+1) f(-m_2) \varphi_{m_1+1}(1) \varphi_{-m_2}(2) =$$

$$\frac{1}{7} \sum_{m_1, m_2} (-1)^{m_1+m_2+1} f(m_1+1) f(-m_2) = -\left(\frac{1}{7} \right)^2 \sum f^2(m) = -\frac{84}{49} \quad (35)$$

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \sigma_i^+(1) \sigma_i^+(2) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right) =$$

$$\left(\frac{1}{7} \right)^2 \sum_{|m_1| \neq |m_2|} (-1)^{m_1+m_2+1} f(m_1+1) f(m_2) \varphi_{m_1+1}(1) \varphi_{-m_2}(2) \varphi_{-m_1}(3) \varphi_{-m_2}(4) \quad (36)$$

Опять равенство написано с учетом того, что функция $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ антисимметрична как часть Φ_0 , присутствующая лишь в членах, не исчезающих при антисимметризации по (1234).

Иско, что

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \sigma_i^+ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right) =$$

в отличие от нуля член вида

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \sigma_i^+ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right) =$$

$$\left(\frac{1}{7} \right)^2 \sum_{|m_1| \neq |m_2|} (-1)^{m_1+m_2+1+(m_1+1)+1} f(m_1+1) f(m_2) \quad (38)$$

Собирая подобные члены, получим:

$$\langle \Phi_s | (12), \sigma_+(1)\sigma_-(2) | \Phi_0 \rangle = \frac{N_s}{\sqrt{8!}} \left(2 \left(-\frac{84}{49} \right) \delta + \left(\frac{84}{49} \right) \right)$$

Здесь нужно иметь в виду, что в Φ_s (12) члены вида $\sigma_+(1)\sigma_-(2)$ имеют четности перестановки. Окончательно

$$\langle \Phi_s | (12), \sigma_+(1)\sigma_-(2) | \Phi_0 \rangle = -\frac{N_s}{\sqrt{8!}} \cdot \frac{84}{49} \cdot 10 \cdot 41 \cdot 15 \quad (40)$$

Важно отметить, что

$$\langle \Phi_s | (12), \sigma_-(1)\sigma_+(2) | \Phi_0 \rangle = \langle \Phi_s | (12), \sigma_+(1)\sigma_-(2) | \Phi_0 \rangle \quad (41)$$

Отношение матричных элементов (41) и (40) равно:

$$\frac{\langle \Phi_s | (12), \sigma_-(1)\sigma_+(2) | \Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_s | (12), \sigma_+(1)\sigma_-(2) | \Phi_0 \rangle} = \frac{3}{37} \quad (42)$$

Теперь можно написать полный матричный элемент:

$$M_s \equiv \langle \Psi_s (T=2, s=0), \sum_{k=1}^4 \sigma_k^+ \sigma_k^- (\bar{\sigma}_k \bar{\sigma}_k) | \Psi_0 \rangle = -\frac{N_s \sqrt{8!} \cdot 48}{7 \sqrt{7}} \quad (43)$$

$$M_s^2 = \frac{28 \cdot 22}{49 \cdot 21} = 0,18 \quad (44)$$

Соответственно для переходов $\Psi_s (T=4)$ вычисляются:

$$\langle \Phi_s | \sigma_+ \sigma_- | \Phi_0 \rangle = \left(\frac{1}{7} \right) \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 \sigma_k^+ \sigma_k^- \delta = -\frac{1}{56} \cdot \frac{42}{49} \quad (45)$$

$$\langle \Phi_s | \sigma_+ \sigma_- | \Phi_0 \rangle = -\left(\frac{1}{7} \right) \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 \sigma_k^+ \sigma_k^- \delta = -\frac{1}{56} \cdot \frac{84}{49} \quad (46)$$

Минус в (46) получается из-за того, что результат, не исчезающий из-за антисимметричности Φ_0 , отличен от нуля лишь для переходов $m \rightarrow m-1$, которые меняют четность перестановки. Из (45) и (46) находим:

$$M_s \equiv \langle \Psi_s (T=4), \sum_{k=1}^4 \sigma_k^+ \sigma_k^- (\bar{\sigma}_k \bar{\sigma}_k) | \Psi_0 \rangle = -\frac{9}{7 \sqrt{7}} \quad (47)$$

$$M_s^2 = 0,24 \quad (48)$$

§ 6. Переходы в состояния с $s=4$

Как легко показать, оператор $L = \sum_{k=1}^4 \sigma_k^+ \sigma_k^- (\bar{\sigma}_k \bar{\sigma}_k)$ коммутирует с оператором полного момента $J = \sum (l_k + \bar{s}_k)$, где l_k и \bar{s}_k — операторы орбитального и спинового моментов i -го нуклона. Это обстоятельство дает возможность косвенным путем получить некоторые сведения о матричных элементах в эти состояния, а именно вычислить полуумноженные матричные элементы в эти состояния.

В самом деле, из того, что полный момент сохраняется, можно написать разложение

$$\langle \Psi_s (T=4, T_z=4) + \Psi_s (T=4, T_z=0) + \Psi_s (T=2, s=4) + \Psi_s (T=2, T_z=2, s=4) \rangle \quad (49)$$

поэтому, как указывалось, других состояний не будет. Если Ψ_s нормированы на 1, то ясно, что матричные элементы переходов в соответствующие состояния являются производные выражения (49) самого на себя

$$\langle \mathcal{L} \Psi_s | \mathcal{L} \Psi_s \rangle = M_s^2 + M_s^2 + M_s^2 + M_s^2 \quad (50)$$

или

$$M_s^2 + M_s^2 = \langle \mathcal{L} \Psi_s | \mathcal{L} \Psi_s \rangle - M_s^2 - M_s^2 \quad (51)$$

Формула (51) дает возможность найти полусумму $\frac{1}{2}(M_s^2 + M_s^2)$ без использования сложных функций с $s=4$.

Вычисления $\langle \mathcal{L} \Psi_s | \mathcal{L} \Psi_s \rangle$ полностью аналогично вычислениям § 5

$$\langle \mathcal{L} \Psi_s | \mathcal{L} \Psi_s \rangle = 1,43 \quad (52)$$

т.е.

$$\frac{1}{2}(M_s^2 + M_s^2) = 0,5$$

Приводим таблицу вычисления наиболее вероятных матричных элементов для двух последних переходов квант к нулю сумму. Выделен переход в наиболее вероятное основное состояние.

Состояние начального состояния	Начальное состояние	Конечное состояние	Наиболее вероятное значение
$\{1\}1$	$J=0, T=4, T_z=4$	$J=0, T=4, T_z=2$	11,2
$\{1\}0$	$J=0, T=4, T_z=4$	$J=0, T=4, T_z=0$	0,24
	$J=0, T=4, T_z=4$	$J=0, T=2, T_z=2$	0,28
	$J=0, T=4, T_z=4$	$J=0, T=2, T_z=0$	0,28

Из таблицы видно, что наиболее вероятное значение квадрата матричного элемента равно 0,2.

Для вычисления $\langle \mathcal{L} \Psi_s | \mathcal{L} \Psi_s \rangle$ предлагается собой реальную величину матричного элемента, вычисленного только в самых легких ядрах вычисление по способу Бором и Моттельсоном приводит к правильному значению матричного элемента. Это вычисление, заключающееся в изменении формы матричного элемента Дирака, проведенный Бором и Моттельсоном

ном [6], показывает, что в области оболочки $f_{1/2}$ значение времени жизни больше теоретического примерно в 100 раз (для Ca^{48} — в 100, для Sc^{49} — в 80). Этот же множитель надо, очевидно, внести и в матричный элемент двойного β -распада. Могло бы показаться, что в матричный элемент двойного β -распада этот множитель должен входить в квадрате. Это, однако, не так. Переход в промежуточном состоянии (при испускании одного нейтрона) будет происходить по тем же причинам, аналогичным принципу Кондона — в конечном состоянии произойдет деформация ядра, которая приведет к изменению матричного элемента между заданными основными состоя-

ниями. Мы можем ожидать только, что теоретическая оценка времени жизни, полученная в [6], представляет собой нижнюю границу. В [7] мы имеем отклонения от схемы независимости времени. Фактор формы также может быть меньше 100. Сравнение с опытом показывает, что матричный элемент, который мы назвали фактором, что, очевидно, формула (1) не совсем верна. В [2], она имеет вид:

$$f_{1/2}^2 = \frac{1}{M^2} \left(\frac{1}{M^2} \right)^2 \left(\frac{1}{M^2} \right)^2$$

(1) для энергии 4,3 MeV равен 1,19.

Подставив значения остальных величин, входящих в формулу, получим для периода полураспада значения

$$T_{1/2} \approx 0,5 \cdot 10^{10} \text{ лет (при энергии 4,3 MeV)}$$

Ошибки расчета могут привести к тому, что реальное время окажется на порядок больше.

В заключение мы выражаем благодарность И. Зельдовичу и А. Балину за полезное обсуждение работы.

Примечание при корректуре. Маккарте [1] в 1953 г. сообщил новое значение $T_{1/2} \approx (1,6 \pm 0,7) \cdot 10^{10}$ лет, что дает для деформационного фактора величину 500 \pm 1000.

Цитированная литература

1. McCarthy J., Phys. Rev. **91**, No. 1, 1953.
2. Зельдович И. Я., Сайферштейн Я. А., УФН, **54**, 361 (1954).
3. Fowler G. A., Phys. Rev. **78**, No. 1, 1952.
4. Митчелл R. W., Phys. Rev. **86**, 37 (1952).
5. Давидсон П. М., Phys. Rev. **71**, No. 1, 1948.
6. Сайферштейн Я. А., УФН, **27**, No. 16 (1953).
7. Сайферштейн Я. А., УФН, **27**, 21 (1954).

* Эти значения очень грубы. Они указывают только на то, что результативный множитель должен быть меньше квадрата множителя обычного распада. В пользу этого говорит и то обстоятельство, что формы двух членов двойного распада различаются меньше, чем формы четно-четного и четно-нечетного ядер.

В. А. КРАВЦОВ

НОВЫЕ ДАННЫЕ ПО СОПОСТАВЛЕНИЮ ЭНЕРГИИ СВЯЗИ СРЕДНИХ ЯДЕР

Большое число экспериментальных данных по энергии связи, энергиям ядерных реакций и энергии протонных реакций дает возможность перекрестного контроля значений энергий и энергий связи их ядер. В области средних ядер можно контролировать экспериментально значения энергии связи. В ряде случаев расхождение значений энергии связи ядер, вычисленными по известным значениям, ставит под сомнение оба значения. Мы установили правильную величину разности энергий связи.

В работе [1] мы показали, что при установлении правильных экспериментальных данных может быть полезным изучение энергии ядерных энергетических поверхностей. Этот метод позволил нам в [1, 2] убедиться и разрешить некоторые сомнительные случаи и выбрать наиболее надежные экспериментальные данные. Как известно, зависимость энергии связи ядер E от порядкового номера Z и массового числа A может быть представлена в виде четырех энергетических поверхностей в пространстве (Z, A) : поверхностей для четно-четных, четно-нечетных, нечетно-четных и нечетно-нечетных ядер. Для удобства построения графиков удобно рассмотреть энергетические поверхности с уменьшенным углом. Например для легких и средних ядер эти поверхности могут быть представлены уравнением

$$9A - E(Z, A) \text{ MeV} = \text{const.}$$

Можно рассматривать сечения этих поверхностей плоскостями $Z = \text{const}$ (изотопическое сечение), $N = A - Z = \text{const}$ (изонейтронное сечение), $Z - A - 2Z = \text{const}$ (сечение по ядрам с равными избытками нейтронов). Как было установлено в [1], имеется ряд свойств сечений энергетических поверхностей, которые позволяют контролировать сомнительные энергетические связи путем сопоставления их с другими энергиями связи. Свойства эти таковы:

- 1) отсутствуют пересечения между поверхностями для четно-четных и нечетно-нечетных ядер, а также их пересечения с оставшимися двумя поверхностями;
- 2) поверхности равной четности сходятся к одной кривой вблизи друг друга;
- 3) сечения одинаковой четности и меньшей энергии сходятся к кривой Z или T к соседнему $Z \pm 2$, $N \pm 2$ или $T \pm 2$, а кривые neighboring кривые по форме и взаимному расположению кривых;
- 4) кривые изотопических ($Z = \text{const}$) и изонейтронных ($N = \text{const}$) сечений имеют выпуклость, обращенную только к Z и T или Z .

В результате критического сопоставления экспериментальных данных нами составлены таблицы масс средних атомов и энергии связи их ядер [1]. Недавно появились новые, более точные, масс-спектрометри-

Таблица

в [4, 9], позволяющие уточнить значения E_{β} до $\pm 10\%$.

Вместе с тем на основании этих более точных данных (см. в начале и конце статьи), можно сделать вывод о значительном изменении энергии связи в сродних ядрах.

Вспомогательным инструментом для определения энергии связи в сродних ядрах может служить энергия реакции β -распада. В работе [3] даны значения энергии связи в Sr^{86} , полученная из масс-спектрометрических данных, равная $11,0 \pm 0,4$ MeV. Таким образом, можно установить, что энергия связи в Sr^{86} , полученная из масс-спектрометрических измерений, больше, чем та же энергия, полученная из реакции β -распада.

Среди использованных в расчетах величин наибольшие сомнения вызываются: энергия β -распада Kr^{82} , измеренная независимо тремя группами авторов [11—13], и нижняя граница энергии β -распада Sr, также измеренная в трех работах [11, 12, 13]. Масса устойчивого Sr^{86} хорошо согласуется с масс-спектрометрическими значениями масс Kr^{86} , Rb^{87} , Sr^{87} , Sr^{88} , Y^{89} , Zr^{90} и Nb^{93} по [13]. Вспомогательным инструментом для определения энергии реакции β -распада Sr можно считать энергиям реакций и распадов. Значение массы Sr^{86} вычислено в сравнении всех этих масс и энергий реакций по способу, описанному в работе [3]. Энергия связи Kr^{82} и Sr^{86} мало вероятно, поэтому энергия связи Sr^{86} мало вероятно. Энергия связи Kr^{82} и Sr^{86} мало вероятно, поэтому энергия связи Sr^{86} мало вероятно.

Вспомогательным инструментом для определения энергии реакции β -распада Sr можно считать энергиям реакций и распадов. Значение массы Sr^{86} вычислено в сравнении всех этих масс и энергий реакций по способу, описанному в работе [3]. Энергия связи Kr^{82} и Sr^{86} мало вероятно, поэтому энергия связи Sr^{86} мало вероятно.

Рассмотрим рис. 1, содержащий кривую 1, построенную по формуле (1) для $Z = 36$, содержащую точки, построенные по энергиям связи для четных-четных ядер (1), и точки, построенные по энергиям связи для четно-четных ядер (2), построенные по энергиям связи Kr^{82} (3) и по энергии реакции β -распада Sr^{86} (4). Кривая 2 приведена для сравнения с кривой 1.

Для выяснения правильности построения кривой 1 можно использовать рис. 1, построенный по формуле (1) для $Z = 36$, содержащую точки, построенные по энергиям связи для четных-четных ядер (1), и точки, построенные по энергиям связи для четно-четных ядер (2), построенные по энергиям связи Kr^{82} (3) и по энергии реакции β -распада Sr^{86} (4).

Rb^{85} . Пунктирная часть кривой 2 и точка 3 построены по энергии связи Rb^{85} , вычисленной по энергии (d, p)-реакции. Сплошная часть кривой 2 построена по энергии связи Rb^{85} , вычисленной по энергии (d, p)-реакции.

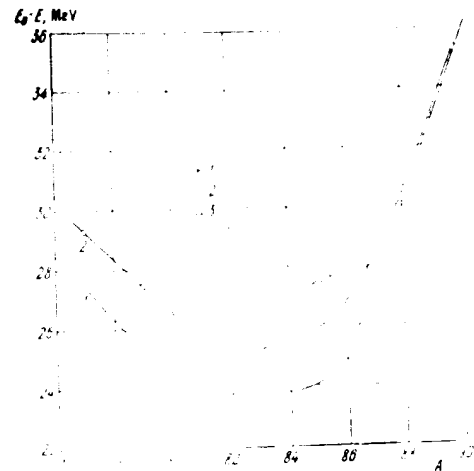


Рис. 1. Энергетическое сечение энергетических показателей с уменьшенным уклоном для изотопов $Z = 36$; 1 — точки, построенные по энергиям связи для четных-четных ядер; 2 — точки, построенные по энергиям связи для четно-четных ядер; 3 — точка, построенная по энергии связи Kr^{82} ; 4 — точка, построенная по энергии связи Rb^{85} , вычисленной по энергии (d, p)-реакции.

где значение в одной точке относится к нечетно-четным ядрам, а в другой к четно-четным ядрам. Точка Rb^{85} вычислена из масс-спектрометрических данных. Рис. 1.

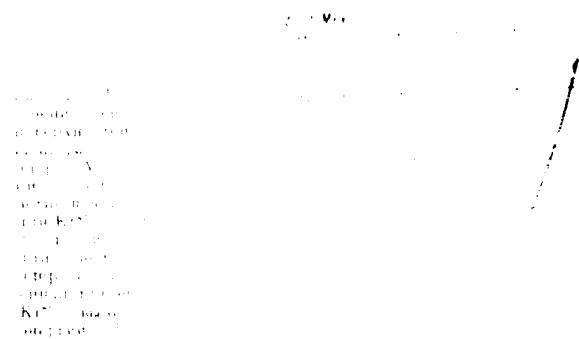


Рис. 2. Энергетическое сечение энергетических показателей с уменьшенным уклоном для изотопов $Z = 36$. Точка Rb^{85} вычислена из масс-спектрометрических данных. Рис. 2.

шим энергию связи ядра Sr^{88} . Пунктирная часть кривой относится к четно-нечетным ядрам и к энергии связи ядра Rb^{85} . Пунктирная часть кривой Γ устанавливает ошибочность измерений энергии связи ядра Rb^{85} .

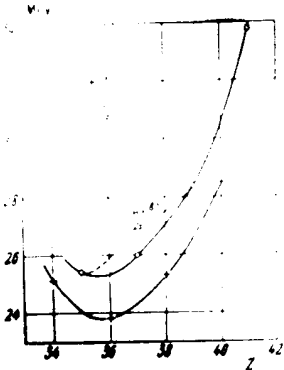


Рис. 3. Изометрическое сечение энергетических поверхностей с уменьшением уклоном для ядер с $N=48$: 1 — точки, построенные для четно-четных ядер; 2 — точки для нечетно-нечетных ядер для Rb^{85} , построенные по масс-спектрометрическим данным; 3 — точки, построенные для энергии связи Rb^{85} , вычисленной по энергии (d, p) -реакции

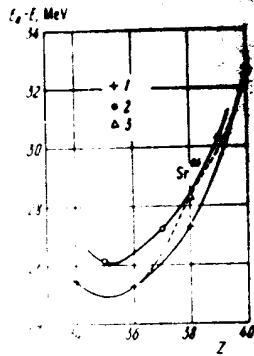


Рис. 4. Изометрическое сечение энергетических поверхностей с уменьшенным уклоном для ядер с $N=47$: 1 — точки, построенные для четно-нечетных ядер, а для Bt^{87} — по массе Rb^{85} ; 2 — точки, построенные для нечетно-нечетных ядер; 3 — точка, построенная для энергии связи Sr^{88} , вычисленной из массы Sr^{88} по энергии (γ, n) -реакции

Таким образом, все рассмотренные сечения и все другие, которые не приводятся здесь, устанавливают наличие ошибок в измерениях энергий реакций $Kr^{84}(d, p)Kr^{85}$ и $Sr^{86}(p, n)Sr^{87}$ и подтверждают правильность измерений массы Rb^{85} в работе [4]. Энергии связи последних нейтронов следует считать равными

$$S_n(Kr^{84}) = 0.96 \text{ МэВ}$$

$$S_n(Sr^{86}) = 0.96 \text{ МэВ}$$

Эти выводы полностью согласуются с данными нами в [4] относительно энергии связи ядра Kr^{84} и Sr^{86} . Это различие вызвано всеми новыми измерениями масс и энергий связи, отказом авторов работы [13] от использования масс Kr^{84} и Sr^{86} , опубликованного ранее Коллинсом в [17]. Эти данные, как правило, согласуются с другими новыми данными, например с данными по реакции Bt^{87} , приведенной в [9]. Новые данные об энергии связи ядра Rb^{85} также в таблице дают более плавные кривые энергетических поверхностей. Это дает уверенность, что значения энергии связи и энергии связи ядер в интервале $68 \leq A \leq 104$ являются наиболее достоверными ранее.

Получены в ЦОЯФ им. П. П. Кузнецова

Литература

1. ... 25, 630 (1953).
2. ... 54, 3 (1954).
3. ... Nier A., Phys. Rev., 94, 98 (1954).
4. ... van den Bold H., Endt P., Phys., 20, 1 (1954).
5. ... K., Phys. Rev., 94, 1713 (1954).
6. ... Phys. Rev., 90, 67 (1954).
7. ... Farmer D., Bull. Am. Phys. Soc., 29, 1 (1954).
8. ... Phys. Rev., 95, 410 (1954).
9. ... Wiedenbeck M., Phys. Rev., 94, 1 (1954).
10. ... Schwartz R., Watson W., Phys. Rev., 94, 1 (1954).
11. ... Mihelich J., Scharif G., Phys. Rev., 94, 1 (1954).
12. ... Wall N., Deutsch M., Phys. Rev., 94, 1 (1954).
13. ... Ketelle B., Brosi M., Phys. Rev., 94, 1 (1954).
14. ... Berggren L., Ark. Fys., 5, 191 (1952).
15. ... Sher R., Hulpern J., Mann A., Phys. Rev., 94, 1 (1954).
16. ... Porter E., Phys. Rev., 94, 1 (1954).
17. ... Kurbatov J., Phys. Rev., 94, 1 (1954).
18. ... Collins T., Mass-spectroscopy in Physics, 67 (1953).
19. ... Levi C., Papineau J., C. R., 1958.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Массы средних атомов и энергии связи нуклонов их ядер от цинка до кадмия вычисленные по масс-спектрометрическим данным работ [3—8, 18]

радиоактивный элемент	Массовое число A	Число нейтронов N	Вид радиоактивности	Масса атома (атомных единиц массы)	Энергия связи нуклонов в ядре, МэВ
1	2	3	4	5	6
Zn	68	38	уст.	67,946 71 ± 11	595,40 ± 0,10 мэВ
	69	39	β ⁻	68,946 68 ± 6	601,61 ± 0,06 мэВ
	70	40	уст.	69,947 50 ± 8	611,01 ± 0,08 мэВ
	71	41	β ⁻	70,949 7 ± 3	617,4 ± 0,3 мэВ
	72	42	β ⁻	71,950 5 ± 3	625,0 ± 0,3 мэВ
Ga	68	37	β ⁺	67,949 83 ± 11	591,42 ± 0,10 мэВ
	69	38	уст.	68,947 72 ± 6	601,73 ± 0,06 мэВ
	70	39	β ⁺ , β ⁻	69,948 27 ± 8	609,59 ± 0,08 мэВ
	71	40	β ⁺	70,947 42 ± 15	618,75 ± 0,14 мэВ
	72	41	β ⁺	71,948 79 ± 7	625,85 ± 0,07 мэВ
	73	42	β ⁺	72,948 1 ± 2	634,8 ± 0,2 мэВ
	Ge	69	37	β ⁺	68,948 1 ± 11
70		38	β ⁺	69,947 1 ± 11	607,75 ± 0,08 мэВ
71		39	β ⁺	70,946 1 ± 11	616,75 ± 0,08 мэВ
72		40	β ⁺	71,945 1 ± 11	625,75 ± 0,08 мэВ
73		41	β ⁺	72,944 1 ± 11	634,75 ± 0,08 мэВ
74		42	β ⁺	73,943 1 ± 11	643,75 ± 0,08 мэВ
75		43	β ⁺	74,942 1 ± 11	652,75 ± 0,08 мэВ
76		44	β ⁺	75,941 1 ± 11	661,75 ± 0,08 мэВ
77	45	β ⁺	76,940 1 ± 11	670,75 ± 0,08 мэВ	
78	46	β ⁺	77,939 1 ± 11	679,75 ± 0,08 мэВ	

Примечания: β⁺, β⁻ — электронная радиоактивность; уст. — стабильный элемент; данные в скобках получены интерполяцией по кривым, вычисленным по масс-спектрометрическим данным; в масс-спектрометрии использовались непериодические изотопы радиоактивных элементов.

В. А. Браун

(Продолжение)

Элемент	Исходное состояние	Массовое число	Энергия связи нуклонов в ядре, MeV	β ⁺	β ⁻	уст.	МК
Sr		84	614,88 ± 0,15				
		85	623,93 ± 0,05				
		86	631,5 ± 0,2 ■				
		87	642,33 ± 0,09				
		88	652,40 ± 0,05				
		89	660,71 ± 0,07				
		90	669,44 ± 0,05				
		91	679,5 ± 0,2				
		92	689,5 ± 0,2				
		93	699,9 ± 0,2 ■				
		94	712,54 ± 0,08				
		95	726,75 ± 0,05				
Y		86	691,94 ± 0,05				
		87	699,36 ± 0,05				
		88	679,84 ± 0,05				
		89	686,84 ± 0,06				
		90	79,941 9 ± 0				
		91	80,943 68 ± 8				
		92	81,942 68 ± 5				
		93	82,944 1 ± 2				
		94	74,949 40 ± 5				
		95	75,948 38 ± 9				
		96	76,945 93 ± 5				
		97	77,943 88 ± 7				
Zr		88	78,943 7 ± 0				
		89	78,943 7 ± 0				
		90	78,943 7 ± 0				
		91	78,943 7 ± 0				
		92	78,943 7 ± 0				
		93	78,943 7 ± 0				
		94	78,943 7 ± 0				
		95	78,943 7 ± 0				
		96	78,943 7 ± 0				
		97	78,943 7 ± 0				
		98	78,943 7 ± 0				
		99	78,943 7 ± 0				
Nb		87	703,17 ± 0,2				
		88	673,28 ± 0,19				
		89	683,55 ± 0,06				
		90	695,44 ± 0,06				
		91	703,3 ± 0,2 ■				
		92	81,942 7 ± 2				
		93	81,942 7 ± 2				
		94	81,942 7 ± 2				
		95	81,942 7 ± 2				
		96	81,942 7 ± 2				
		97	81,942 7 ± 2				
		98	81,942 7 ± 2				
Kr		80	683,55 ± 0,06				
		81	695,44 ± 0,06				
		82	703,3 ± 0,2 ■				
		83	81,942 7 ± 2				
		84	81,942 7 ± 2				
		85	81,942 7 ± 2				
		86	81,942 7 ± 2				
		87	81,942 7 ± 2				
		88	81,942 7 ± 2				
		89	81,942 7 ± 2				
		90	81,942 7 ± 2				
		91	81,942 7 ± 2				

Новые данные по составу ядра и энергии связи средних ядер

(Продолжение)

Порядковый номер элемента	Массовое число А	Число нейтронов N	Вид радиоактивности	Масса атома (атомных единиц массы)	Энергия связи нуклонов в ядре, MeV
Sr	84	47	β ⁺	83,941 0	614,88 ± 0,15
	85	48	уст.	84,938 7	623,93 ± 0,05
	86	49	β ⁻	85,936 3	631,5 ± 0,2 ■
	87	50	уст.	86,934 0	642,33 ± 0,09
	88	51	β ⁻	87,931 7	652,40 ± 0,05
	89	52	β ⁻	88,929 4	660,71 ± 0,07
	90	53	β ⁻	89,927 1	669,44 ± 0,05
	91	54	β ⁻	90,924 8	679,5 ± 0,2
	92	55	β ⁻	91,922 5	689,5 ± 0,2
	93	56	уст.	92,920 2	699,9 ± 0,2 ■
	94	57	β ⁻	93,917 9	712,54 ± 0,08
	95	58	β ⁻	94,915 6	726,75 ± 0,05
Y	86	48	β ⁺	85,941 3 ± 4	691,94 ± 0,05
	87	49	β ⁺	86,938 6 ± 3	699,36 ± 0,05
	88	49	β ⁺	87,936 6 ± 16	679,84 ± 0,05
	89	50	уст.	88,934 09 ± 17	686,84 ± 0,06
	90	51	β ⁻	89,935 27 ± 24	79,941 9 ± 0
	91	52	β ⁻	90,935 77 ± 25	80,943 68 ± 8
	92	53	β ⁻	91,938 7 ± 4	81,942 68 ± 5
	93	54	β ⁻	92,938 8 ± 5	82,944 1 ± 2
	94	55	β ⁻	93,943 0 ± 6	74,949 40 ± 5
	95	56	β ⁻	94,947 2 ± 7	75,948 38 ± 9
	96	57	β ⁻	95,951 4 ± 8	76,945 93 ± 5
	97	58	β ⁻	96,955 6 ± 9	77,943 88 ± 7
Zr	88	47	β ⁺	86,942 4 ± 3	78,943 7 ± 0
	89	48	β ⁺	87,937 2 ± 3	78,943 7 ± 0
	90	49	β ⁺	88,932 0 ± 3	78,943 7 ± 0
	91	50	уст.	89,926 8 ± 4	78,943 7 ± 0
	92	51	уст.	90,921 6 ± 5	78,943 7 ± 0
	93	52	уст.	91,916 4 ± 6	78,943 7 ± 0
	94	53	β ⁻	92,911 2 ± 7	78,943 7 ± 0
	95	54	β ⁻	93,906 0 ± 8	78,943 7 ± 0
	96	55	β ⁻	94,900 8 ± 9	78,943 7 ± 0
	97	56	β ⁻	95,895 6 ± 10	78,943 7 ± 0
	98	57	β ⁻	96,890 4 ± 11	78,943 7 ± 0
	99	58	β ⁻	97,885 2 ± 12	78,943 7 ± 0
Nb	87	48	β ⁺	86,942 4 ± 3	703,17 ± 0,2
	88	49	β ⁺	87,937 2 ± 3	673,28 ± 0,19
	89	50	β ⁺	88,932 0 ± 3	683,55 ± 0,06
	90	51	уст.	89,926 8 ± 4	695,44 ± 0,06
	91	52	уст.	90,921 6 ± 5	703,3 ± 0,2 ■
	92	53	β ⁻	91,916 4 ± 6	81,942 7 ± 2
	93	54	β ⁻	92,911 2 ± 7	81,942 7 ± 2
	94	55	β ⁻	93,906 0 ± 8	81,942 7 ± 2
	95	56	β ⁻	94,900 8 ± 9	81,942 7 ± 2
	96	57	β ⁻	95,895 6 ± 10	81,942 7 ± 2
	97	58	β ⁻	96,890 4 ± 11	81,942 7 ± 2
	98	59	β ⁻	97,885 2 ± 12	81,942 7 ± 2

Порядковый номер элемента	Массовое число А	Число нейтронов N	Вид радиоактивности	Энергия (кэВ)	Интенсивность (%)
1	2	3	4	5	6
42 — Mo	91	49	β ⁺	90,939 66 ± 29	788
	92	50	уст.	91,934 51 ± 27	797
	93	51	э.э.	92,935 3 ± 5	808
	94	52	уст.	93,934 37 ± 20	814, 78 ± 0,4
	95	53	уст.	94,936 0 ± 4	821, 6 ± 0,3
	96	54	уст.	95,935 2 ± 4	830, 75 ± 0,4
	97	55	уст.	96,936 8 ± 5	837, 6 ± 0,5
	98	56	уст.	97,936 0 ± 4	846, 7 ± 0,4
	99	57	β ⁻	98,938 6 ± 5	852, 6 ± 0,5
	100	58	уст.	99,938 3 ± 3	861, 2 ± 0,3
	101	59	β ⁻	100,941 2 ± 5	866, 9 ± 0,5
43 — Tc	93	50	β ⁺	92,938 6 ± 5	801, 6 ± 0,5
	94	51	β ⁺	93,938 98 ± 22	809, 66 ± 0,21
	95	52	э.э.	94,937 5 ± 4	819, 4 ± 0,4
	96	53	э.э.	95,938 1 ± 5	827, 2 ± 0,5
	97	54	э.э.	96,936 9 ± 5	836, 7 ± 0,5
	98	55	β ⁺	97,937 7 ± 6	844, 3 ± 0,6
	99	56	β ⁺	98,937 2 ± 5	853, 2 ± 0,5
	100	57	β ⁺	99,936 6 ± 6	860, 2 ± 0,6
	101	58	β ⁺	100,936 8 ± 6	868, 4 ± 0,6
	44 — Ru	96	58	β ⁺	94,940 3 ± 6
97		59	β ⁺	95,938 1 ± 5	826, 4 ± 0,5
98		60	β ⁺	96,937 8 ± 6	835, 1 ± 0,6
99		61	уст.	97,936 2 ± 7	844, 9 ± 0,7
100		62	уст.	98,936 8 ± 7	852, 7 ± 0,7
101		63	уст.	99,935 6 ± 8	860, 2 ± 0,8
102		64	уст.	100,937 4 ± 6	868, 2 ± 0,6
103		65	β ⁻	101,936 10 ± 9	878, 00 ± 0,09
104		66	β ⁻	102,938 3 ± 2	884, 8 ± 0,2
105		67	уст.	103,937 6	891, 8 ± 0,3
45 — Rh	98	53	β ⁺	92,937 6	820, 1 ± 0,8
	99	54	β ⁺	93,938 7	829, 2 ± 0,7
	100	55	β ⁺	94,938 8	837, 8 ± 0,8
	101	56	β ⁺	95,938 9	846, 1 ± 0,6
	102	57	β ⁺	96,939 0	854, 4 ± 0,09
	103	58	β ⁺	97,939 1	861, 85 ± 0,12
	104	59	β ⁺	98,939 2	869, 64 ± 0,12
46 — Pd	100	60	β ⁺	94,938 8	855, 2 ± 0,8
	101	61	β ⁺	95,938 9	864, 0 ± 0,8
	102	62	β ⁺	96,939 0	870, 78 ± 0,09
	103	63	β ⁺	97,939 1	881, 51 ± 0,12
	104	64	β ⁺	98,939 2	893, 44 ± 0,10
	105	65	β ⁺	99,939 3	901, 2 ± 0,3
	106	66	β ⁺	100,939 4 ± 12	908, 38 ± 0,12
	107	67	β ⁺	101,939 5	916, 75 ± 0,14
	108	68	β ⁺	102,939 6 ± 13	925, 2 ± 0,14
	109	69	β ⁺	103,939 7	934, 0 ± 0,14
	110	70	β ⁺	104,939 8	943, 0 ± 0,14

СВЕРЖАННЕ
ИЗМЕНЕНИЯ ПО β-У СПЕКТРОСКОПИИ

Аризонский университет В. С., Жуковский Н. Н., Приходина В. П. и Хольнов Ю. В. — Исследование β-спектров в связи с распадом La^{140}

Древинский И. Н., Приходина В. П. и Хольнов Ю. В. — Исследование β-спектров в связи с распадом La^{140}

Христенко В. П. — Исследование уровней легких ядер магния

Газулов И. М., Жуковский В. С. и Хольнов Ю. В. — Исследование β-спектров в связи с распадом La^{140}

Древинский И. С., Жуковский Н. Н. и Недовесов В. Г. — Исследование β-спектров в связи с распадом La^{140}

Гришберг А. П. и Зинберг Н. Х. — Исследование β-спектров в связи с распадом La^{140}

Шахбалин В. А. и Русинов Л. И. — Исследование β-спектров в связи с распадом La^{140}

Степанов И. П. и Шапталов Л. Я. — Исследование β-спектров в связи с распадом La^{140}

Трабкин Г. М., Орлов В. И. и Русинов Л. И. — Исследование ядерной энергии Zn^{66} , Se^{78} , Se^{82} , Nb^{93} , Rh^{103} и Rh^{105}

Импольский П. А., Лейбуцкий О. И., Ген М. Я. и Тихомиров А. М. — Обнаружение короткопериодных изомеров

Ярлович Э. Е. — Времена жизни возбужденных состояний некоторых ядер

Барчук И. Ф., Галкин Е. М., Пасечник М. В. и Пуцеров Н. Н. — О разрешении способности сдвигалинейного спектрометра

Лив Л. А. и Песер Л. К. — К вопросу об определении деформации ядерных поверхностей

Лив Л. А. — Структура второго возбужденного уровня Ne^8 и Ne^{16}

Лив Л. А. — Оболочная модель с промежуточной связью и β-распад Ne^8

Лив Л. А. и Смородинский Я. А. — К теории двойного β-распада

Лив Л. А. — Новые данные по составлению энергий связи средних ядер