

СУА I-ПUM

**Page Denied**

**INFORMATION REPORT INFORMATION REPORT**

**CENTRAL INTELLIGENCE AGENCY**

This material contains information affecting the National Defense of the United States within the meaning of the Espionage Laws, Title 18, U.S.C. Secs. 793 and 794, the transmission or revelation of which in any manner to an unauthorized person is prohibited by law.

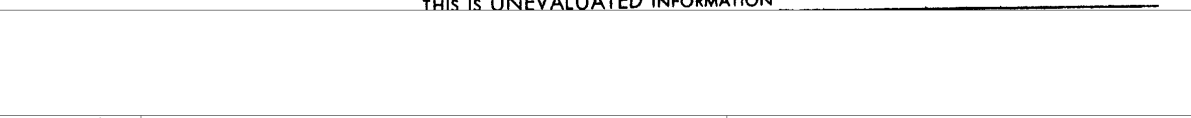
**C O N F I D E N T I A L**

50X1

COUNTRY	USSR	REPORT	
SUBJECT	High-Energy Physics Reports From Joint Institute of Nuclear Research, Dubna	DATE DISTR.	30 Mar 64
		NO. PAGES	2
DATE OF INFO.		REFERENCES	
PLACE & DATE ACQ.			

50X1

THIS IS UNEVALUATED INFORMATION



reports, in Russian, from the Joint Institute of Nuclear Research, Dubna:

50X1-HUM

- (a) Uhlir, Miloš  
Notes on the Problem of Geometrization of a Scalar Field  
Laboratory of Theoretical Physics  
1963 10 pages
- (b) Vishnevskiy, V F; Tu Yuan-ts'ai; Luk'yantsev, A F; Moroz, V I; Nikitin, A V; Tentyukova, G N; Trojan, Yu A; Chiang Shao-chun; Chang Wen-yu; Shahbazian, B A; Yen Wu-kuang  
A Scheme for Analyzing the Tracks in a Bubble Chamber  
Photographed with a Two-Lense Stereo Camera  
Laboratory of High Energies, Computing Center  
1963 13 pages
- (c) Dunaytsev, A F; Petrukhin, V I; Prokoshkin, Yu D  
Measurement of Stopped  $\pi$ -Meson Absorption Probability by Bound Hydrogen Nuclei  
Laboratory of Nuclear Problems  
1963 14 pages
- (d) Nikitin, V A  
Some Technical Details of an Elastic p-p Scattering Experiment Employing an Internal Target of a Proton Synchrotron  
Laboratory of High Energies  
1963 14 pages
- (e) Basina, A S; Gromov, K Ya; et al  
New Data on Neutron-deficient Isotopes  $^{164}\text{Lu}$ ,  $^{155}\text{Ho}$ , and  $^{155}\text{Dy}$   
Laboratory of Nuclear Problems of the Joint Institute for Nuclear Research, Leningrad State University  
1963 39 pages

50X1-HUM

5  
4  
3  
2  
1

5  
4  
3  
2  
1

**C O N F I D E N T I A L**

GROUP 1  
Excluded from automatic  
downgrading and  
declassification

STATE	ARMY	NAVY	AIR	FBI	AEC				
-------	------	------	-----	-----	-----	--	--	--	--

**INFORMATION REPORT INFORMATION REPORT**

50X1-HUM

**CONTROLLED**

**NO DISSEM ABROAD**

DISSEM: The dissemination of this document is limited to civilian employees and active military personnel within the intelligence components of the USIB member agencies, and to those senior officials of the member agencies who must act on the information. However, unless specifically controlled in accordance with paragraph 8 of DCID 6.1, it may be released to those components of the departments and agencies of the U. S. Government directly participating in the production of National Intelligence. IT SHALL NOT BE DISSEMINATED TO CONTRACTORS. It shall not be disseminated to organizations without the express permission of the originator.

CONFIDENTIAL

50X1

-2-

- (f) Lozhinski, E  
Experiments on Angular Distribution in the Transfer Reactions  
with  $Ne^{20}$  and  $A^{40}$  Ions  
Laboratory of Nuclear Reactions  
1963 22 pages
- (g) Vishnevskiy, V F; Tu Yuan-ts'ai; et al.  
A Method for Calculating the Geometrical Registration Efficiency  
of Events in a Bubble Chamber  
Laboratory of High Energies, Computing Center  
1964 20 pages
- (h) Barashenkov, V S  
Interactions between Mesons  
Laboratory of Theoretical Physics  
1963 56 pages
- (i) Zastavenko, I G  
A Theory of Regularization of the Equations of Motion for  
Classical Particles (Taking into Account the Intrinsic Effect)  
Laboratory of Theoretical Physics  
1964 14 pages
- (j) Filippov, A T  
The construction of Quasi-Potential Equations in Field Theory  
Laboratory of Theoretical Physics  
1964 7 pages
- (k) Kukhtina, I N and Shishkov, D P  
An Algorithm for Calculating Elementary Symmetrical Polynomials  
Computing Center  
1964 9 pages
- (l) Grishin, V G and Podgoretskiy, M I  
Resonance Interactions of Fast Particles with Nuclei  
Laboratory of High Energies  
1964 10 pages
- (m) Gromov, K Ya; Chou Mo-lung; et al  
Conversion Electrons of Yttrium Isotopes  
Laboratory of Nuclear Problems  
1964 8 pages
- (n) Lyuboshits, V L and Podgoretskiy, M I  
A Possible Method for Determining the Magnetic Moment of  
 $\Sigma^+$  Hyperon  
Laboratory of High Energies  
1964 10 pages

--UNCLASSIFIED].

-end-

CONFIDENTIAL



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**  
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

---

В.С. Барашенков



STAT

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЗОНОВ**

Дубна 1963

Барашенков В.С.

Взаимодействия мезонов

STAT

Обзор, в котором рассмотрены экспериментальные и теоретические данные по  $\pi-\pi$ ,  $K-\pi$  и  $K-K$  взаимодействиям.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна, 1963 .

Barashenkov V.S.

Interactions between Mesons.

STAT

A review is given in which the experimental and theoretical data on  $\pi-\pi$ ,  $K-\pi$  and  $K-K$  interactions are considered.

Preprint, Joint Institute for Nuclear Research.

В.С. Барашенков



STAT

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЗОНОВ**

Дубна 1963

СОДЕРЖАНИЕ

1. Сечения $\pi - \pi$ взаимодействий и двухпионные резонансы . . . . .	3
2. Резонансы в системе трех $\pi$ -мезонов . . . . .	34
3. Многопионные резонансы . . . . .	35
4. $K - \pi$ взаимодействие . . . . .	40
5. Взаимодействие $K$ -мезонов . . . . .	48
6. Литература . . . . .	51

### 1. Сечения $\pi - \pi$ взаимодействий и двухпионные резонансы

В настоящее время становится все более очевидным, что дальнейший прогресс физики элементарных частиц в огромной степени определяется исследованием свойств  $\pi - \pi$  взаимодействий. Однако имеющаяся в нашем распоряжении информация об этих взаимодействиях все еще очень бедна и во многих случаях имеет характер оценок и качественных заключений. Основная трудность здесь заключается в том, что  $\pi$ -мезоны являются короткоживущими нестабильными частицами. Поэтому сведения об их взаимодействиях можно получить лишь из анализа косвенных экспериментальных данных. Так, большая часть известных в настоящее время сечений упругих  $\pi - \pi$  взаимодействий получена из анализа неупругих реакций



с помощью однорезонных диаграмм. Дифференциальное сечение реакции (1) в этом случае пропорционально сечению упругого  $\pi - \pi$  рассеяния  $\sigma_{el}(\omega)$ :

$$\frac{d^2 \sigma}{d \Delta^2 d \omega^2} = F(\Delta^2, \omega^2) \sigma_{el}(\omega), \quad (2)$$

где  $F(\Delta^2, \omega^2)$  - известная функция, зависящая от изменения четырехмерного импульса наклона отдачи  $\Delta$  и от полной энергии вылетающих  $\pi$ -мезонов в системе их центра масс  $\omega$  [1].

Строго говоря, это выражение справедливо лишь в точке  $\Delta^2 = -\mu^2$  ( $\mu$  - масса  $\pi$ -мезона), так как лишь при этом условии квадрат модуля амплитуды вершинного узла диаграммы на рис. 1 совпадает с сечением  $\pi - \pi$  рассеяния. Однако точка  $\Delta^2 = -\mu^2$  лежит в нефизической области реакции (1); поэтому сечение  $\sigma_{el}(\omega)$  можно получить только с помощью экстраполяции экспериментальных значений  $d^2 \sigma / d \Delta^2 d \omega^2$  к точке  $\Delta^2 = -\mu^2$ . Такой метод определения сечений в настоящее время широко известен как экстраполяционная процедура Чу и Лоу.

К сожалению, для определения  $\sigma_{el}(\omega)$  с помощью этой процедуры необходимо иметь очень большое число экспериментальных значений  $d^2 \sigma / d \Delta^2 d \omega^2$  в области  $\Delta^2 \leq \mu^2$ , близкой к нефизической. Лишь в этом случае экстраполяция может дать достаточно надежные результаты. Однако отбор  $\pi - N$  взаимодействий в области  $\Delta^2 \ll \mu^2$  соответствует измерению сечений порядка десятка



микробарнов ( $10^{-29} - 10^{-30} \text{ см}^2$ ), что в настоящее время является весьма сложной и чрезвычайно трудоемкой экспериментальной задачей<sup>/2/</sup>.

В тех случаях, когда статистическая точность анализируемого материала оказывается недостаточной для разбиения его по двум параметрам,  $\Delta^2$  и  $\omega^2$ , величину сечения  $\sigma_{el}(\omega)$  можно оценить из сравнения с опытом дифференциального сечения  $\pi - N$  взаимодействий, вычисленного в рамках одномезонной полюсной теории. При этом предполагается, что сечение реакции (1) в физической области определяется в основном вкладом одномезонной диаграммы рис. 1, а виртуальностью промежуточного мезона можно пренебречь. Это позволяет проинтегрировать сечение (2) по  $\Delta^2$  и сравнить с опытом сечение  $d\sigma / d\omega^2$  всего лишь при одном или нескольких значениях  $\omega^2$ . При достаточно большой статистике анализируемых  $\pi - N$  взаимодействий точность таких расчетов может быть значительно улучшена, если сечение (2) проинтегрировать только по области небольших значений  $\Delta^2$  и использовать для сравнения с теоретической формулой лишь соответствующую часть экспериментальных данных.

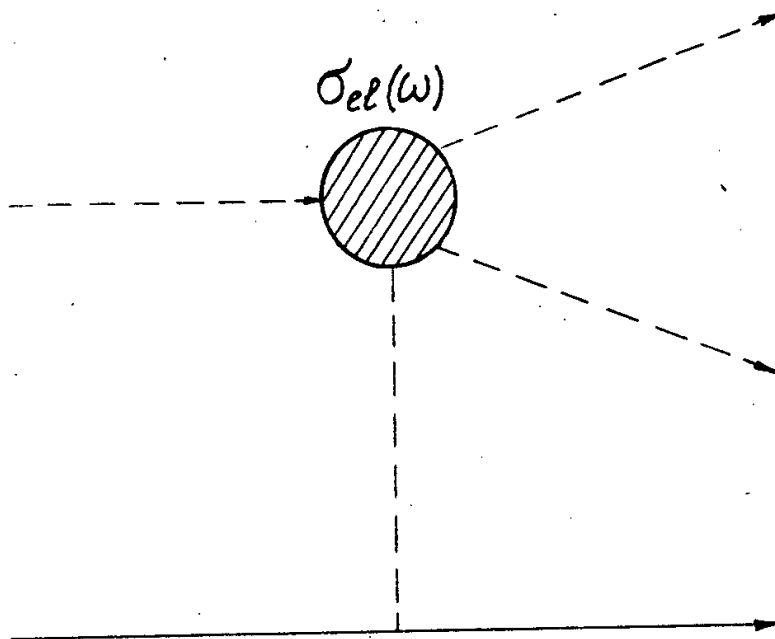


Рис. 1. Одномезонная диаграмма неупругого  $\pi - N$  взаимодействия с рождением одного нового  $\pi$ -мезона. Заштрихованная вершина определяет сечение упругого  $\pi - \pi$  рассеяния.

С помощью одномезонной полюсной теории можно получить оценки не только сечения  $\sigma_{el}(\pi\pi)$  или  $\sigma_{ex}(\pi\pi)$ , но также и оценки сечений  $\sigma_{in}(\pi\pi)$  и  $\sigma_t(\pi\pi)$ . Однако для этого необходимо рассмотреть более сложные диаграммы.

Конечно, все эти методы определяют сечения  $\pi - \pi$  взаимодействий очень приближенно. В случае экстраполяционной процедуры Чу-Лоу это в значительной степени обусловлено недостаточной точностью используемых для экстраполяции экспериментальных данных, в случае одномезонной полюсной теории - пренебрежением виртуальностью промежуточного  $\pi$ -мезона; в обоих случаях не учитывается вклад многомезонных промежуточных состояний, что также вносит весьма заметные ошибки.

Известные в настоящее время сечения упругих  $\pi - \pi$  взаимодействий собраны в таблицах 1-4. При этом использованы следующие сокращенные обозначения методов, с помощью которых получены приведенные сечения:

экстр. - использовалась экстраполяционная процедура Чу-Лоу,

пол. теор. - применялась полюсная одномезонная теория.

Наблюдается оильный разброс величины сечений. Это особенно наглядно видно из сравнения рис. 2 и 3, где вместе с основными экспериментальными данными приведены средние кривые<sup>х)</sup>. В частности, сечения  $\sigma_{\pi^0}(\pi^+ \pi^0)$ , полученные из анализа  $\pi^- - p$  взаимодействий, во многих случаях оказываются заметно меньше сечений, полученных из анализа  $\pi^+ - p$  взаимодействий. По-видимому, это обусловлено тем, что вклад неучтенных многомезонных промежуточных состояний в случае  $\pi^- - p$  взаимодействий оказывается значительно более важным, чем в случае  $\pi^+ - p$  взаимодействий.

Тем не менее данные таблиц 1-4 вполне ясно указывают на резкое возрастание величины сечений в областях  $\omega \approx 300-450$ ,  $\omega \approx 550$  и  $\omega \approx 700-800$  Мэв<sup>хх)</sup>.

Из приведенных данных еще нельзя однозначно установить, каким резонансным взаимодействиям  $\pi$ -мезонов обязан максимум в сечениях при  $\omega \approx 300-450$  Мэв. Значения  $\sigma(\pi^+ \pi^0)$  и  $\sigma(\pi^+ \pi^-)$  на рис. 2 хорошо аппроксимируются кривыми с двумя пиками: один пик в области  $\omega \approx 320-350$  Мэв, другой - при  $\omega \approx 400$  Мэв. Первый из этих пиков можно интерпретировать, как результат резонансного  $\pi - \pi$  взаимодействия в состоянии с изотопическим спином  $I = 0$ , второй - как результат резонанса в системе  $(\pi + \pi)$  в состояниях с  $I = 1, I = 2$  (ср. табл. 5). Однако ошибки

х) Эти кривые построены визуально; однако в пределах экспериментальных ошибок они достаточно хорошо определяют величину и качественное изменение сечений. В некоторых случаях на рис. 2 и 3 приведены квадратично усредненные значения сечений  $\sigma \pm \delta\sigma$ .

хх) Заметим, что величина сечений в максимумах не может быть больше, чем

$$\sigma_{\max} = 4\pi(2J+1)\lambda^2 = (2J+1)\pi \frac{320}{(\omega/\mu)^2 - 4} \text{ мб},$$

где  $\lambda$  - дебройлевская длина волны  $\pi$ -мезона,  $J$  - спин состояния, определяющего максимум. Если  $J = 1$  (ср. табл. 7), то при  $\omega = 0,4; 0,55; 0,75$  Гэв  $\sigma_{\max}$  составляет соответственно 670, 250 и 115 мб.

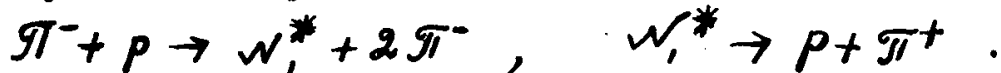
ТАБЛИЦА I  
 $\pi^+ - \pi^+$  взаимодействие

$\omega$	$\sigma_{el}, \text{мб}$	Метод
290 $\pm$ 10 Мэв	41,4 $\pm$ 17	пол.теор. <sup>3</sup> *
310 $\pm$ 10	50 $\pm$ 14	пол.теор. <sup>3</sup> *
330 $\pm$ 10	14,3 $\pm$ 10	пол.теор. <sup>3</sup> *
350 $\pm$ 10	30 $\pm$ 11	пол.теор. <sup>3</sup> *
370 $\pm$ 10	40 $\pm$ 17	пол.теор. <sup>3</sup> *
390 $\pm$ 10	30 $\pm$ 11	пол.теор. <sup>3</sup> *
410 $\pm$ 10	31,4 $\pm$ 11	пол.теор. <sup>3</sup> *
430 $\pm$ 10	40 $\pm$ 17	пол.теор. <sup>3</sup> *
450 $\pm$ 10	21,4 $\pm$ 9	пол.теор. <sup>3</sup> *
470 $\pm$ 10	30 $\pm$ 11	пол.теор. <sup>3</sup> *
490 $\pm$ 10	22,9 $\pm$ 9	пол.теор. <sup>3</sup> *
510 $\pm$ 10	18,6 $\pm$ 8	пол.теор. <sup>3</sup> *
530 $\pm$ 10	30 $\pm$ 11	пол.теор. <sup>3</sup> *
550 $\pm$ 10	21,4 $\pm$ 9	пол.теор. <sup>3</sup> *
558	10,4 $\pm$ 1,5	пол.теор. <sup>4</sup>
570 $\pm$ 10	45 $\pm$ 13	пол.теор. <sup>3</sup> *
590 $\pm$ 10	24,3 $\pm$ 10	пол.теор. <sup>3</sup> *
592	9,0 $\pm$ 1,5	пол.теор. <sup>4</sup>
610 $\pm$ 10	24,3 $\pm$ 10	пол.теор. <sup>3</sup> *
625	9,2 $\pm$ 1,5	пол.теор. <sup>4</sup>
630 $\pm$ 10	55,7 $\pm$ 14	пол.теор. <sup>3</sup> *
650 $\pm$ 10	57,1 $\pm$ 14	пол.теор. <sup>3</sup> *
658	10,4 $\pm$ 1,5	пол.теор. <sup>4</sup>
670 $\pm$ 10	32,9 $\pm$ 12	пол.теор. <sup>3</sup> *
690 $\pm$ 10	45 $\pm$ 14	пол.теор. <sup>3</sup> *
692	10,8 $\pm$ 1,5	пол.теор. <sup>4</sup>
710 $\pm$ 10	18,6 $\pm$ 8	пол.теор. <sup>3</sup> *
717	11,7 $\pm$ 1,7	пол.теор. <sup>4</sup>
730 $\pm$ 10	30 $\pm$ 11	пол.теор. <sup>3</sup> *
742	11,7 $\pm$ 1,7	пол.теор. <sup>4</sup>
750 $\pm$ 10	51,4 $\pm$ 14	пол.теор. <sup>3</sup> *

767	$11,5 \pm 1,5$	пол.теор. <sup>4</sup>
$770 \pm 10$	$7,2 \pm 5$	пол.теор. <sup>3 *</sup>
$790 \pm 10$	$39,6 \pm 12$	пол.теор. <sup>3 *</sup>
792	$11,5 \pm 1,5$	пол.теор. <sup>4</sup>
$810 \pm 10$	$51,4 \pm 13$	пол.теор. <sup>3 *</sup>
817	$11,3 \pm 1,5$	пол.теор. <sup>4</sup>
$830 \pm 10$	$43,6 \pm 13$	пол.теор. <sup>3 *</sup>
842	$10,5 \pm 1,5$	пол.теор. <sup>4</sup>
$850 \pm 10$	$47,2 \pm 13$	пол.теор. <sup>3 *</sup>
858	$9,2 \pm 1,5$	пол.теор. <sup>4</sup>
$870 \pm 10$	$42,9 \pm 13$	пол.теор. <sup>3 *</sup>

---

\*) Приведенное значение является сечением  $\pi^- - \pi^-$  взаимодействий ( изотопическая инвариантность). Это значение получено из одномезонного анализа реакции:  $\pi^- + p \rightarrow p + 2\pi^- + \pi^+$  в предположении резонансного  $\pi^- - \omega$  взаимодействия:



При этом, кроме неточностей одномезонной полюсной теории, заметные ошибки могли быть допущены при экспериментальном отборе событий с образованием резонанса  $\omega_1^*$ . Эти ошибки в таблице не учтены.

ТАБЛИЦА 2

$\pi^+ - \pi^0$  взаимодействие

$\omega$	$\sigma_{el}, \text{мб}$	Метод
308 МэВ	$7 \pm 4^*$	пол.теор. <sup>5</sup>
308	$17 \pm 9$	пол.теор. <sup>5</sup>
308	$10,5 \pm 10,5$	пол.теор. <sup>7</sup>
335	$63 \pm 32^{**}$	пол.теор. <sup>8</sup>
337	$16 \pm 6$	пол.теор. <sup>5</sup>
364	$4,5 \pm 1,7^*$	пол.теор. <sup>5</sup>
364	$26 \pm 7$	пол.теор. <sup>5</sup>
364 $\pm$ 40	$40 \pm 20^*$	экстр. <sup>9,10</sup>
375 $\pm$ 33	$101 \pm 70^*$	пол.теор. <sup>11</sup>
378	$57 \pm 10^{**}$	пол.теор. <sup>8</sup>
378 $\pm$ 70 - 85	$0 \pm 40^*$ $0$	пол.теор. <sup>12</sup>
390	$23 \pm 6$	пол.теор. <sup>5</sup>
389 $\pm$ 50	$27 \pm 8^*$	экстр. <sup>5</sup>
413	$34 \pm 7$	пол.теор. <sup>5</sup>
413	$10 \pm 2^*$	пол.теор. <sup>5</sup>
414	$13 \pm 8$	пол.теор. <sup>7</sup>
418	$62 \pm 23^{**}$	пол.теор. <sup>8</sup>
425 $\pm$ 33	$142 \pm 63^{**}$	пол.теор. <sup>11</sup>
435	$36 \pm 7$	пол.теор. <sup>5</sup>
435 $\pm$ 34	$0 \pm 100^{**}$	экстр. <sup>9,10</sup>
448	$56 \pm 27^{**}$	пол.теор. <sup>8</sup>
456	$40 \pm 7$	пол.теор. <sup>5</sup>
456	$8,5 \pm 2^*$	пол.теор. <sup>5</sup>
456	$18 \pm 7$	пол.теор. <sup>7</sup>
468	$55 \pm 24^{**}$	пол.теор. <sup>8</sup>
475 $\pm$ 33	$66 \pm 38^*$	пол.теор. <sup>11</sup>
476	$37 \pm 6$	пол.теор. <sup>5</sup>
476 $\pm$ 40	$38 \pm 7^*$	экстр. <sup>5</sup>
486 $\pm$ 25	$40 \pm 30^*$	экстр. <sup>9,10</sup>
487	$58 \pm 5^{**}$	пол.теор. <sup>8</sup>
497	$28 \pm 4$	пол.теор. <sup>5</sup>
497	$10 \pm 2^*$	пол.теор. <sup>5</sup>
496	$11 \pm 5$	пол.теор. <sup>7</sup>
510	$56 \pm 13^{**}$	пол.теор. <sup>8</sup>
516	$29 \pm 4$	пол.теор. <sup>5</sup>
525 $\pm$ 33	$32 \pm 22^*$	пол.теор. <sup>11</sup>
528	$55 \pm 12^{**}$	пол.теор. <sup>8</sup>

532	37 + 4	пол.теор.	5
532	6 + 1,5 *	пол.теор.	5
532 + 85	75 + 30 *	пол.теор.	12
532	18 + 7	пол.теор.	7
54I + 26	90 + 20 *	экстр.	9,10
	- 10		
545	54 + 17 **	пол.теор.	8
550	44 + 5,5	пол.теор.	5
550 + 35	39 + 8 *	экстр.	5
565	26 + 4	пол.теор.	5
565	8 + 1,5 *	пол.теор.	5
568	15 + 5	пол.теор.	7
568	54 + 15 **	пол.теор.	8
575 + 33	47 + 22 *	пол.теор.	11
582	36 + 5	пол.теор.	5
583 + 25	125 + 20 *	экстр.	9,10
590	53 + 12 **	пол.теор.	8
660	40 + 5	пол.теор.	5
600	8,5 + 1,5 *	пол.теор.	5
600	18 + 6	пол.теор.	7
610	54 + 13 **	пол.теор.	8
614	39 + 6	пол.теор.	5
615 + 30	51 + 13 *	экстр.	5
625 + 33	63 + 25 *	пол.теор.	11
627	59 + 15 **	пол.теор.	8
628	54 + 6	пол.теор.	5
628	12,5 + 1,5 *	пол.теор.	5
630	36 + 8	пол.теор.	7
630 + 23	180 + 30 *	экстр.	9,10
647	43 + 6	пол.теор.	5
650	64 + 16 **	пол.теор.	8
660	43 + 6	пол.теор.	5
660	14 + 1,5 *	пол.теор.	5
660	35 + 7	пол.теор.	7
668	72 + 12 **	пол.теор.	8

670	60 + 7	пол.теор.	5
674 ± 21	240 + 75*	экстр.	9,10
674 ± 27	92 + 33*	экстр.	5
675 ± 33	44 + 19 *	пол.теор.	II
687	59 + 7	пол.теор.	5
687	17 + 2,5*	пол.теор.	5
688 ± 70	90 + 30 *	пол.теор.	12
688	50 + 8	пол.теор.	7
690	93 + 11**	пол.теор.	8
702	66 + 7	пол.теор.	5
707	112 + 7 **	пол.теор.	8
708 ± 20	135 + 115 *	экстр.	9,10
	125		
714	86 + 9	пол.теор.	5
714	18 + 3*	пол.теор.	5
715	70 + 9	пол.теор.	7
725 ± 33	63 + 25	пол.теор.	II
726	136 + 16 **	пол.теор.	8
726 ± 26	161 + 57*	экстр.	5
742	77 + 7	пол.теор.	5
742	15,5 + 2 *	пол.теор.	5
742	69 + 9	пол.теор.	7
750	120 + 25 **	пол.теор.	8
755	89 + 9	пол.теор.	5
766	74 + 9	пол.теор.	5
766	13 + 3 *	пол.теор.	5
767	74 + 9	пол.теор.	7
768	118 + 16 **	пол.теор.	8
775 ± 33	41 + 19 *	пол.теор.	II
776	60 + 7	пол.теор.	5
778 ± 24	0 + 181 +	экстр.	5
790	16 + 3 *	пол.теор.	5
790	46 + 7	пол.теор.	5
790	90 + 30**	пол.теор.	8
790	42 + 8	пол.теор.	7
804	29 + 7	пол.теор.	5
810	68 + 41	пол.теор.	8
814	II - 34*	пол.теор.	5
	II + 3	пол.теор.	5

8I4	$14 \pm 7$	пол.теор. <sup>5</sup>
8I4	$30 \pm 8$	пол.теор. <sup>7</sup>
$8I4 \pm 50$	$58 \pm 15^*$	пол.теор. <sup>12</sup>
824	$14 \pm 11$	пол.теор. <sup>5</sup>
$825 \pm 33$	$16 \pm 16^*$	пол.теор. <sup>11</sup>
830	$58 + 20$ $- 55$	пол.теор. <sup>8</sup>
837	$18 \pm 7$	пол.теор. <sup>7</sup>
860	$8 \pm 8$	пол.теор. <sup>7</sup>
$922 \pm 50$	$46 \pm 19^*$	пол.теор. <sup>12</sup>
$1,020 \pm 0,045$	$30 \pm 10^*$	пол.теор. <sup>12</sup>
$1,109 \pm 0,042$	$22 \pm 9^*$	пол.теор. <sup>12</sup>
$1,191 \pm 0,038$	$8 \pm 7^*$	пол.теор. <sup>12</sup>

---

\*) Приведенное значение является сечением упругого  $\pi - \pi^0$  рассеяния ( изотопическая инвариантность).

\*\*) Приведено среднеквадратичное двух значений, указанных в работе /8/.

+) Экстраполяционная процедура по методу Чу-Лоу приводит к отрицательному среднему значению  $\sigma_{el}$  ; в таблице указана область возможных положительных значений  $\sigma_{el}$ , допустимых погрешностью экстраполяции.



ТАБЛИЦА 3  
 $\pi^+ - \pi^-$  взаимодействие

$\omega$ , МэВ	$\sigma_{el}$ , мб	Метод
278 $\pm$ 3	29 $\pm$ 5	пол.теор. 2,14
284 $\pm$ 4	5 $\pm$ 2,5	экстр. 13
286 $\pm$ 2	27,9 $\pm$ 6,2	пол.теор. 15
290 $\pm$ 2	20,1 $\pm$ 4,2	пол.теор. 15
292	6,4 $\pm$ 2	экстр. 13
296 $\pm$ 3	18,2 $\pm$ 3,6	пол.теор. 15
296 $\pm$ 12	30 $\pm$ 20	экстр. 15
301 $\pm$ 4	6,8 $\pm$ 1,8	экстр. 13
304 $\pm$ 4	19,8 $\pm$ 5,2	пол.теор. 15
306 $\pm$ 24	25 $\pm$ 9	экстр. 13
307 $\pm$ 1,5	11 $\pm$ 3	пол.теор. 2,14
308 $\pm$ 4	10,4 $\pm$ 2,5	экстр. 13
314	3,9 $\pm$ 1,5	пол.теор. 16 *
317 $\pm$ 5,5	6,7 $\pm$ 3	пол.теор. 2,14
325 $\pm$ 33	70 $\pm$ 57	пол.теор. II
348 $\pm$ 20	101 $\pm$ 58	экстр. 13
368	6,9 $\pm$ 3,9	пол.теор. 16
375 $\pm$ 33	57 $\pm$ 38	пол.теор. II
425 $\pm$ 25	35 $\pm$ 19	пол.теор. II
430	15,4 $\pm$ 6,1	пол.теор. 16 *
470	19,2 $\pm$ 6,9	пол.теор. 16 *
475 $\pm$ 33	32 $\pm$ 19	пол.теор. II
506	15,4 $\pm$ 6,1	пол.теор. 16 *
525 $\pm$ 33	13 $\pm$ 10	пол.теор. II
542	21,5 $\pm$ 4,6	пол.теор. 16 *
558	16,9 $\pm$ 0,8	пол.теор. 4
575 $\pm$ 25	19 $\pm$ 10	пол.теор. II
575	15,4 $\pm$ 4,6	пол.теор. 16 *
592	19,2 $\pm$ 0,8	пол.теор. 4

605	33,8 ± 7,7	пол.теор. 16 ж
625 ± 25	19 ± 10	пол.теор. II
625	22,1 ± 0,8	пол.теор. 4
640	51,5 ± 9,2	пол.теор. 16 ж
658	25,8 ± 1	пол.теор. 4
673	74 ± 12,3	пол.теор. 16 ж
675 ± 33	35 ± 13	пол.теор. II
692	29,6 ± 1	пол.теор. 4
700	72,4 ± 11,5	пол.теор. 16 ж
717	30,8 ± 1	пол.теор. 4
725 ± 33	54 ± 13	пол.теор. II
727	94 ± 13,8	пол.теор. 16 ж
742	32,9 ± 1,2	пол.теор. 4
756	107,5 ± 15,4	пол.теор. 16 ж
767	32,9 ± 1	пол.теор. 4
775 ± 25	60 ± 16	пол.теор. II
778	102 ± 13,8	пол.теор. 16 ж
792	32,5 ± 1,2	пол.теор. 4
805	73 ± 12,3	пол.теор. 16 ж
817	32,1 ± 1	пол.теор. 4
827	55,4 ± 9,2	пол.теор. 16
825 ± 33	63 ± 19	пол.теор. II
	16	пол.теор.
842	30,8 ± 1,2	пол.теор. 4
858	60 ± 12,3	пол.теор. 16 ж
858	26,3 ± 1,2	пол.теор. 4
875 ± 33	38 ± 28	пол.теор. II
880	23,1 ± 7,7	пол.теор. 16 ж
900	23,8 ± 6,2	пол.теор. 16 ж

\*) Использовалась одномезонная теория с нуклонным форм-фактором Селлери.

ТАБЛИЦА 4

Среднее сечение  $\pi^+ - \pi^-$  и  $\pi^+ - \pi^0$  взаимодействий

$$\sigma_{\pi\pi} = \frac{1}{2} \{ \sigma_{\pi\pi}(\pi^+\pi^-) + \sigma_{\pi\pi}(\pi^+\pi^0) \}$$

$\omega$	$\sigma_{\pi\pi}, \text{ мб}$	Метод
289 МэВ	54,3	пол.теор. 17
306	52,9	пол.теор. 17
356	109 ± 49	пол.теор. 18
388	69 ± 31	пол.теор. 18
402	27,9	пол.теор. 17
412,5	25, ± 12,5	пол.теор. 18
414	38,6	пол.теор. 17
462,5	13 ± 6,3	пол.теор. 18
489	24,3	пол.теор. 17
500	37,6	пол.теор. 17
512,5	17 ± 8	пол.теор. 18
550	42,5 ± 10	пол.теор. 18
565	30,7	пол.теор. 17
573	40	пол.теор. 17
587,5	11,3 ± 3,8	пол.теор. 18
625	25 ± 8	пол.теор. 18
630	42,9	пол.теор. 17
637	44,3	пол.теор. 17
672	37,5 ± 11,3	пол.теор. 17
690	55	пол.теор. 17
696	71,4	пол.теор. 17
719	60 ± 13,8	пол.теор. 18
743	96,4	пол.теор. 17
750	67,1	пол.теор. 17
750	84 ± 15	пол.теор. 18
788	58 ± 11	пол.теор. 18
795	55	пол.теор. 17
801	41,4	пол.теор. 17
831	36 ± 7,5	пол.теор. 18
843	24,3	пол.теор. 17
849	6,4	пол.теор. 17
862,5	17,2 ± 4	пол.теор. 18
906	8 ± 4 - 3	пол.теор. 18
944	9 ± 4 - 3	пол.теор. 18
I ГэВ	9 ± 4 - 3	пол.теор. 18

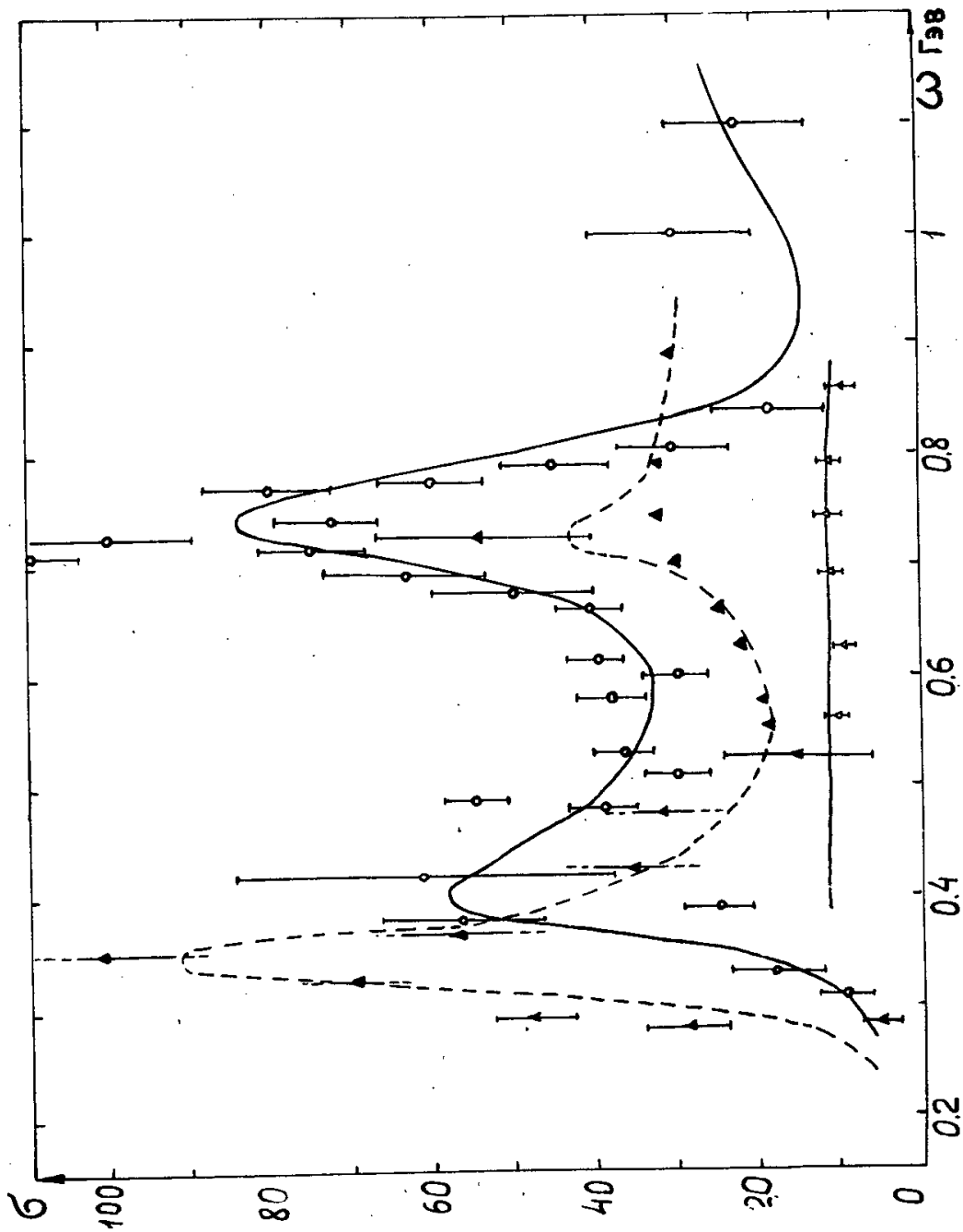


Рис. 2. Сечение упругого  $\pi - \pi$  взаимодействия. Значками  $\circ$ ,  $\Delta$ ,  $\blacktriangle$  отмечены соответственно значения  $\sigma_{\rho}(\pi^+\pi^0)$ ,  $\sigma_{\rho}(\pi^+\pi^+)$ ,  $\sigma_{\rho}(\pi^+\pi^-)$ . Приведены средние кривые.

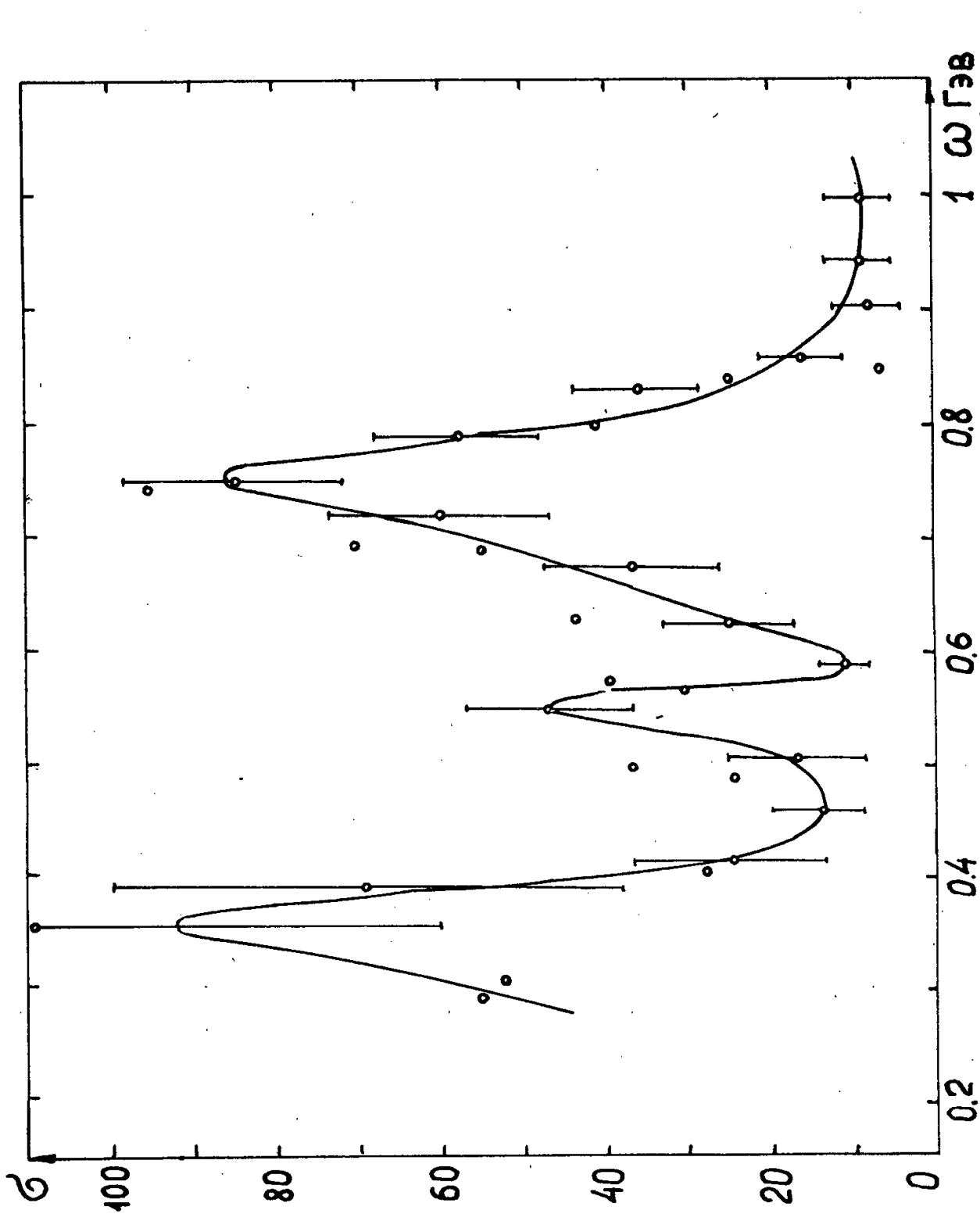


Рис. 3. Средние значения  $\pi-\pi$  взаимодействия  $\sigma_{\rho} = \frac{1}{2} [\sigma_{\rho}(\pi^+\pi^0) + \sigma_{\rho}(\pi^+\pi^-)]$   
Приведены средние кривые.

сечений еще очень велики и вполне возможно, что пики в обоих сечениях на рис. 2 в действительности совпадают. В этом случае резонансным может быть состояние с  $I = 1$  или  $I = 2$ .

ТАБЛИЦА 5

Изотопические состояния, дающие вклад в сечение  $\pi-\pi$  взаимодействий

Взаимодействие	Изотопический спин I		
$\pi^{\pm} - \pi^{\pm}$	2		
$\pi^{\pm} - \pi^0$	2,	I	
$\pi^{\pm} - \pi^{\mp}$	2	I	0

Предположение о преимущественном вкладе состояния с нулевым изотопическим спином в области энергий  $\omega \leq 350-400$  Мэв согласуется с результатами работ<sup>/19-25/</sup>, где аналогичный вывод был получен на основе подробного анализа целого ряда независимых экспериментальных данных по одиночному рождению  $\pi^-$ -мезонов в  $\pi^-N$ -столкновениях и парному рождению  $\pi^-$ -мезонов при взаимодействиях протонов с дейтронами. В частности, используя изотопическую инвариантность и предполагая, что  $\pi^-$ -мезоны взаимодействуют между собой только в одном из возможных состояний по изотопическому спину ( $I = 0, 1, 2$ ), нетрудно установить связь между сечениями реакций из таблицы 6<sup>/23/</sup>. Если  $\pi^-$ -мезоны взаимодействуют только в состоянии  $I=2$  то максимальным будет сечение реакции (4), а сечения реакций (1), (2), (3) и (5) должны составлять соответственно  $1/18, 1/4, 1/9, 1/4$  сечения  $\sigma_4$ . В действительности же, как видно из таблицы 6, максимальным является сечение  $\sigma_1$ , а сечения остальных реакций, в том числе и  $\sigma_4$ , малы по сравнению с  $\sigma_1$ . Если  $I = 1$ , то  $\sigma_3 = \sigma_4 = 0$ , а сечения  $\sigma_2$  и  $\sigma_5$  не могут быть одновременно малыми по сравнению с  $\sigma_1$ . Однако это также противоречит экспериментальным данным таблицы 6. И только предположение о том, что  $\pi^-$ -мезоны взаимодействуют в состоянии  $I = 0$ , приводит к соотношениям  $\sigma_3 = 1/2 \sigma_1, \sigma_2 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0$ , согласующимся с опытом.

ТАБЛИЦА 6

Сечения рождения  $\pi$ - мезонов в  $\pi^- - p$  и  $\pi^- - n$  взаимодействиях при энергии  $T=290$  Мэв <sup>23,24</sup>

№№	Реакция	Сечение , мб
1.	$\pi^- + p \rightarrow n + \pi^+ + \pi^-$	$0,61 \pm 0,13$ ( $\sigma_1$ )
2.	$\pi^- + p \rightarrow p + \pi^0 + \pi^-$	$0,2 \pm 0,1$ ( $\sigma_2$ )
3.	$\pi^- + p \rightarrow n + \pi^0 + \pi^0$	— ( $\sigma_3$ )
4.	$\pi^- + n \rightarrow p + \pi^- + \pi^-$	} $0,1$ ( $\sigma_4$ )
5.	$\pi^- + n \rightarrow n + \pi^- + \pi^+$	

Вместе с тем в настоящее время имеются серьезные основания сомневаться, действительно ли двухпионное состояние с нулевым изотопическим спином имеет резонанс в области  $\omega \lesssim 350$  Мэв и не обусловлено ли это недостаточно корректным анализом экспериментальных данных.

Впервые указания на такой резонанс были получены в работах <sup>/20,21/</sup> из рассмотрения неупругих реакций

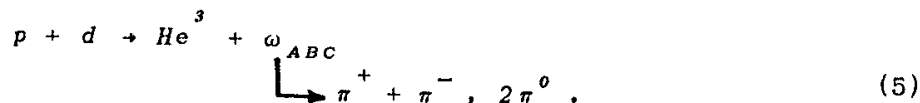
$$p + d \rightarrow \begin{cases} H^3 + \pi^+ \\ H^3 + \pi^+ + \pi^0 \end{cases}, \quad (3)$$

$$p + d \rightarrow \begin{cases} He^3 + \pi^0 \\ He^3 + \pi^+ + \pi^- \\ He^3 + 2\pi^0 \end{cases}. \quad (4)$$

Наличие резонанса в системе двух  $\pi$ -мезонов должно приводить к соответствующему максимуму в импульсном спектре ядер  $H^3$  и  $He^3$ . Так как изотопические спины начального состояния и ядер  $H^3$  и  $He^3$  равны  $1/2$ , а их проекции составляют соответ-

ственно  $1/2$ ,  $-1/2$  и  $1/2$ , то система двух  $\pi$ -мезонов в реакции (3) может находиться лишь в состоянии с изотопическим спином  $I = 1$ , а в реакции (4) — в состоянии с  $I = 0$  или  $I = 1$ . Поэтому  $\pi$ - $\pi$  резонанс в состоянии с  $I = 1$  должен проявляться как в реакции (3), так и в реакции (4), в то время как резонансное  $\pi$ - $\pi$  взаимодействие в состоянии с  $I = 0$  скажется лишь в спектре  $\text{He}^3$  в реакции (4).

Результаты измерений приведены на рис. 4 и 5. Отчетливо наблюдающийся нерегулярный ход спектра  $\text{He}^3$  в районе  $p \approx 1,4$  Гэв/с указывает на возможность резонансной реакции



Введенную таким образом частицу  $\omega_{ABC}$  принято называть "ABC-резонансом" по имени авторов работ /20,21/. Из рис. 5 видно, что масса этого резонанса  $M \approx 1070$  Мэв. Нетрудно показать, что  $\omega_{ABC}$  является скалярной частицей, т.е. его спин  $J=0$ , а четность положительна.

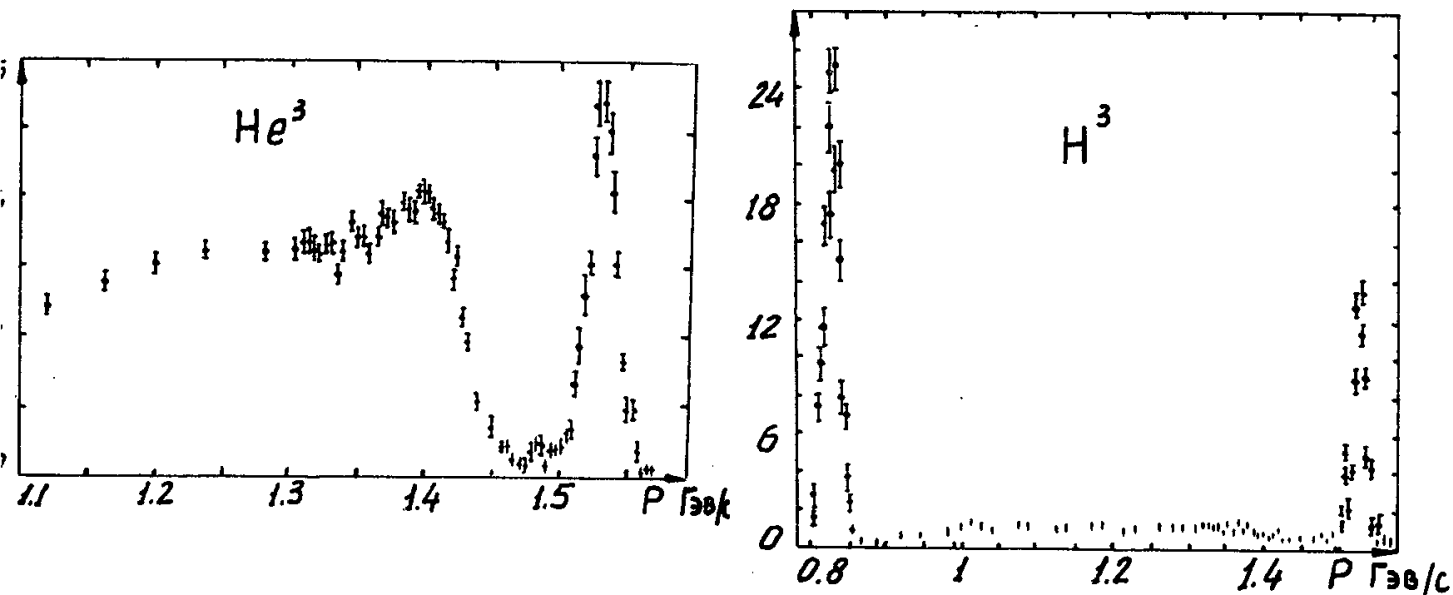


Рис. 4. Импульсный спектр ядер в реакциях (3) и (4) (в относительных единицах). Пики при  $p \approx 0,83$  и  $1,53$  Гэв/с обусловлены одномезонными реакциями.

Однако интерпретация "ABC-аномалии" как резонансного взаимодействия является далеко не однозначной. Эту аномалию можно приписать также сильному нерезонансному взаимодействию  $\pi$ -мезонов в конечном состоянии /21,23-29/. В частности, в работе /29/ отмечалось, что аномалия наблюдается на конце спектра; при этом



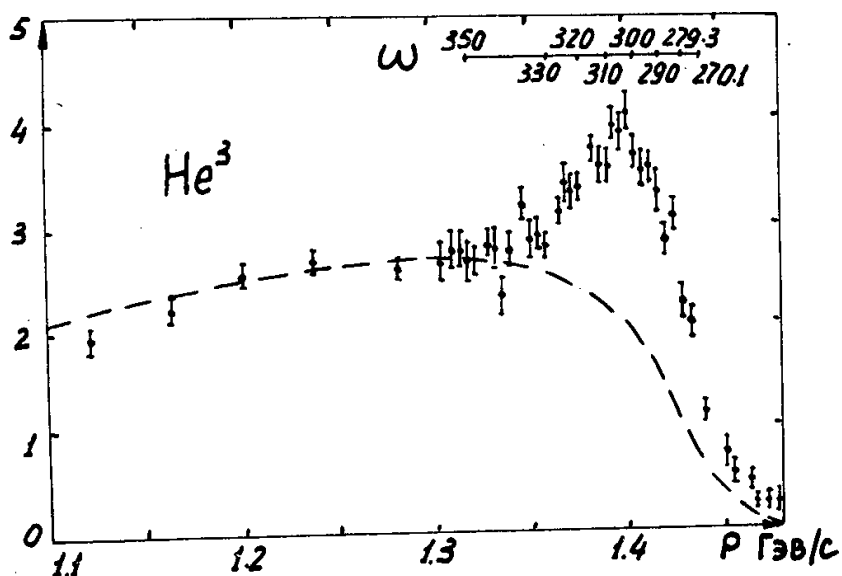


Рис. 5. Импульсный спектр ядер  $He^3$  в реакции с  $l=0$ , полученный как разность данных, приведенных на рис. 4 (в относительных единицах). Пунктиром указана фазовая кривая, вычисленная без учета  $\pi-\pi$  взаимодействия. Сверху приведена шкала масс резонанса  $\omega_{ABC}$  в Мэв.

резонансный пик появляется в результате вычитания из экспериментальных данных фазового объема, нормированного на часть экспериментальной кривой вне области пика. Такая процедура заранее предполагает, что в реакции наряду с трехчастичным каналом  $p + d \rightarrow He^3 + \pi + \pi$  существует двухчастичный канал (5). Другой причиной отклонения экспериментального спектра от трехчастичного фазового объема может быть зависимость матричного элемента трехчастичной реакции от массы двухионной системы  $\omega$ . В этом случае для качественного выяснения зависимости квадрата матричного элемента реакции от  $\omega$  следует разделить экспериментальные данные на величину фазового объема, нормированного на всю площадь под экспериментальной кривой. На рис. 6 показан результат такого деления экспериментальных данных работы /21/. Как видно, никаких аномалий резонансного характера в этом случае не наблюдается. Этот результат является дополнительным аргументом в пользу того, что причиной появления "аномалий" в работах /20,21/ является не образование новой частицы, а нерезонансное взаимодействие  $\pi$ -мезонов в конечном состоянии.

В работе /29/ подробно исследовалось распределение эффективной массы системы  $(\pi^+ + \pi^-)$ , рождающейся в реакции  $\pi^- \rightarrow p + \pi^+ + \pi^-$  в области ABC-резонанса. Экспериментальная гистограмма (см.рис. 7) оказывается смещенной по сравнению с фазовой кривой в сторону больших значений масс. Однако это смещение, как хорошо видно

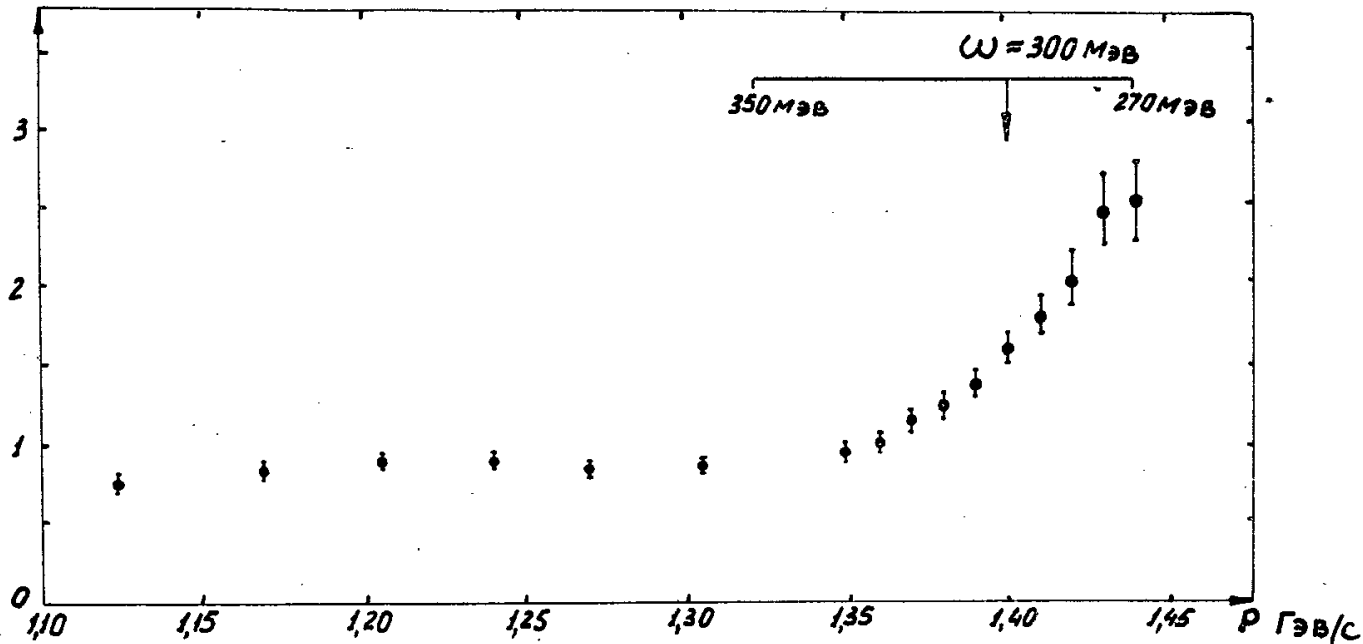


Рис. 6. Результат деления экспериментальных данных, приведенных на рис. 4, на фазовый объем реакции  $p + d \rightarrow He^3 + \pi^+ + \pi^-$  (в относительных единицах) /29/.

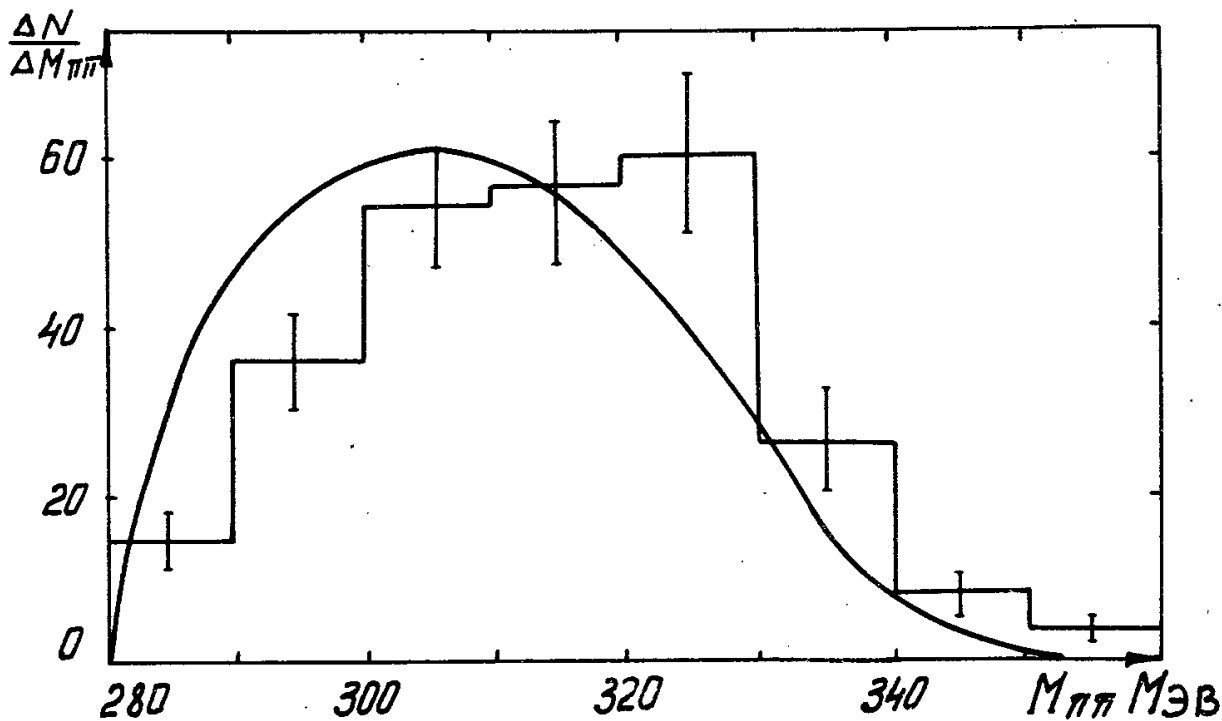


Рис. 7. Распределение эффективной массы пар частиц  $(\pi^+ - \pi^-)$ , рождающихся в реакции  $\pi^- + p \rightarrow n + \pi^+ + \pi^-$  при  $T=240$  МэВ /29/. Сплошной кривой указано распределение, вычисленное без учета  $\pi-\pi$  взаимодействия.

на рис. 8, не связано ни с какими резонансными явлениями. В пределах ошибок измерений этот результат соответствует тому, что верхний предел полного сечения образования ABC-резонанса с массой  $300 \pm 10$  МэВ в рассматриваемой реакции не превышает  $10^{-29}$  см<sup>2</sup>.

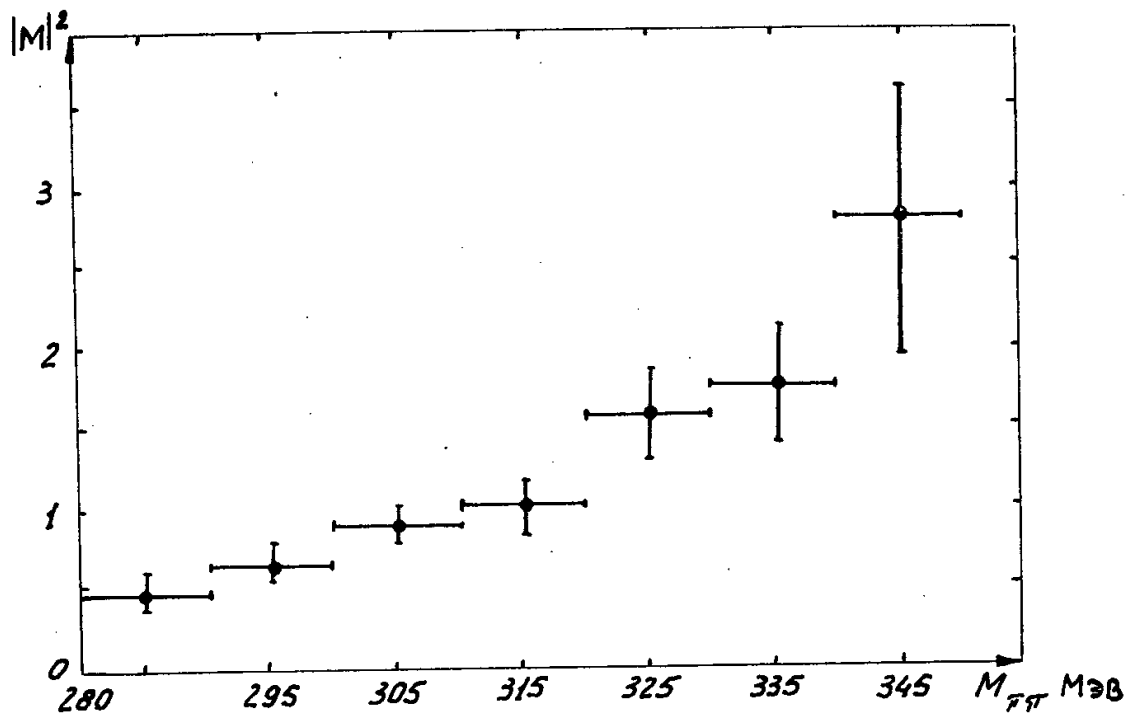
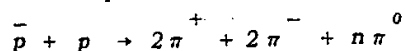


Рис. 8. Зависимость матричного элемента реакции  $\pi^- + p \rightarrow n + \pi^+ + \pi^-$  при  $T=240$  МэВ от массы  $M_{\pi^+\pi^-}$ . Эта зависимость получена в работе /29/ делением на фазовый объем (теоретич. кривая на рис. 7) экспериментальной гистограммы рис. 7.

Предположение о существовании ABC-резонанса приводит к резкому противоречию также с известными экспериментальными данными по распадам K-мезонов: теоретическое значение вероятности  $K_{s4}$ -распадов в этом случае приблизительно на порядок превосходит экспериментальное /30/.

Указания на отсутствие каких-либо аномалий резонансного характера в системе двух  $\pi$ -мезонов с  $I=0$  в интервале 280-400 МэВ были получены также в ряде других работ (см., например, /31,32/).

С другой стороны, в работе /33/ сообщалось об обнаружении некоторой аномалии на месте ABC-резонанса в распределении эффективной массы пар  $(\pi^+ + \pi^-)$ , образующихся при аннигиляции антипротонов



в водородной пузырьковой камере.

мнения о  $\alpha$ -резонансе в настоящее время еще нет, подавляющее число работ приводит к заключению, что в области  $\omega \lesssim 350-400$  Мэв взаимодействие  $\pi$ -мезонов в состоянии с изотопическим спином  $I = 0$  не имеет никаких резонансов, хотя и является значительно более сильным, чем в состояниях с  $I > 0$ . Отсюда следует, что в области  $\omega \lesssim 400-450$  Мэв пики в сечениях  $\sigma_{\rho^0}(\pi^+ \pi^0)$  и  $\sigma_{\rho^0}(\pi^+ \pi^0)$  на рис. 2 должны совпадать. Анализ эффективной массы пар заряженных  $\pi$ -мезонов в этой области энергий дает для резонансной энергии значение  $\omega = 395 \pm 10$  Мэв (см. рис. 9); ширина резонансного пика на половине его высоты при этом составляет  $50 \pm 20$  Мэв, что в пределах экспериментальных ошибок согласуется с кривыми на рис. 2 и 3. В литературе резонанс, соответствующий этому пику, часто называют  $\alpha$ -мезоном.

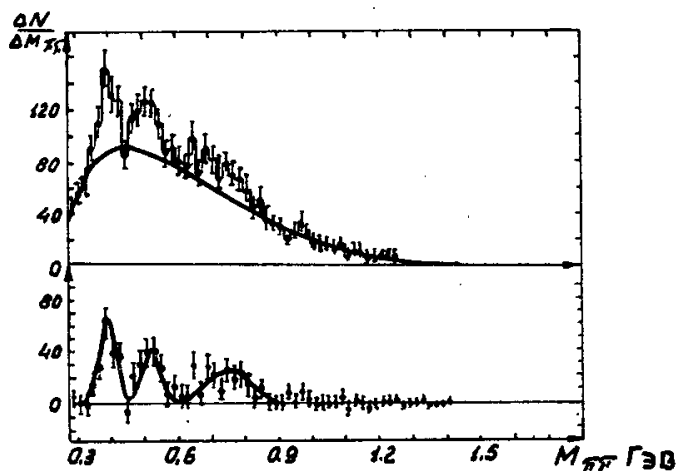


Рис. 9. Распределение эффективной массы пар  $(\pi^+ + \pi^-)$ , рождающихся в неупругих  $\pi$ - $p$  взаимодействиях при  $T=4,55$  Гэв. Сплошной кривой указано распределение, вычисленное без учета  $\pi$ - $\pi$  взаимодействия. На нижнем рис. приведена разность экспериментального и теоретического распределений. Сплошной кривой отмечены средние значения<sup>34)</sup>. На обоих рисунках отчетливо проявляются пики, соответствующие мезонам  $\alpha, \beta$  и  $\rho^0$ .

Так как в распределении эффективной массы пар  $(\pi^+ + \pi^-)$  никаких заметных аномалий при  $\omega = 400$  Мэв не наблюдается (см. рис. 10), можно заключить, что изотопический спин  $\alpha$ -мезона равен единице. Наиболее вероятное значение спина  $\alpha$ -мезона также равно единице<sup>x)</sup>.

x) Изотопическая функция пары  $(\pi^+ + \pi^-)$  в состоянии с  $I = 1$ ,

$$I_0^1 = \sqrt{1/2} \{ |\pi^+ \pi^- \rangle - |\pi^- \pi^+ \rangle \}$$

является нечетной функцией относительно перестановки  $\pi^+$  и  $\pi^-$ . Так как полная волновая функция должна быть четной, то пара  $(\pi^+ + \pi^-)$  должна находиться в состоянии с нечетным орбитальным моментом. В области низких энергий наиболее вероятным является  $p$ -состояние.

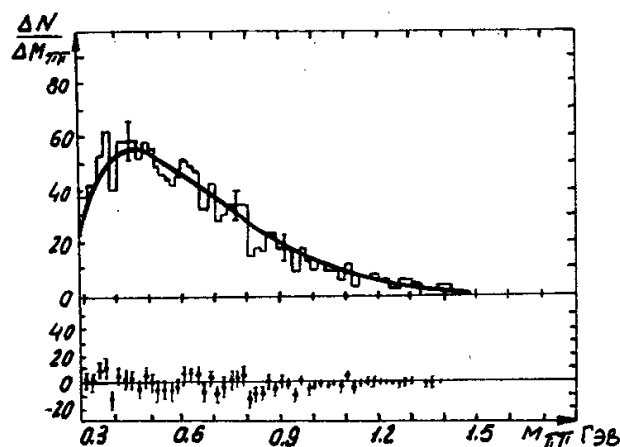


Рис. 10. Распределение эффективной массы пар  $(\pi^+ - \pi^-)$ , рождающихся в неупругих  $\pi^- - p$  взаимодействиях при  $T = 4,55$  Гэв<sup>/34/</sup>. Все обозначения те же, что и на рис. 9. В пределах экспериментальных ошибок не видно никаких отклонений от теоретических кривых.

Из сопоставления распределений эффективных масс на рис. 7, 9 и 10 можно заключить, что  $\omega = 395$  Мэв является самой нижней резонансной энергией в системе двух  $\pi$ -мезонов. При меньших энергиях никаких резонансных взаимодействий не наблюдается.

В интервале энергий от 400 до 700 Мэв в сечениях  $\sigma(\pi^+ \pi^-)$  и  $\sigma(\pi^+ \pi^0)$ , полученных методом Чу-Лоу, заметен всего лишь один пик при  $\omega \approx 550$  Мэв. Хотя этот пик проявляется лишь в усредненном сечении на рис. 3, в пределах экспериментальных ошибок он не противоречит и данным, приведенным на рис. 2. Вместе с тем сечение  $\sigma(\pi^+ \pi^-)$  в рассматриваемой области энергий изменяется очень плавно и не обнаруживает никаких аномалий резонансного характера.

Изучение эффективных масс пар  $\pi$ -мезонов, рождающихся в различных неупругих реакциях, показало, что в интервале  $\omega = 400 - 700$  Мэв наблюдаются два различных резонанса в состояниях с изотопическим спином  $I = 0,1$  и один резонанс в состоянии с  $T = 2$ .

Во-первых, это резонанс при  $\omega = 550 - 570$  Мэв, впервые уверенно наблюдавшийся в работе<sup>/35/</sup> и в последующем подтвержденный во многих других работах. В настоящее время этот резонанс следует считать твердо установленным. Соответствующий ему резонанс в литературе принято называть  $\xi$ -мезоном. Кроме того, в работе<sup>/34/</sup> получены указания на существование резонансного взаимодействия при несколько меньшей энергии:  $\omega = 520 \pm 20$  Мэв. Хотя этот резонанс наблюдался всего лишь в одной работе из рис. 9 видно, что он является достаточно достоверным. Так как в распределении эффективных масс на рис. 100 никаких аномалий не заметно, можно предполагать, что изотопический спин резонансного состояния  $I = 0$  или 1.

В пределах экспериментальной точности оба эти резонанса могут давать вклад в пик на рис. 3.

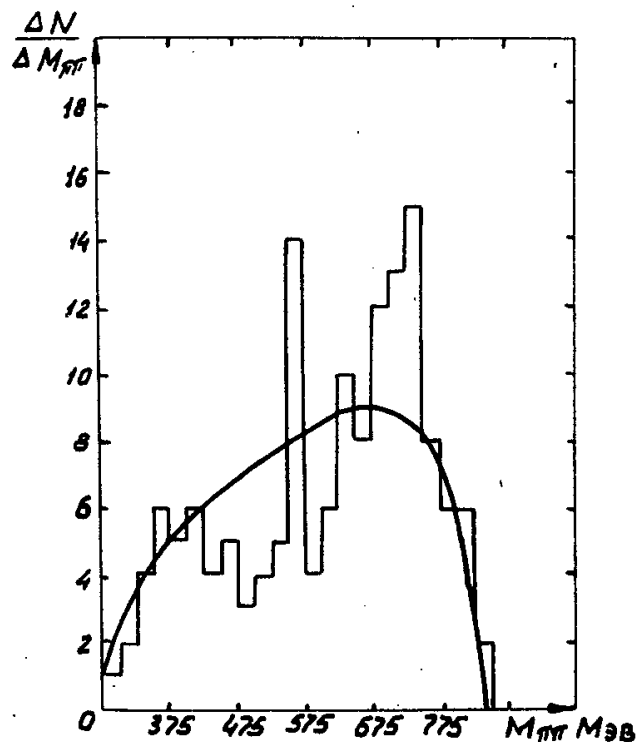


Рис. 11. Эффективная масса пары ( $\pi^+ + \pi^0$ ), рождающейся в реакции  $p + p \rightarrow d + \pi^+ + \pi^0$  при 2,05 Бэв<sup>/36/</sup>. Указана также кривая, вычисленная без учета  $\pi - \pi$  взаимодействия. Отчетливо видны пики, соответствующие  $\xi^-$ - и  $\rho$ -мезонам.

Двухпионный резонанс в состоянии с  $I = 2$  при  $\omega = 620 \pm 17$  Мэв был обнаружен в работе<sup>/37/</sup>. Величина пика в резонансной точке (см. рис. 12) почти на три стандартных ошибки выходит за фазовую кривую. Возможность такого резонанса отмечалась в работе<sup>/41/</sup> при исследовании рождения мезонов в  $\pi^- - d$  столкновениях и в работах<sup>/38,39/</sup> при изучении неупругих  $\pi^- - p$  взаимодействий. В обоих случаях отклонение от фазовой кривой достигало нескольких стандартных ошибок.

С другой стороны, в распределениях эффективных масс пар заряженных мезонов из неупругих  $\pi^+ - p$  взаимодействий никаких резонансных явлений в области энергий  $\omega = 600$  Мэв не обнаружено<sup>/35,42/</sup>.

Этот вопрос требует еще дальнейшего экспериментального изучения.

В области больших энергий хорошо известны двухпионные резонансы в состоянии с  $I = 1$  при  $\omega = 740 - 780$  Мэв и в состоянии с  $I = 0$  при 1,25 Гэв. Резонансы, соот-

ветствующие этим резонансам, наблюдались во многих работах (см. рис. 10, 12, 13) и получили название  $\rho$  - и  $f$  -мезонов. Пик при  $\omega \approx 750$  Мэв хорошо заметен на рис. 2 и 3.

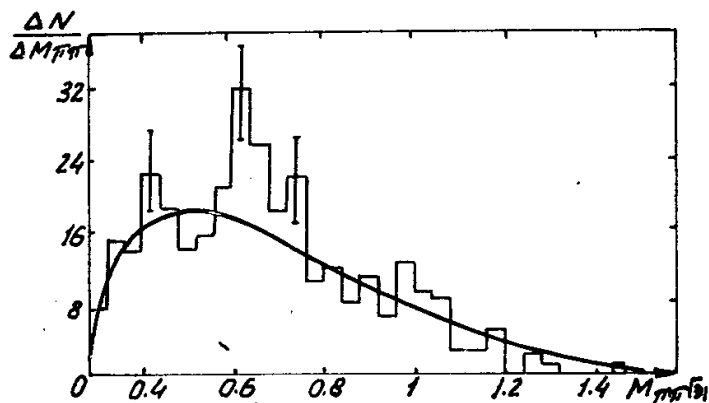


Рис. 12. Эффективная масса пар заряженных  $\pi$  -мезонов ( $\pi^+\pi^-$ ) из неупругих  $\pi^-p$  взаимодействий при  $T=3,86$  Гэв. Указано также распределение эффективных масс, вычисленное без учета  $\pi$ - $\pi$  взаимодействия. Пик при 620 Мэв выходит за 2,7 стандартных ошибки.

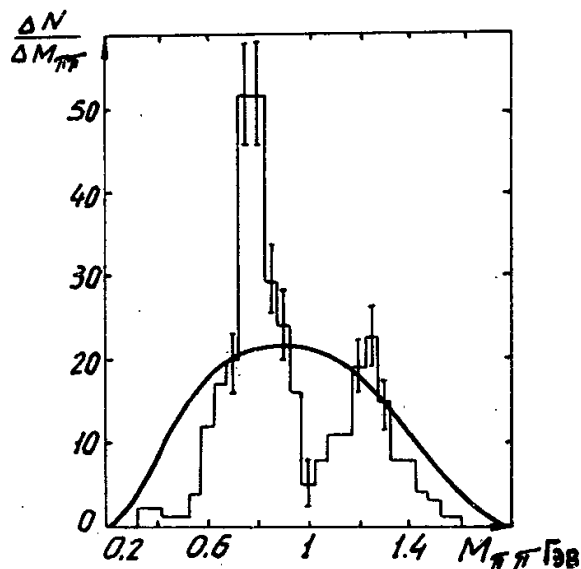


Рис. 13. Распределение по эффективной массе пар мезонов, рождающихся в реакции  $\pi^- + p \rightarrow n + \pi^+ + \pi^-$  при 2,86 Гэв. На фоне фазовой кривой, не учитывающей  $\pi$ - $\pi$  взаимодействие, резко выделяются пики, соответствующие  $\rho$  - и  $f$  -мезонам.

В недавней работе<sup>/48/</sup> обнаружен вполне отчетливый пик в распределении эффективной массы пар  $(\pi^+ + \pi^-)$  при  $\omega = 0,9-1$  Гэв (см. рис. 14). Как показали статистические расчеты, вероятность того, что этот пик является чисто статистической флуктуацией, по порядку величины не превосходит  $10^{-6}$ .

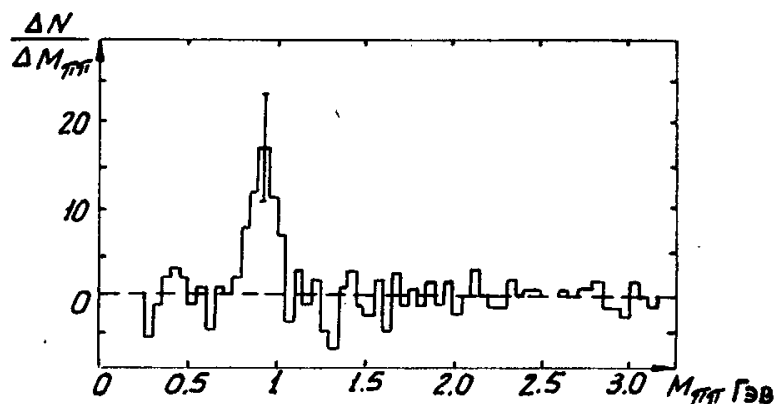


Рис. 14. Разность экспериментального и теоретического распределений эффективной массы двухпионной системы  $(\pi^+ + \pi^-)$ , образующейся в неупругих  $\pi^- - p$  взаимодействиях при  $T = 7-8$  Гэв<sup>/48/</sup>. Теоретическое распределение не учитывает резонансного  $\pi - \pi$  взаимодействия в интервале  $M_{2\pi} = 0,9-1$  Гэв.

При исследовании эффективных масс двухпионных систем с изотопическими спинами  $I = 1$  и  $2$  в работах<sup>/49,50/</sup> отмечен пик в районе  $\omega \approx 1$  Гэв. При этой же энергии наблюдаются пики в распределении эффективной массы четверок  $\pi^-$ -мезонов, образующихся при аннигиляции быстрых антипротонов в водороде<sup>/52/</sup>. Возможно, что эти пики являются следствием четырехпионного типа распада резонанса, наблюдавшегося в работах<sup>/49-50/</sup>. Тот факт, что пики наблюдаются во всех случаях, когда электрический заряд четверки  $\pi^-$ -мезонов  $Q_{4\pi} = 0$ , и не наблюдаются, когда  $Q_{4\pi} = \pm 2$  указывает на то, что изотопический спин этого резонанса  $I < 2$  (см. § 3).

Возможность резонансного пика при  $M_{4\pi} \approx 1,05$  Гэв отмечалась также в кратком сообщении<sup>/51/</sup>.

Строго говоря, в пределах экспериментальных ошибок нельзя исключить, что пик при  $\omega \approx 922$  Мэв, наблюдавшийся в работе<sup>/48/</sup> и пики при несколько больших энергиях из работ<sup>/49-52/</sup> относятся к одному и тому же резонансному состоянию.

В настоящее время имеются некоторые указания на  $\pi - \pi$  резонансы при еще больших энергиях. Так для согласования с экспериментом импульсного спектра протонов отдачи в неупругих  $\pi^- - p$  столкновениях при  $T = 7$  Гэв, вычисленного с помощью одномезонной теории, необходимо предположить резонансное взаимодействие  $\pi^-$ -мезонов при  $\omega \approx 2$  и  $2,6$  Гэв<sup>/53/</sup>; лишь при этом условии одномезонная теория может



объяснить дополнительные максимумы, наблюдаемые в импульсном спектре протонов. Однако это указание является весьма слабым, так как расхождение теории и эксперимента, возможно, связано с неприменимостью одномезонного приближения в области  $T \approx 7$  Гэв.

Различить между этими двумя возможностями можно было бы, выполнив измерения импульсных спектров протонов отдачи при больших энергиях. Если дополнительные максимумы в спектре протонов обусловлены резонансными  $\pi - \pi$  взаимодействиями, то с ростом энергии первичного  $\pi^-$ -мезона эти максимумы по определенному закону должны сдвигаться в область все больших значений импульсов<sup>/53/</sup>.

В работе<sup>/54/</sup>, где исследовались спектры протонов отдачи в  $\pi^-p$ -взаимодействиях при  $T = 16$  Гэв, действительно наблюдался такой сдвиг максимумов в спектре. Однако статистика проанализированных протонов в этой работе очень мала, и каких-либо более определенных заключений отсюда получить еще нельзя.

Так как дополнительные максимумы в импульсных спектрах протонов наблюдаются как в звездах с малым числом лучей, так и в многолучевых звездах, следует ожидать, что резонансные двухпионные состояния с массой  $\omega \approx 2$  и 2,6 Гэв, если они действительно существуют, с большой вероятностью распадаются на четыре и большее число  $\pi$ -мезонов. Это согласуется с экспериментальными указаниями об аномалии в распределении эффективной массы четырех  $\pi$ -мезонов в районе 2 Гэв (см. § 3).

Основные свойства двухпионных резонансов суммированы в табл. 7. В следующей таблице приведены экспериментальные вероятности известных типов распадов этих резонансов.

В литературе имеются указания на возможность ряда других резонансов в системе двух  $\pi$ -мезонов (см., например,<sup>/49,50/</sup>). Однако во всех случаях статистика зарегистрированных событий очень мала, и резонансные аномалии практически не выходят за границы ошибок измерений.

До сих пор речь шла лишь о сечениях упругих  $\pi - \pi$  взаимодействий. Сведения о сечениях перезарядки и сечениях  $\sigma_{in}(\pi\pi)$  и  $\sigma_t(\pi\pi)$  в настоящее время чрезвычайно бедны.

Ниже порога рождения  $\pi$ -мезонов  $T_\pi \approx 810$  Мэв

$$\sigma_t(\pi\pi) = \sigma_{in}(\pi\pi) + \sigma_{ex}(\pi\pi).$$

Однако величина  $\sigma_{ex}(\pi\pi)$  известна всего лишь в одной точке: при  $T \approx 0$

$$\sigma_{ex}(\pi\pi) \equiv \sigma(\pi^- \pi^+ + \pi^0 \pi^0) = 4 \frac{+6}{-4} \text{ мб}.$$

(Это значение вычислено по длинам рассеяния, определенным из анализа неупругих  $\pi - N$  взаимодействий<sup>/55/</sup>).

ТАБЛИЦА 7  
 Резонансные П-П взаимодействия \*/

Резонанс	$T_2$ , МэВ	М, МэВ	Г, МэВ	I	Четность, $\nu$ G-четность, $g$	Литература
$\alpha$	$277 \pm 28$	$395 \pm 10$	$50 \pm 20$	I	I	34
$\beta$	$686 \pm 74$	$520 \pm 20$	$70 \pm 30$	0 или I		34
$\xi$	$860 \pm 40$	$565 \pm 10$	$\leq 70$	I	I	35, 36, 44, 45
$\delta$	$1098 \pm 75$	$620 \pm 17$	75	2	$2n^+ (n=0,1,...)$	37-41
$S^0$	$1729 \pm 54$	$750 \pm 10$	$100 \pm 10$	}	$1^-$	46, 47
$S^+$	$1838 \pm 55$	$770 \pm 10$	$130 \pm 10$			
$B$	$2756 \pm 198$	$922 \pm 30$	$\leq 150$			48
$\alpha$	$3658 \pm 375$	$1050 \pm 50$	100	1	$2n (n=0,1,...)$	49-52
$f$	$5300 \pm 223$	$1250 \pm 25$	$100 \pm 25$	0	2	55-59, 80
$X_1$	$\sim 14000$	$\sim 2000$		$\geq 1$		53, 81 **
$X_2$	$\sim 23860$	$\sim 2600$		$\geq 1$		53 **
$h$	$\Delta$	$548 \pm 1$	10	0	$0^-$	46, 47, 76
$f$	$\Delta$	$625 \pm 25$	100			78
$\omega$	$\Delta$	$782 \pm 1$	15	0	$1^-$	46, 47, 82
(3П)	$\Delta$	$1000 \pm 10$	$120 \pm 40$	I		79
(4П) <sub>1</sub>	6230	1350	$\sim 100$			92
(4П) <sub>2</sub>	$\sim 14000$	$\sim 2000$	$\sim 100$			53, 81, 93 + +

\*). В этой таблице используются обозначения:

$T_2$  - резонансная энергия в системе, где  
 один из  $\pi$  - мезонов покоится;

$M$  - масса резонона ;

$\Gamma$  - ширина резонансного пика ;

$I$  - изотопический спин резонона ;

$J$  - спин резонона .

†). Первый индекс определяет пространственную четность,  
 второй —  $G$  - четность .

▲). Вследствии сохранения  $G$  - четности трехпионные  
 резонансы не могут образоваться при взаимодействии двух  
 $\pi$  - мезонов .

жж). Существование этого резонанса является очень предположи-  
 тельным.

+†). Вполне возможно, что этот резонанс является проявлением  
 четырехпионного типа распада резонона  $\chi_0$  .

ТАБЛИЦА 8

Распад  $\pi$  - мезонных резонансов

Резонон	Тип распада	Вероятность (%)	Литера- тура
$\alpha$	$2\pi$	100	34
$\beta$	$2\pi$	100	34
$\xi$	$2\pi$	100	35, 36, 44, 45
$\sigma$	$2\pi$	100	37-41
$\rho^0$	$\pi^+ \pi^-$	100	46, 47
— " —	$2\pi^+ 2\pi^-$	< 2	52, 54

Резонанс	Тип распада	Вероятность (%)	Литература
— " —	— " —	~2,5	60
— " —	нейтральные частицы	<20	63
— " —	— " —	6 ± 40	64
$\rho^\pm$	$\pi^\pm \pi^0$	100*	46,47
— " —	$\pi^\pm \pi^+ \pi^- \pi^0$	<5	52,6I
— " —	— " —	2,6 ± 2,7	8
— " —	$\pi^\pm$ + нейтр. частицы	<4	7
— " —	— " —	7,7 + 12,1 - 7,7	8
— " —	$\pi^\pm \zeta$	0,6 ± 0,2	68
— " —	— " —	1,2 + 2,0 - 1,2	52
$\omega$	$\pi^+ \pi^-$	100	48
$\omega$	$2\pi$	100	49-5I
$f$	$\pi^+ \pi^-$	100*	55-59,80
— " —	$2\pi^+ 2\pi^-$	8 ± 6	59
$\chi_1$	$2n\pi, n=1,2,\dots$	100	53,8I
$\chi_2$	— " —	100	53
$\zeta$	$\pi^+ \pi^- \pi^0$	100 *	46,47,76
— " —	нейтральные частицы	165 ± 53	83
— " —	— " —	270 ± 60	84
— " —	— " —	250 ± 50	85
— " —	— " —	310 ± 40	47,78
— " —	— " —	310 ± 120	64
— " —	$3\pi^0$	83 ± 32**	83
— " —	$2\gamma$	≈ 104 ± 32	86
— " —	— " —	135 ± 70	82
— " —	— " —	124 ± 1,26	83,86
— " —	$\pi^+ \pi^- \gamma$	26 ± 8	86
— " —	— " —	26 ± 13	82

Резонанс	Тип распада	Вероятность (%)	Литература
— " —	— " —	< 25	84
— " —	$3\pi^0 + \pi^0 2\gamma$	$174 \pm 87$	82
$\chi$	$3\pi$	100	78
$\omega$	$\pi^+ \pi^- \pi^0$	100*	46,47,82
— " —	$\pi^+ \pi^-$	$\leq 2$	85
— " —	— " —	$10 \pm 3$	3
— " —	— " —	$\geq 5$	87
— " —	— " —	< 10	88
— " —	— " —	$\approx 4,8 \pm 1,2$	90
— " —	— " —	$\approx 3,5$	16
— " —	нейтр. частицы	< 10	63
— " —	— " —	< 5	52
— " —	— " —	$7 \pm 6$	64
— " —	— " —	$10 \pm 4$	85
— " —	$4\pi$	17	52
— " —	$2\pi^+ 2\pi^-$	< 5	61
— " —	$\pi^+ \pi^- 2\pi^0$	< 12	61
— " —	$2\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$	< 1	52
— " —	$\pi^0 \gamma$	$14 \pm 5$	85
— " —	$\pi^+ \pi^- \gamma$	< 3	89
— " —	$e^+ e^-$	$\leq 1$	90
( $4\pi$ ),	$4\pi$	100	92
( $4\pi$ ) <sub>2</sub>	$4\pi$	100	53,81,93 <sup>+</sup>
( $3\pi$ )	$3\pi$	100	79

\*). Вероятность этого типа распада условно принята за 100 %.

\*\*). Приведена полутеоретическая оценка. Подробное обсуждение экспериментальных данных по радиационным распадам  $\chi$ -мезона можно найти в обзоре<sup>191/</sup>.

†) См. примечание <sup>++</sup>) к таблице 7.

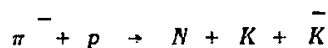
В области больших энергий грубые оценки величины этих сечений можно получить из сравнения с опытом расчетов по одномезонной полюсной теории или с помощью оптического анализа экспериментальных данных по упругому рассеянию  $\pi$ -мезонов на нуклонах. Для средней величины сечений в области  $T \approx 10$  Гэв ( $\omega \approx 1-3$  Гэв) первый способ дает значение /53, 69, 70/

$$\sigma_t \approx 30 \text{ мб}^{\text{x)}$$

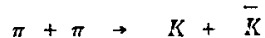
Близкие значения получаются и из оптического анализа /71, 72/.

В сечениях  $\sigma_{in}(\pi\pi)$  и  $\sigma_t(\pi\pi)$  должны проявляться обсуждавшиеся выше двухпионные резонансы.

Интересная попытка получить сведения о сечениях отдельных каналов неупругого  $\pi-\pi$  взаимодействия была сделана в работах /73, 75/. В этих работах из анализа реакции



методом экстраполяции Чу-Лоу были получены оценки сечения канала



для энергий, недалеких от порога:  $\approx 2$  мб для взаимодействия в состоянии с изотопическим спином  $I=0$  и  $\approx 0,6$  мб для  $I=1$ .

Представление о величине сечений  $\pi-\pi$  взаимодействий при очень больших энергиях  $\omega \gg 1$  Гэв можно получить с помощью простых квазиклассических соображений /72/. Для этого сечения  $N-N$  и  $\pi-N$  взаимодействий представим в виде:

$$\sigma(NN) = 4\pi r_N^2, \quad (6)$$

$$\sigma(\pi N) = \pi (r_N + r_\pi)^2.$$

Отсюда следует, что

$$r_\pi = r_N (2\sqrt{\sigma(\pi N)/\sigma(NN)} - 1). \quad (7)$$

При больших энергиях, когда длина волны взаимодействующих частиц очень мала ( $\lambda \ll r_N, r_\pi$ ), величины  $r_N$  и  $r_\pi$  можно рассматривать как эффективные размеры нуклона и мезона. Поэтому

$$\sigma(\pi\pi) \approx 4\pi r_\pi^2 = (2\sqrt{\sigma(\pi N)} - \sqrt{\sigma(NN)})^2. \quad (8)$$

Используя асимптотические значения сечений  $N-N$  и  $\pi-N$  взаимодействий, получим:

x) В работах /53, 69, 70/ показано, что использование достаточно моноэнергетич-  
ных пучков  $\pi$ -мезонов позволит получить сведения не только о средней величине сечения  $\sigma_t(\pi\pi)$ , но также и о его энергетической зависимости.

$$\sigma_{el}(\pi\pi) \approx 2 \text{ мб} \quad , \quad \sigma_{In}(\pi\pi) \approx 10 \text{ мб} \quad , \quad \sigma_t(\pi\pi) \approx 12 \text{ мб} \quad .$$

(При  $T \gg 1$  Гэв сечение  $\sigma_{ex}(\pi\pi) \rightarrow 0$  , как это следует из общих соображений<sup>/73/</sup>).

Полученные таким образом асимптотическое сечение  $\sigma_t(\pi\pi)$  очень близко к значению, вычисленному на основе теории полюсов Редже:

$$\sigma_t(\pi\pi) = \frac{\sigma_t^2(\pi N)}{\sigma_t(NN)} \approx 14 \text{ мб} \quad . \quad (9)$$

Как видно, сечения  $\pi - \pi$  взаимодействий одного порядка величины с сечениями  $N - N$  и  $\pi - N$  взаимодействий.

При переходе от энергий  $\omega \approx 1$  Гэв к асимптотической области  $\omega \gg 1$  Гэв полное сечение  $\pi - \pi$  взаимодействий уменьшается приблизительно вдвое.

## 2. Резонансы в системе трех $\pi$ -мезонов

Резонансное трехпионное взаимодействие впервые было открыто в 1961 г. при исследовании эффективной массы троек  $\pi$ -мезонов,  $(\pi^+ + \pi^- + \pi^0)$ , образующихся при аннигиляции антипротонов<sup>/76/</sup>. При  $M_{3\pi} \approx 780$  Мэв отчетливо наблюдался пик, далеко выходящий за фазовую кривую. Соответствующий резонанс получил название  $\omega$ -мезона.

Почти одновременно был открыт трехпионный резонанс при несколько меньшей энергии:  $M_{3\pi} \approx 550$  Мэв<sup>/77/</sup>. Этот резонанс обычно обозначают буквой  $\eta$ .

В последующем оба резонанса,  $\eta$  и  $\omega$ , многократно наблюдались в самых различных реакциях (см., например, рис. 15 и 16), и свойства их были хорошо изучены.

Еще один трехпионный резонанс при  $M_{3\pi} \approx 625$  Мэв был обнаружен в работе<sup>/78/</sup> (см. рис. 16), однако этот резонанс требует еще дальнейшего изучения. Кроме того, недавно была обнаружена аномалия при  $M = 950 \div 1250$  Мэв в распределении эффективной массы троек  $\pi$ -мезонов, рождающихся в  $\pi - p$  взаимодействиях при  $T = 2,7$  Гэв<sup>/79/</sup>. К сожалению, как отмечают сами авторы работы<sup>/79/</sup>, интерпретация этой аномалии еще весьма неоднозначна.

Основные свойства обсуждавшихся трехпионных взаимодействий собраны в таблицах 7 и 8.

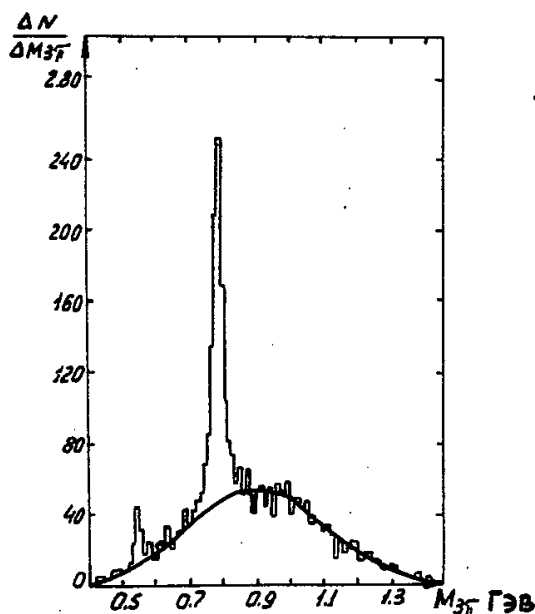


Рис. 15. Распределение эффективной массы троек  $\pi$ -мезонов ( $\pi^+ \pi^- \pi^0$ ), образующихся в реакции  $\pi^+ p \rightarrow p + 2\pi^+ + \pi^- + \pi^0$  при  $T = 2,6$  ГэВ<sup>/46/</sup>. Видны пики, соответствующие  $\eta$ - и  $\omega$ -мезонам.

### 3. Многопионные резонансы

В настоящее время имеются определенные экспериментальные указания на существование резонансов в системе четырех  $\pi$ -мезонов. Некоторые из этих резонансов являются проявлением четырехпионных типов распада уже обсуждавшихся выше резонансов  $\rho$  и  $f$ . В распределениях эффективных масс в этих случаях наблюдаются аномальности при 750 и 1250 Мэв (см., например, /52, 59/ и др.). Такого же происхождения, по-видимому, пики при  $M_{4\pi} \approx 1,05$  Гэв, наблюдавшиеся в работе /52./ (см. рис. 17); их можно интерпретировать как четырехпионный распад резонанса.

Наряду с этим в распределениях эффективных масс  $M_{4\pi}$  имеются пики, которые заведомо нельзя связать с распадом уже известных резонансов.



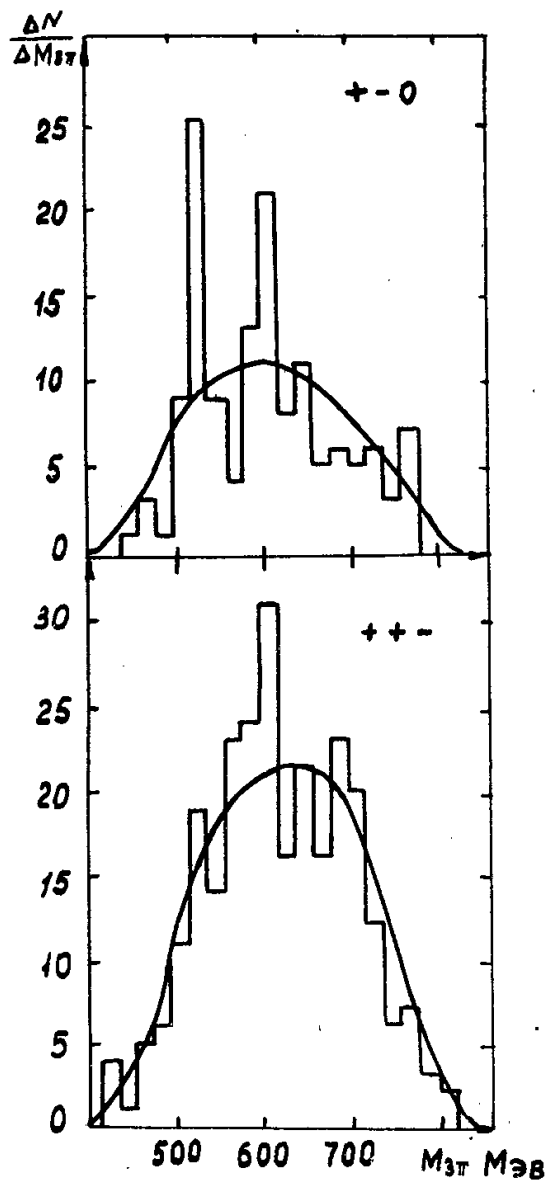


Рис. 16. Верхний рис. - эффективная масса троек  $\pi^-$ -мезонов ( $\pi^+\pi^-\pi^0$ ) из реакции  $p+p \rightarrow 2p+\pi^+\pi^-$  при  $T=2$  Гэв. Приведена теоретическая кривая, вычисленная без учета  $\pi-\pi$  взаимодействия. Нижний рис. - то же для ( $\pi^+\pi^+\pi^-$ ) из реакции  $p+p \rightarrow p+n+2\pi^+\pi^-$ . Отчетливо видны пики резонансов  $\eta$  и  $\chi$  /78/.

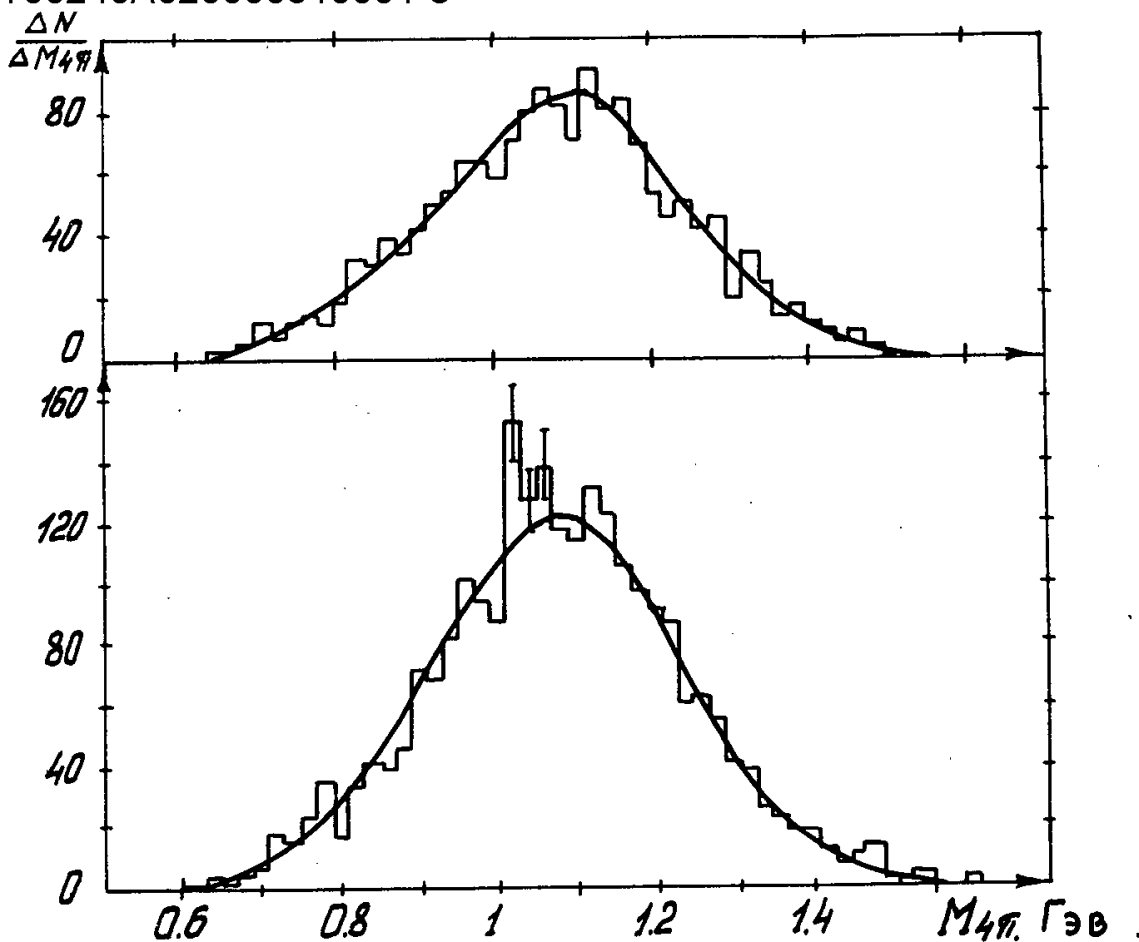


Рис. 17. Эффективная масса системы из четырех  $\pi$ -мезонов, образующихся при аннигиляции антипротонов:  $p + \bar{p} \rightarrow n\pi$ ,  $n=8$ ,  $T = 0,92 \text{ ГэВ}^{1/2}$ .  
 Верхний рис. относится к случаю, когда суммарный электрический заряд четырех  $\pi$ -мезонов  $Q_{4\pi} = \pm 2$  нижний рис. - к случаю, когда  $Q_{4\pi} = 0$ .  
 На обоих рисунках приведено также теоретическое распределение, вычисленное без учета резонансных  $\pi$ - $\pi$  взаимодействий.

На рис. 18 приведено распределение  $M_{4\pi}$  из работы <sup>/92/</sup> с пиком в области 1,3-1,4 ГэВ, резко выделяющемся над кривой фазового объема<sup>х)</sup>. Случаи, входящие в этот пик, были специально проанализированы для определения эффективных масс в любых двухпионных комбинациях:  $M_{\pi^+\pi^-}$ ,  $M_{\pi^-\pi^-}$ ,  $M_{\pi^+\pi^+}$ . В то время как эффективные массы комбинаций  $(\pi^-\pi^-)$  и  $(\pi^+\pi^+)$  имеют более или менее плавные распределения, эффективная масса  $M_{\pi^+\pi^-}$  группируется около двух значений, 550 и 750 МэВ, равных массам  $\xi^-$  и  $\rho^-$  мезонов.

х) Интересно отметить, что в интервале 1,3-1,4 ГэВ наблюдается пик в распределении эффективной массы пар  $K^0 + \bar{K}^0$  (см. § 5). Можно показать <sup>/92/</sup>, что если это совпадение не случайно и резонансные системы четырех  $\pi$ -мезонов и пары  $K^0 + \bar{K}^0$  относятся к одному и тому же состоянию, то это состояние (резонанс) должно иметь нулевой изотопический спин, четный спин, положительные пространственную четность и G-четность.

Для проверки, не является ли этот результат случайным, определение эффективных масс двухпионных компонент было сделано для соседних участков, прилегающих к пику. При этом ни в одной из возможных комбинаций не было обнаружено пиков, соответствующих  $\xi$ - или  $\rho$ -мезону.

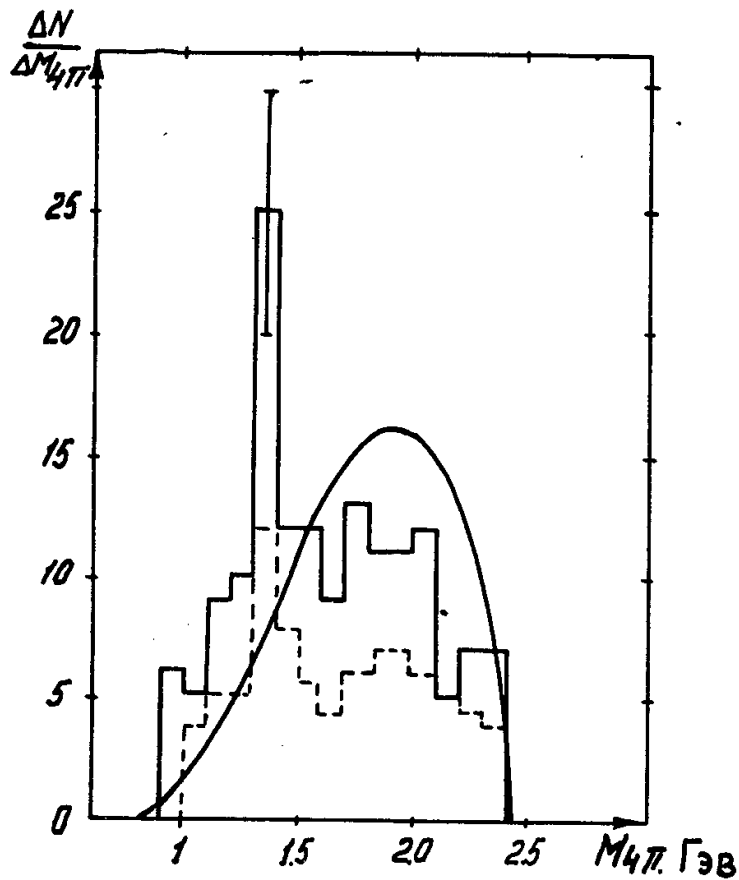
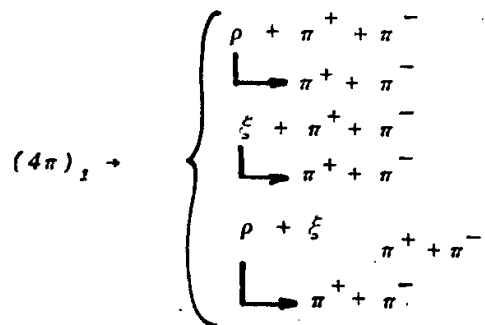


Рис. 18. Распределение эффективной массы четверок  $\pi$ -мезонов ( $2\pi^+ + 2\pi^-$ ) из  $\pi^- - p$  взаимодействий с рождением странных частиц ( $T \approx 7$  ГэВ) /92/. Сплошная гистограмма - распределение из звезд с гипероном  $\Lambda$  или  $\Sigma^0$ ; пунктирная гистограмма - распределение из звезд с парой  $K^0 + \bar{K}^0$ . Указано также теоретическая кривая, не учитывающая  $\pi - \pi$  взаимодействия.

Отсюда можно заключить о каскадном распаде четырехпионного резонансного состояния:



Некоторые аномальности в распределении эффективных масс при  $M_{4\pi} \approx 1,4$  Гэв наблюдались также в работе <sup>/52/</sup>; однако, несмотря на то, что число исследованных событий в этой работе значительно больше, чем в работе <sup>/92/</sup>, эти аномальности трудно отличить от чисто статистических флуктуаций (ср. рис. 19а и 19в). Ситуация здесь является еще очень неясной.

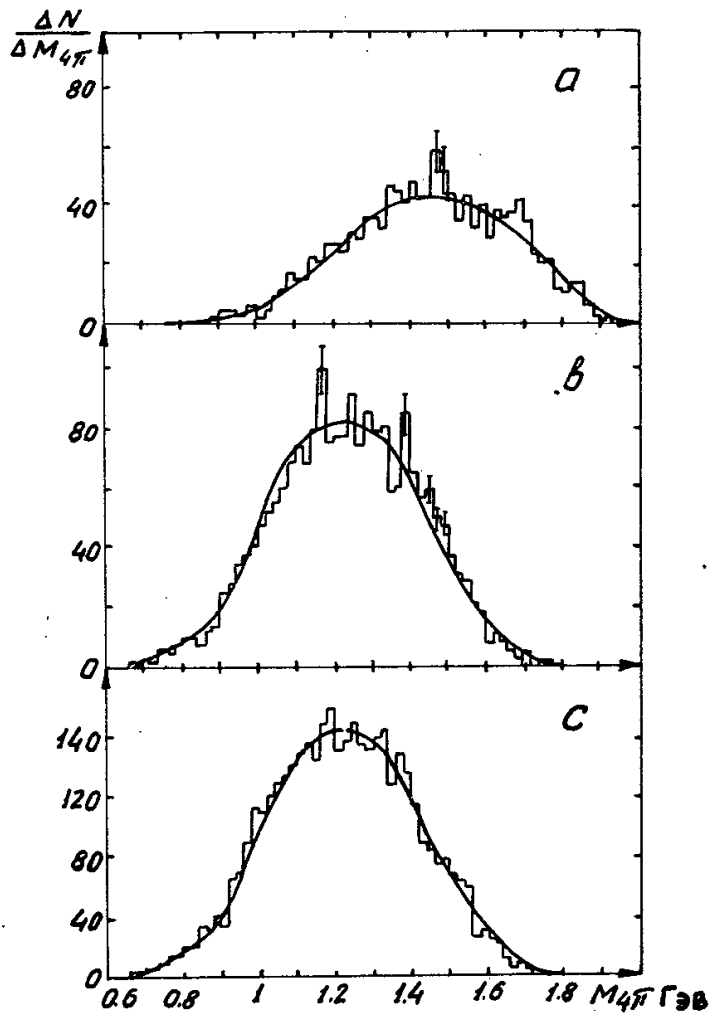


Рис. 19. Эффективная масса системы из четырех  $\pi$ -мезонов, образующихся при аннигиляции антипротонов:  $p + \bar{p} \rightarrow n\pi$ ,  $n = 8$ ,  $\Gamma = 0,92$  Гэв <sup>/52/</sup>.  
а)  $Q_{4\pi} = 0$ ,  $n = 6$ ;      в)  $Q_{4\pi} = 0$ ,  $n = 7$ ;      с)  $Q_{4\pi} = 1$ ,  $n = 7$ .

Четырехпионный резонанс при  $M_{2\pi} \approx 2$  Гэв отмечался в работе<sup>/93/</sup> при анализе множественного рождения  $\pi$ -мезонов в  $\pi^-p$  столкновениях. Указания на возможность четырехпионных резонансов при  $\omega = 2$  и 2,6 Гэв следуют также из работ<sup>/53,81/</sup>.

Если эти резонансы действительно существуют, то они скорее всего являются проявлением четырехпионных типов распада соответствующих двухпионных систем. Все эти вопросы требуют дальнейшего изучения.

В работе<sup>/52/</sup> исследовалась эффективная масса систем, состоящих из пяти и шести  $\pi$ -мезонов. Полученные при этом распределения приведены на рис. 20 и 21.

На первом из этих рисунков заметна аномалия в области  $M_{\pi\pi} \approx 1,65$  Гэв, однако число проанализированных событий еще слишком мало, чтобы сделать какие-либо определенные заключения.

В распределениях для шести  $\pi$ -мезонов статистика еще меньше; тем не менее сдвиг экспериментальной гистограммы по отношению к фазовой кривой на рис. 21 при  $Q_{\pi\pi} = 0$  проявляется вполне отчетливо. По-видимому, это обусловлено шестипионными типами распада известных резонансов  $\xi, \delta, \rho$ .

#### 4. K - $\pi$ взаимодействие

K-мезон представляет собой короткоживущую нестабильную частицу, поэтому при изучении K -  $\pi$  взаимодействий мы встречаемся с теми же затруднениями, что и в случае  $\pi - \pi$  взаимодействий. Трудности еще более усугубляются малой величиной сечений рождения K-мезонов при неупругих N - N и  $\pi - N$  взаимодействиях: в интервале энергий  $T < 10$  Гэв эти сечения не превышают нескольких процентов от величины полного сечения неупругих реакций и лишь при энергиях  $T = 20 - 30$  Гэв достигают 10-20% от величины сечения  $\sigma_{In}$ <sup>/94/</sup>.

Сведения о сечениях K -  $\pi$  взаимодействий можно было бы получить из анализа периферических взаимодействий K-мезонов с нуклонами. Однако такие исследования еще только начинают развиваться. В настоящее время известна всего лишь одна работа, где с помощью интерполяционной процедуры Чу-Лоу определено сечение упругого  $K^+ - \pi^-$  рассеяния в области малых энергий ( $T \approx 0$ )<sup>/95/</sup>:

$$\sigma_{el}(K^+ \pi^-) = 5,0 + \frac{12,2}{-5,0} \text{ мб}$$

Оценку сечения K -  $\pi$  взаимодействий можно получить также из сравнения результатов опытов по рождению пар странных частиц ( $\Lambda + K$ ) и ( $\Sigma + K$ ) в пион-нуклонных столкновениях с одномезонной полюсной теорией (ср. рис. 14 в § 1). В работах<sup>/70, 72/</sup> таким образом установлено, что при энергиях  $T \sim 1$  Гэв средняя вели-

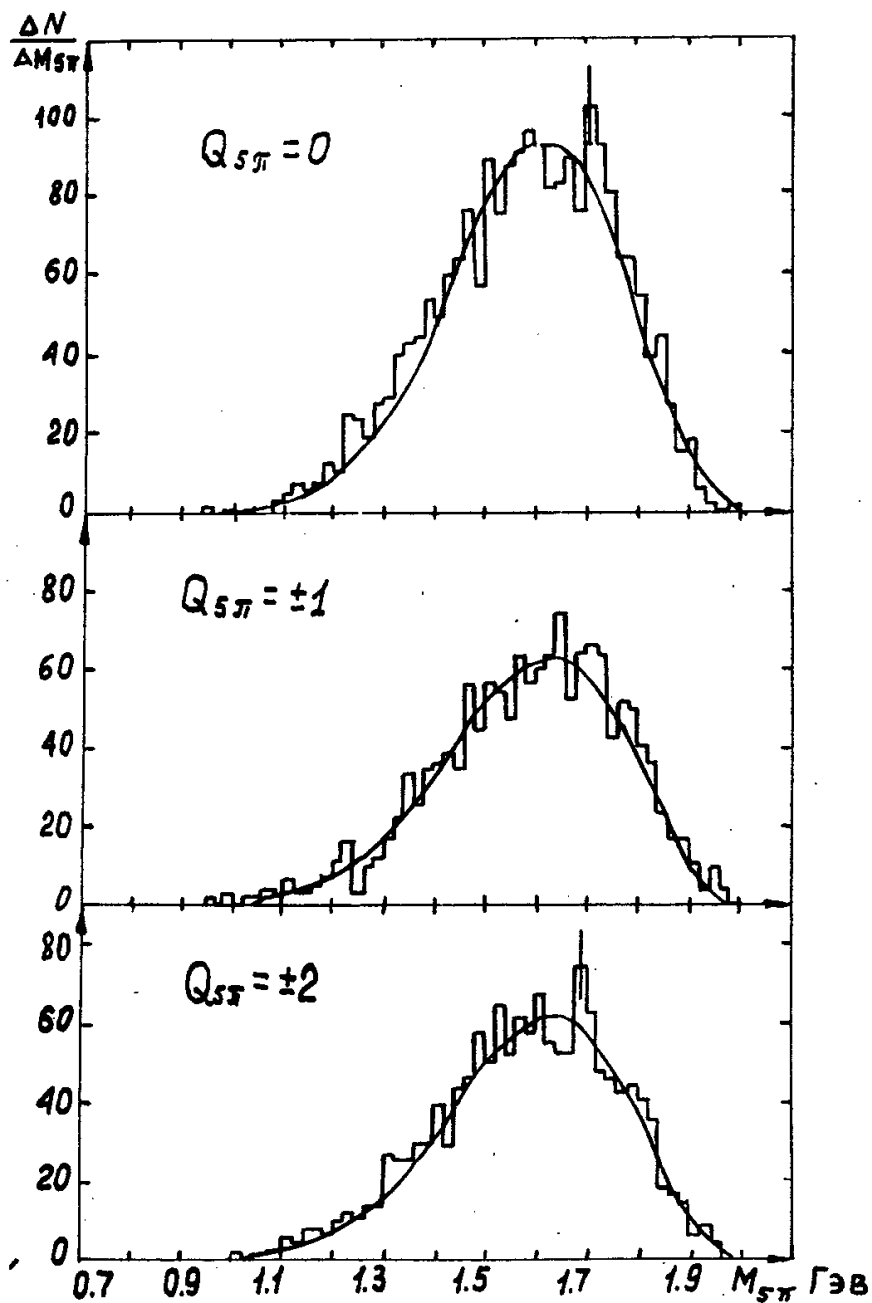


Рис. 20. Эффективная масса системы пяти  $\pi$ -мезонов, образующихся в реакции  $\bar{p} + p \rightarrow 7\pi$  при  $T=0,92$  ГэВ<sup>52/</sup>.  $Q_{5\pi}$  - суммарный электрический заряд. Указаны теоретические распределения, вычисленные без учета  $\pi$ - $\pi$  взаимодействия.

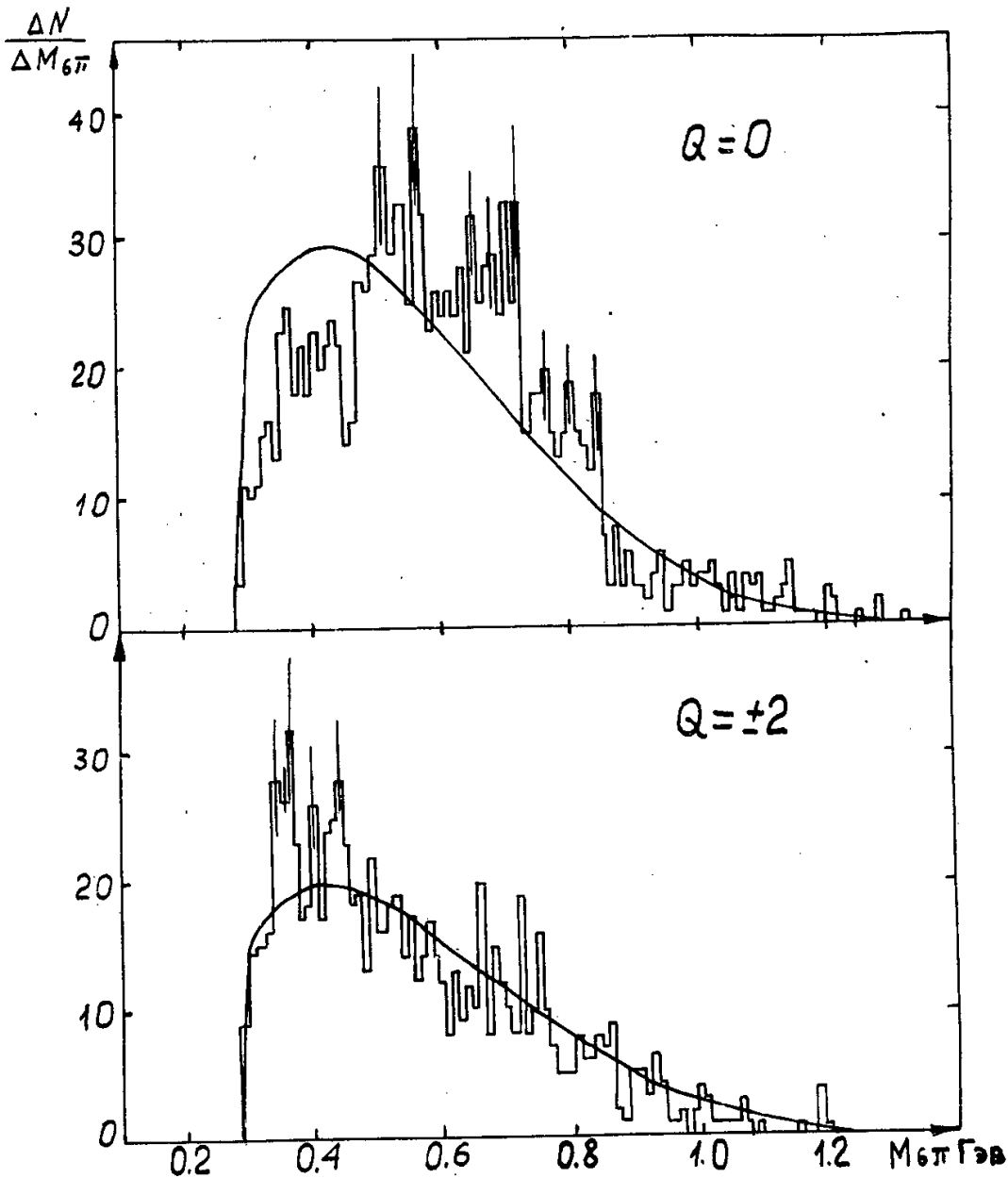


Рис.21. Эффективная масса системы шести  $\pi$ -мезонов, образующихся в реакции  $\bar{p} + p \rightarrow 6\pi$  при  $T=0,92$  ГэВ<sup>/52/</sup>.  $Q_{6\pi}$  - суммарный электрический заряд. Указаны теоретические распределения, вычисленные без учета  $\pi-\pi$  взаимодействия.

чина полного сечения  $K-\pi$  взаимодействий составляет около 10-30 мб. Более детальные сведения о сечении  $\sigma_t(K\pi)$  можно получить из опытов с моноэнергетическими пучками  $\pi$ -мезонов.

К близким результатам

$$\sigma_t(K\pi) \approx 15 \text{ мб при } T \approx 1 \text{ Гэв}$$

приводит оптический анализ опытов по упругому рассеянию К-мезонов на протонах /71, 72, 96/.

Представление о величине сечений в области очень больших энергий дают простые квазиклассические соображения, подобные тем, что уже использовались для оценки сечений  $\pi - \pi$  взаимодействий. Из сравнения соотношения

$$\sigma(K - N) = \pi (r_K + r_N) \quad (10)$$

с выражениями (6) следует, что

$$r_K = r_N (2 \sqrt{\sigma(KN)/\sigma(NN)} - 1). \quad (11)$$

При больших энергиях, когда  $r_K$  можно рассматривать как эффективный размер К-мезона

$$\sigma(K\pi) \approx \pi (r_\pi + r_K)^2 = (\sqrt{\sigma(\pi N)} + \sqrt{\sigma(KN)} - \sqrt{\sigma(NN)})^2, \quad (12)$$

т.е.

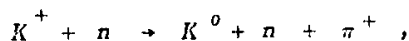
$$\sigma_t(K\pi) \approx 9 \text{ мб}, \quad \sigma_{el}(K\pi) \approx 2 \text{ мб}, \quad \sigma_{in}(K\pi) \approx 7 \text{ мб}.$$

Близкое значение  $\sigma_t(K\pi)$  получается в теории полюсов Редже:

$$\sigma_t(\pi K) = \frac{\sigma_t(KN) \sigma_t(\pi N)}{\sigma(NN)} \approx 11 \text{ мб}. \quad (13)$$

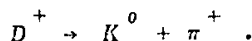
Как видно, по всем оценкам сечения  $K - \pi$  взаимодействий заметно меньше сечений  $N - N$  и  $\pi - N$  взаимодействий.

На IX международной конференции по физике высоких энергий в Киеве (август 1959 г.) Ван Ган-чан сообщил о наблюдении в пропановой пузырьковой камере события, которое допускало две интерпретации /97/.



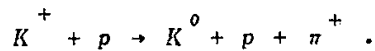
порожденный  $K^+$ -мезоном с энергией  $T \approx 0,8$  Гэв, когда нейтрон отдачи получил ничтожно малый импульс, поскольку первичный  $K^+$ -мезон и пара  $K^0$ -и  $\pi^+$ -мезонов разлетались практически в одной плоскости и имела место почти полная компенсация поперечных и продольных импульсов частиц, наблюдавшихся в этой реакции.

Вторая возможность вытекала из факта компланарности и компенсации импульсов и приводила к заключению о том, что в эксперименте, возможно, зафиксировано событие распада новой нестабильной частицы с массой около одного Гэв:





Последующие исследования показали, что более предпочтительной является первая трактовка этого события, так как были найдены также некомпланарные случаи и зафиксированы случаи аналогичной реакции на водороде



с малым импульсом отдачи у протона <sup>/98,99/</sup>. Обращало на себя внимание наличие сильной корреляции  $K^-$  и  $\pi^-$ -мезонов. Расчет эффективной массы системы  $(K+\pi)$  дал значения, лежащие в интервале  $(0,8-1)$  Гэв. Группировка масс в узком интервале указывала на сильное взаимодействие  $K^-$  и  $\pi^-$ -мезонов.

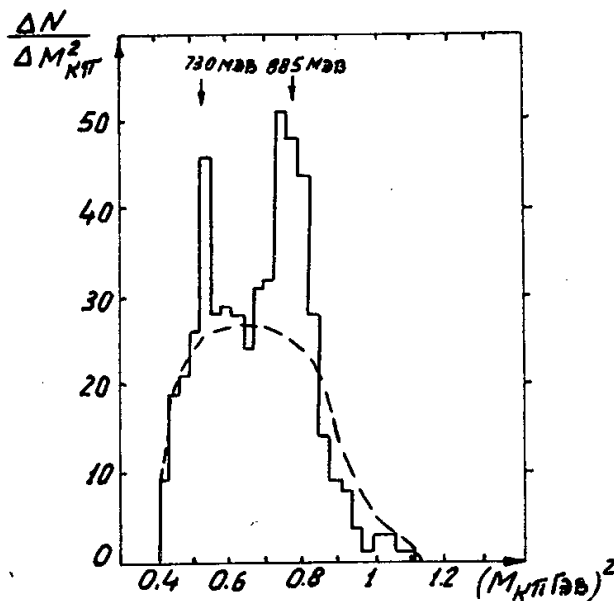


Рис. 22. Распределение эффективной массы пар  $(K + \pi)$ , рождающихся в реакции  $\pi^+ + p \rightarrow \Sigma(\Lambda) + K + \pi$  при  $T = 1,5$  Гэв <sup>/101/</sup>. Пунктиром указано распределение, вычисленное без учета  $K-\pi$  взаимодействий.

Высказанная в работах <sup>/97,98/</sup> гипотеза о сильном  $K-\pi$  взаимодействии в последующем нашла подтверждение в работах многих авторов. Было твердо установлено, что это взаимодействие является резонансным. Обоснование соответствующего резонанса наблюдалось при неупругих взаимодействиях заряженных  $K^-$ -мезонов с протонами, при неупругих  $\pi-N$  взаимодействиях и при аннигиляции антинуклонов. Во всех этих случаях в распределениях по эффективной массе системы  $(K + \pi)$  отчетливо наблюдается пик при  $M_{K\pi} \approx 888$  Мэв. Кроме того, в ряде работ наблюдалось образование  $K-\pi$  резонанса с массой  $M_{K\pi} \approx 725$  Мэв (см. рис. 22 и табл. 9). Оба эти резонанса следует считать твердо установленными.

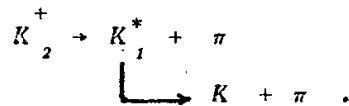
ТАБЛИЦА 9  
Резонансные  $\kappa$ - $\pi$  взаимодействия

Резонанс	$T_{\frac{1}{2}}$ , Мэв	M, Мэв	$\Gamma$ , Мэв	I	Основной тип распада	Литература
$\kappa_1^*$	$125 \pm 15$	$725 \pm 10$	$\leq 20$		$\kappa + \pi$ 100%	101-103
$\kappa_2^*$	$391 \pm 9$	$888 \pm 5$	$50^*$	I	$\kappa + \pi$ 100%	100-102, 104-107
					$\kappa^* + \pi \leq (95 \pm 0,5 - 0,25)\%$	
( $\kappa 2\pi$ )	932	1150	$\leq 100$	$\geq 3/2$	$\kappa + 2\pi$ (каскад)	92
( $\kappa 3\pi$ )	2349	1650	$\leq 100$	$\geq 1/2$	$\kappa + 3\pi$ (каскад)	92

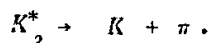
В этой таблице используются те же обозначения, что и в таблице 7, странность всех резонансов равна +1.

\*) В работе <sup>108/</sup> приведена значительно меньшая ширина:  $\Gamma=16$  Мэв. Однако это, по-видимому, сильно заниженное значение. В более поздней работе <sup>104</sup>, в которой участвует часть авторов работы <sup>108</sup>, указано уже значение  $\Gamma \approx 47$  Мэв. Близкие к этому значения получены также в работах других авторов (см. обзор <sup>109/</sup>, где приведена таблица экспериментальных значений  $\Gamma$  и подробная библиография).

В работе /100/ отмечалась возможность каскадного распада резонансов:



Однако вероятность такого распада очень мала и не превосходит  $(0,5^{+0,5}_{-0,25})\%$  от вероятности прямого распада



В настоящее время имеются указания на резонансные  $K - \pi$  взаимодействия при больших энергиях.

На рис. 23 приведено распределение эффективной массы пар  $(K + n\pi)$ , образующихся при облучении фреоновой и ксеноновой пузырьковых камер в пучке семигэвных  $\pi$ -мезонов /110/. Заметны пики при 1,09, 1,2, 1,26 Гэв; кроме того, выделяется группа частиц в районе одного Гэв. К сожалению, статистика зарегистрированных событий слишком мала, чтобы можно было сделать какие-либо определенные заключения. Возможно, что некоторые из наблюдаемых пиков обусловлены многочастичными резонансами.

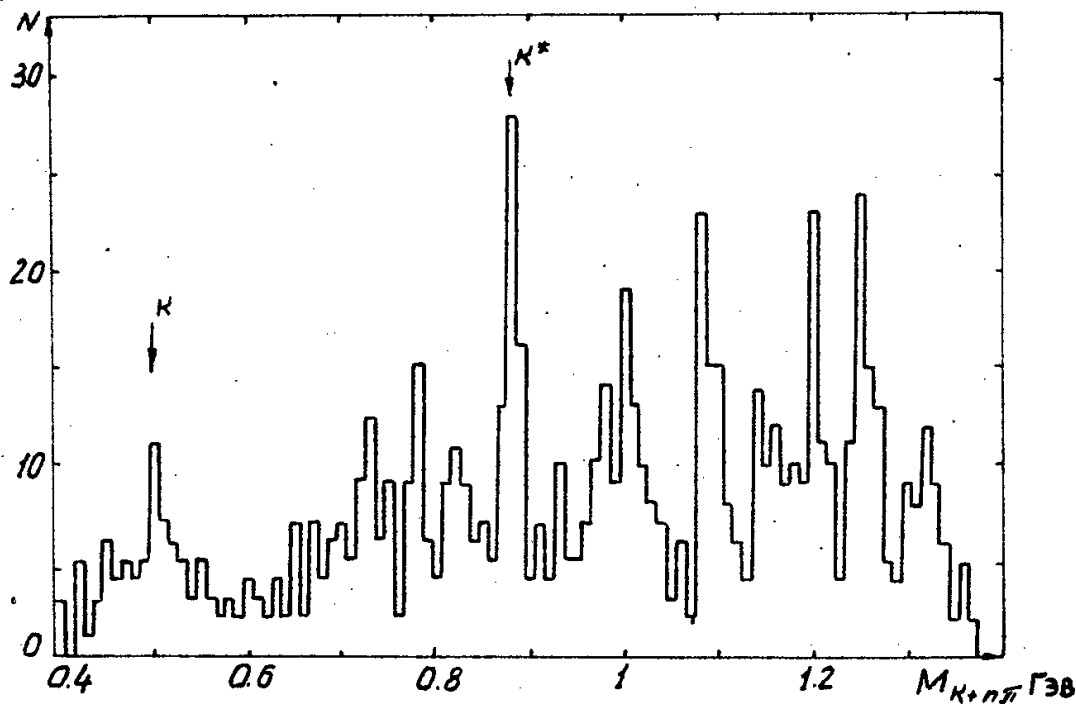


Рис. 23. Распределение эффективной массы системы частиц  $(K + n\pi)$ ,  $n=1,2,\dots$  образующихся в нуклон-ядерных столкновения при  $T=7$  Гэв /110/.

Более определенные указания на существование многочастичных резонансов в системе  $K$ - и  $\pi$ -мезонов получены в работе /92/. В этой работе наблюдался трехчастичный пик при  $M_{K2\pi} \approx 1,1 - 1,2$  Гэв и четырехчастичный пик при  $M_{K3\pi} \approx 1,6 - 1,7$  Гэв (см. рис. 24 и 25).

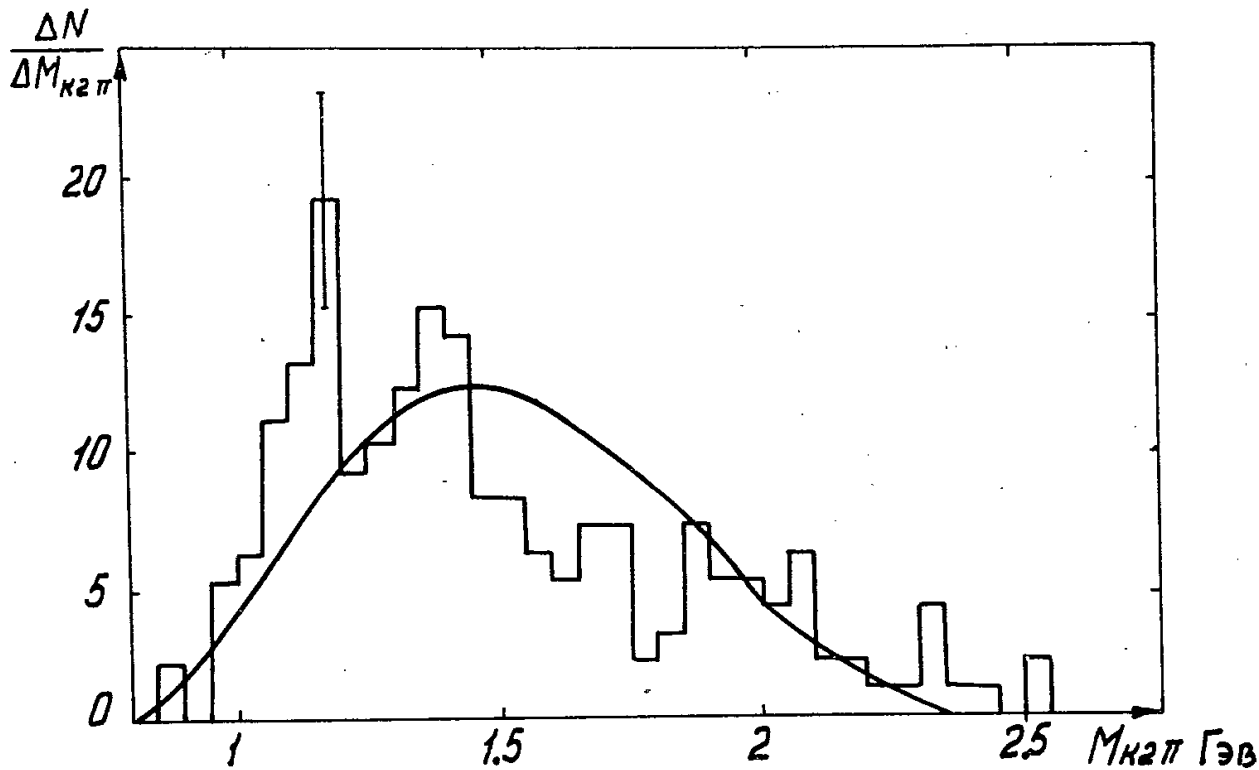
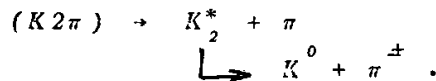


Рис. 24. Эффективная масса системы частиц  $(K^0 + \pi^+ + \pi^+)$ , рождающихся в  $\pi^- - p$  столкновениях при  $T = 7$  Гэв /92/. Гладкая кривая - теоретическое распределение, не учитывающее резонансных взаимодействий.

Анализ эффективных масс пар частиц  $(K^0 + \pi^+)$ , принадлежащих к первому из этих пиков, указывает на возможность каскадного распада трехчастичного резонансного состояния:



Следует подчеркнуть, однако, что все эти вопросы требуют еще дальнейшего экспериментального уточнения.

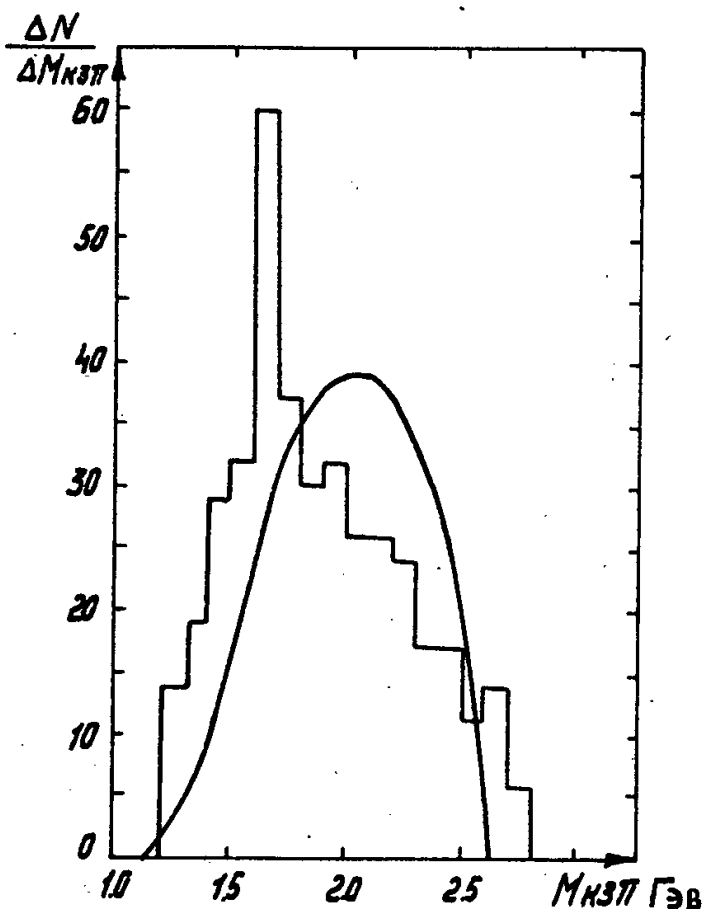
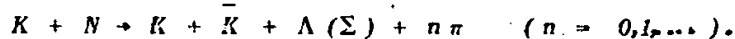


Рис.25. Эффективная масса в системы частиц ( $K^0 + \pi^+ + \pi^- + \pi^\pm$ ), рождающихся в  $\pi^-p$  столкновениях при  $T=7$  ГэВ<sup>/92/</sup>. Отчетливо наблюдается пик, далеко выходящий за теоретическую кривую, вычисленную без учета резонансных взаимодействий.

### 5. Взаимодействие К-мезонов

Никаких экспериментальных данных о сечениях  $K-K$  и  $\bar{K}-K$  взаимодействий в настоящее время неизвестно, хотя оценки этих сечений можно было бы получить, например, из изучения угловых и энергетических распределений странных частиц, рождающихся в реакциях



Такие взаимодействия можно рассматривать как периферические столкновения налетающего К-мезона с К-мезонной оболочкой нуклона.

Грубую оценку сечения взаимодействия пар К-мезонов в области очень высо-

ких энергий можно получить с помощью тех же квазиклассических соображений, что и для сечений  $\pi - \pi$  и  $K - \pi$  взаимодействий:

$$\sigma(K\bar{K}) \approx \sigma(KK) \approx (2\sqrt{\sigma(KN)} - \sqrt{\sigma(NN)})^2, \quad (14)$$

т.е.

$$\sigma_t(K\bar{K}) \approx 6 \text{ мб}, \quad \sigma_{el}(K\bar{K}) \approx 2 \text{ мб}, \quad \sigma_{in}(K\bar{K}) \approx 4 \text{ мб}.$$

Теория, основанная на полюсах Редже, дает для  $\sigma_t(K\bar{K})$  значение такого же порядка величины:

$$\sigma_t(K\bar{K}) = \frac{\sigma_t^2(KN)}{\sigma_t(NN)} \approx 9 \text{ мб}. \quad (15)$$

Как видно, все эти сечения заметно меньше сечений  $K - \pi$  взаимодействий и намного меньше сечений  $N - N$ ,  $\pi - N$  и  $K - N$  взаимодействий.

В настоящее время твердо установлено, что в системе  $(K + \bar{K})$  имеется резонанс при значении эффективной массы  $M_{K\bar{K}} = 1019 \pm 1$  Мэв. (см.табл. 10). Пик в распределении  $M_{K\bar{K}}$ , соответствующий этому резонансу, отчетливо наблюдается в неупругих  $\pi^- - p$  и  $K^- - p$  взаимодействиях, а также при аннигиляции антипротонов. Кроме того, в работах <sup>/115,116/</sup> отмечены пики в распределении эффективной массы пар  $(K^0 + \bar{K}^0)$  при 1,05 - 1,15 Гэв и при  $M_{K\bar{K}} \approx 1,275$  Гэв <sup>/57/</sup>. Однако статистическая обеспеченность этих пиков мала; так, результаты работы <sup>/116/</sup> основаны на анализе всего лишь 13 пар  $K$ -мезонов в ксеноновой пузырьковой камере и 38 пар в фреоновой пузырьковой камере. Поэтому резонансы  $M_2^*$  и  $M_3^*$  в таблице 10 еще нельзя рассматривать как достоверные.

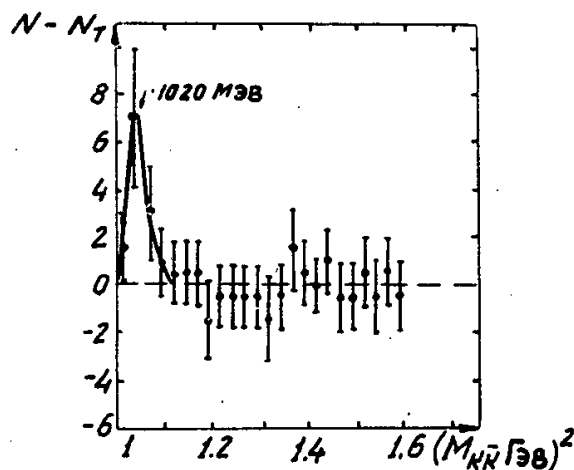


Рис. 26. Эффективная масса пар  $(K + \bar{K})$  в реакции  $K^- + p \rightarrow \Lambda + K + \bar{K}$  при  $T \approx 1,8$  Гэв после вычитания теоретического распределения, не учитывающего резонансных взаимодействий <sup>3/111/</sup>. Отчетливо проявляется резонанс при  $M_{K\bar{K}} = 1020$  Мэв:

ТАБЛИЦА 10

Резононы, образующиеся при взаимодействии  $K^-$  и  $\bar{K}^-$  мезонов

Резононы	$T, \text{МэВ}$	$M, \text{МэВ}$	$\Gamma, \text{МэВ}$	$I$	Распад	Литература
$M_1^*$	$63 \pm 2$	$1019 \pm 1$	$1 \begin{matrix} +2 \\ -1+d \end{matrix}$ ( $0 < d \ll 1$ )	0	$K + \bar{K} \quad (65 \pm 20)\%$ $S + \bar{P} \quad (35 \pm 20)\%$ $\pi + \bar{\pi} \quad (13 \pm 4)\%$	III-III4
$M_2^*$	$657 \pm 65$	$1100 \pm 50$		0		II5
$M_3^*$	$657 \pm 65$	$1275 \pm 25$		0		II6

Все обозначения в этой таблице те же, что и в таблице 7;  
странность резонансов равна нулю.

В работе /8/ указывалось, что анализ экспериментальных данных, полученных в космических лучах, приводит к предположению о существовании резонанса с массой, приблизительно равной массе двух нуклонов, нулевым барионным числом и нулевой странностью. Такой резонанс, вообще говоря, может распадаться на пару ( $K + \bar{K}$ ) и проявляться как резонанс при взаимодействии  $K^-$  и  $\bar{K}$ -мезонов. То же самое можно сказать о  $\pi - \pi$  резонансах с массами  $M > 1$  Гэв.

Кроме резонансов, указанных в таблице 10, никаких других резонансов при взаимодействии пар  $K^-$ -мезонов пока не обнаружено; однако точность экспериментальных данных в настоящее время еще очень низка, и здесь возможны всякие неожиданности.

#### Л и т е р а т у р а

1. C.F.Chew, F.E.Low. Phys. Rev., 113, 1640 (1959).
2. Г.А. Лексин. Вопросы физики элементарных частиц. Сборник лекций, прочитанных на второй сессии весенней школы теоретической и экспериментальной физики Нор-Амберд. Изд-во АН Армянской ССР, Ереван, 1962.
3. P.H.Satterblom, W.D.Walker, A.R.Erwin. Physics Department, University of Wisconsin. Preprint, 1963.
4. L.A.Auerbach, T.Elioff, W.B.Johnson, J.Lach, C.E.Wiegand, T.Ypsilantis. Phys. Rev. Lett., 9, 173 (1962).
5. D.D.Carmony, R.T.Van de Walle. Phys. Rev., 127, 959 (1962).  
Предварительные данные были опубликованы в работе /6/.
6. D.D.Carmony, R.T.Van de Walle. Phys. Rev. Lett., 8, 73 (1962).
7. J.Alliti, J.P.Baton, A.Berthelot, A.Daudin, B.Deler, O.Goussu, M.A.Jabiol, C.Lewin, M.Neveu Rene, A.Rogozinski, F.Shively, J.Laberrigue-Frolow, O.Ouannes, M.Sene, L.Vigheron, M.Abbatista, S.Mongelli, A.Romano, V.Alles-Borelli, E.Benedetti, J.Litvak, G.Puppi, P.Waloschek, M.Whitehead. Nuovo Cim., 25, 365 (1962).
8. H.Foelsche, E.C.Fowler, H.L.Kraybill, J.R.Sanford, D.Stonehill. Proc. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys., CERN, 1962, p.36
9. J.A.Anderson, V.X.Bang, P.G.Burke, D.Carmony, N.Schmitz. Phys. Rev. Lett., 6, 365 (1961).
10. J.A.Anderson, V.X.Bang, P.G.Burke, D.D.Carmony, N.Schmitz. Rev. Mod. Phys. 33, 431 (1961).
11. W.D.Shephard, W.D.Walker. Phys. Rev., 126, 278 (1962).
12. Я.Я. Шаламов, А.Ф. Грашин. ЖЭТФ, 42, 1115 (1962).
13. Ю.А. Батусов, С.А. Бунятов, До Ин Себ, В.М. Сидоров, В.А. Ярба. Препринт ОИЯИ Р-1260, 1963.
14. A.V.Arefyev, Y.D.Bayukov, Y.M.Zaitsev, M.S.Kozodaev, G.A.Leksin, V.T.Osi-



- penkov, D.A., Suchkov, V.V., Telenkov, B.V., Fedorov. Proc. of the 11-th Intern. Conference on High Energy Phys. CERN, 1962, p.112.
15. A.V. Arefyev, Y.D. Bayukov, Y.M. Zaitsev, M.S. Kosodaev, G.A. Leksin, V.T. Osipenkov, D.A. Suchkov, V.V. Telenkov, V.B. Fedorov. Phys. Lett., 6, 299 (1963).  
Предварительные данные были опубликованы в работах /1, 609/.
16. J. Alitti, J.P. Baton, A. Berthelot, A. Daudin, B. Deler, O. Goussu, M.A. Jabiol, C. Kochwki, C. Lewin, M. Neveu-Rene, A. Rogozinski, F. Shively, J. Laberrigne-Frolov, Hguyen Hun Khanh, C. Ouannes, M. Sene, L. Vigheron, N. Armenise, S. Mongelli, L. Nitti, A. Romano, V. Alles-Borelli, E. Benedetti, A. Forino, G. Giacomelli, J. Litvak, G. Puppi, P. Waloschek, W. Whitehead. Nuovo Cim., 29, 515 (1963).
17. E. Pickup, D.K. Robinson, E.O. Salant. Phys. Rev. Lett., 7, 192 (1961).
18. A.R. Erwin, R. March, W.D. Walker, E. West. Phys. Rev. Lett., 6, 628 (1961).
19. J. Deahl, M. Derrick, J. Fetkovich, T. Fields, G.B. Yodh. Proc. of the 10-th Intern. Confer. on High Energy Phys., Rochester, 1960, p.185.
20. A. Abashian, N.E. Booth, K.M. Crowe. Phys. Rev., 5, 258 (1960).
21. N.E. Booth, A. Abashian, K.M. Crowe. Phys. Rev. Lett., 7, 35 (1961).
22. Ю.К. Акимов, В.И. Комаров, К.С. Мариш, О.В. Савченко, Л.М. Сороко. ЖЭТФ, 40, 1532 (1961).
23. Ю.А. Батусов, С.А. Бунятов, В.М. Сидоров, В.А. Ярба. ЖЭТФ, 40, 1528 (1961).
24. В.М. Сидоров. Кандидатская диссертация ОИЯИ, 1962. Образование мезонов  $\pi$ -мезонами с энергией 290 Мэв на водороде и  $\pi\pi$ -взаимодействие.
25. Т.Д. Блохинцева, В.Г. Гребенник, В.А. Жуков, Г. Либман, Л. Неменов, Г.И. Селиванов, Юань Жун-фан. ЖЭТФ, 44, 116 (1963).
26. T.N. Truong. Phys. Rev. Lett., 6, 308 (1961).
27. B.R. Desai. Phys. Rev. Lett., 6, 497 (1961).
28. M. Jacob, G. Manouh, R. Omnes. Nuovo Cim., 23, 838 (1962).
29. Ю.А. Батусов, С.А. Бунятов, В.М. Сидоров, В.А. Ярба. ЖЭТФ, 43, 2015 (1962).
30. Б.А. Арбузов, Нгуен Ван Хьеу, Р.Н. Фаустов. ЖЭТФ, 44, 329 (1963).
31. В.Г. Зинов, А.Д. Конин, С.М. Коренченко, Б. Понтекорво. ЖЭТФ, 38, 1708 (1960).
32. K. Berkelman, G. Cortellesa, A. Reale. Phys. Rev. Lett., 6, 234 (1961).
33. J. Button-Shafer, M.L. Stevenson, G.R. Kalbfleisch, B.C. Maglic, A.H. Rosenfeld. UCRL-9814 (1961).
34. N.P. Samios, A.H. Bachman, R.M. Lea, T.E. Kalogeropoulos, W.D. Shephard. Phys. Rev. Lett., 9, 139 (1962).
35. R. Barloutand, J. Heughbaert, A. Leveque, J. Meyer, R. Omnes. Phys. Rev. Lett., 8, 32 (1962).
36. B.S. Zorn. Phys. Rev. Lett., 8, 282 (1962).
37. N.N. Biswas, I. Derado, K. Gottstein, V.P. Keneey, D. Leurs, G. Lutjens, N. Schmitz. Phys. Lett., 3, 11 (1962).

38. D.Stonehill, C.Baltay, H.Courant, W.Fickinger, E.C.Fowler, H.Kraybill, J.Sandweiss, J.Sanford, H.Taft. Phys. Rev. Lett., 6, 624 (1961).
39. D.L.Stonehill, H.L.Kraybill. Rev. Mod. Phys., 34, 513 (1962).
40. M.Roos. Phys. Lett., 3, 242 (1963).
41. C.Richardson, R.Kraemer, M.Meer, M.Nussbaum, A.Pevsner, R.Starnd, T.Toohig, T.Toohing, M.Bloch. Proc. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys., Strand, CERN, 1962, p. 96.
42. H.Kraybill. Amer. Phys. Soc. Meeting, New York, 1962.  
Цитируется по работе <sup>411/</sup>.
43. R.Barloutaud, J.Heughbaert, A.Levéque, J.Meyer, R.Omnes. Comt. Rend., 254, 252 (1962).
44. C.C.Peck, L.W.Jones, M.L.Perl. Phys. Rev., 126, 1836 (1962).
45. В.А.Беляков, Ван Юн-чан, В.И.Векслер, Н.М.Вирясов, Ду Юань-лай, Е.Н.Кладницкая, Ким Хи Ин, А.А.Кузнецов, А.К.Михул, Нгуен Дин Ты, В.Н.Пенев, Е.С.Соколова, М.И.Соловьев. ЖЭТФ (в печати).
46. C.Aff, D.Berley, D.Colley, N.Gelfand, U.Nauenberg, D.Miller, J.Schultz, J.Steinger, T.H.Tan, H.Brugger, P.Kramer, R.Plano. Phys. Rev. Lett., 9, 393 (1962).
47. B.P.Gregory. Proc. of the 11-th Intern. Confer. on high Energy Phys., CERN, 1962, p.793.
48. H.Hulubei, C.Beslin, T.Beslin, A.Constansinescu, M.Gavrilas, A.Mihul, E.Balea, O.Balea, V.Balint, I.Curelary, I.Makarovitsch, D.Mumuianu, T.Ponta, C.Potocanu, M.Saban. Phys. Lett., 6, 77 (1963).
49. A.F.Grashin, Y.Y.Shalamov. Proc. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys., CERN, 1962, p.58.
50. Я.Я.Шаламов, А.Ф.Грашин. ЖЭТФ, 43, 726 (1962).
51. W.D.Walker, J.Boyd, A.R.Erwin, H.R.Fechter, D.Lyon, R.H.March, P.H.Satterblon, E.West. Bull. Amer. Phys. Soc., 7, 281 (1962).
52. Nguyen Hun Xuong, UCRL-10129 (1962).
53. В.С.Барашенков, Д.И.Блохищев, И.Патера, Г.Л.Семашко.  
Nucl. Phys. (в печати).
54. S.J.Goldsack, L.Riddiford, B.Tallini, B.R.French, W.W.Neale, J.R.Norbury, I.O.Skillicorn, W.T.Davies, M.Derrick, J.R.H.Mulvey, D.Radojicic. Nuovo. Cim., 23, 941 (1962).
55. Ю.А.Батусов, С.А.Бунятов, В.М.Сидиров, В.А.Ярба. ЖЭТФ, 39, 506 (1960).  
Я.Я.Шаламов, А.Ф.Грашин. ЖЭТФ, 43, 21 (1962).
56. J.Veilett, J.Hennessy, H.Bingham, M.Bloch, D.Drijard, A.Lagarrigue, P.Mittnet, A.Rousset. Phys. Rev. Lett., 10, 29 (1963).
57. V.Hagopian, H.Brody, A.Baker, E.Lebov, W.Selove, Bull. Amer. Phys. Soc., 8, 69 (1963).
58. H.Brody, V.Hagopian, A.Baker, E.Lebov, W.Selove. Bull. Amer. Phys. Soc., 8, 69 (1963).
59. L.Bondar, K.Bongartz, M.Deurschmann, H.Weber, D.C.Collet, W.P.Dodd, J.Sim-

- mons, B.Tallini, J.Mebes, B.Nellen, G.Winter, E.Lohrmann, E.Raubold, G.Wolf, J.M.Brownlee, I.Butterworth, F.I.Campayne, N.N.Biswas, I.Derado, D.Luers, G.Lutjens, M.Schmitz. Phys. Lett., 5, 153 (1963).
60. G.B.Chadwick, W.T.Davies, M.Derrick, C.I.B.Hawkins, P.B.Jones, J.H.Mulvey, D.Radojicic, C.A.Wilkinson, M.Cresti, A.Grigoletto, S.Limentani, A.Loria, L.Peruzzo, R.Santangelo. Phys. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys., CERN, 1962, p.73.
61. N.Xuong, G.Lynch. Nuovo Cim. (будет опубликовано, цитируется по /62/).
62. G.R.Lynch. Proc. Phys. Soc., 80, 46 (1962).
63. A.Pevsner, 1962, частное сообщение; цитируется по
64. M.Meer, S.Strang, R.Kraemer, L.Madansky, M.Nussbaum, A.Pevsner, C.Richardson, T.Toohing, M.Block, S.Orenstein, T.Fields. Proc. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys. CERN, 1962, p.103.
65. В.А.Беляков, Ван Юн-чан, Н.М.Вилясов, Ду Юань-цай, Ким Хи Ин, Е.Н.Кладнишкая, А.А.Кузнецов, Нгуен Дин Ты, В.Н.Пенев, Е.С.Соколова, М.И.Соловьев. ЖЭТФ (в печати).
66. M.Chretien, F.Bulos, H.R.Crouch, Jr., R.E.Lanou, I.T.Massimo, A.M.Shapiro, I.A.Averell, C.A.Bordner, A.E.Brenner, D.R.Firth, M.E.Law, E.E.Ronat, K.Strauch, I.C.Street, I.I.Szymanski, A.Weinberg, B.Nelson, I.A.Pless, L.Rosenson, G.A.Salandin, R.K.Yamamoto, L.Guerriero, F.Waldner. Phys. Rev. Lett., 9, 127 (1962).
67. C.Mencuccini, R.uerzoli, G.Salvini, V.G.Silvestrini. Proc. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys. CERN, 1962, p.33.
68. A.H.Rosenfeld, D.D.Carmony, R.I.Van De Walle. Phys. Rev. Lett., 8, 293 (1962).
69. В.С.Барашенков, Д.И.Блохинцев, Ван Жунь, Э.К.Михул, Хуан Цзу-чжань. ЖЭТФ, 45, 381 (1963).
70. В.С.Барашенков, Д.И.Блохинцев, И.Патера, Г.Л.Семашко. ЖЭТФ, 45, 381 (1963).
71. V.S.Barashenkov. Fortschritte d.Phys., 10, 205 (1962).
72. V.S.Barashenkov, V.M.Maltsev. Fortschritte d.Phys., 9, 549 (1961).
73. A.R.Erwin, G.A.Hoyer, R.H.March, W.D.Walker, T.P.Wangler. Phys. Rev. Lett., 9, 34 (1962).
74. W.R.Frazer, S.Patil, H.L.Watson. Phys. Rev., Lett., 11, 231 (1963).
75. A.R.Erwin, G.A.Hoyer, R.H.March, W.D.Walker, T.P.Wangler. Phys. Rev. Lett., 10, 204 (1963).
76. B.Maglic, L.W.Alvarez, A.H.Rosenfeld, M.L.Stivenson. Phys. Rev. Lett., 7, 178 (1961).
77. A.Pevsner, K.Kramer, M.Nussbaum, P.Schlein, M.Block, A.Howacs, C.Meltzer. Phys. Rev. Lett., 7, 421 (1961).
78. E.Pickup, D.K.Robinson, E.O.Salant. Phys. Rev. Lett., 8, 329 (1962).
79. Y.V.Trebukhovskiy, I.A.Yerofeev, G.D.Tikhomirov. Phys. Lett., 6, 190 (1963).
80. W.Selove, V.Hagopian, H.Brody, A.Baker, E.Leloy. Phys. Rev. Lett., 9, 272 (1962).
81. S.Hasegawa. Prog. Theor. Phys., 29, 128 (1963).

82. C.Bacci, G.Penso, G.Salvini, A.Wattenberg, C.Mencuccini, R.Ouerzoli, V.S.Sivestrini. Phys. Rev. Lett., 11, 37 (1963).
83. F.S.Crawford, Jr., L.Lloyd, E.C.Fowler. Phys. Rev. Lett., 10, 546 (1963).
84. H.Foelsche, E.C.Fowler, H.L.Kraybill, J.R.Sanford, D.Stonehill. Phys. Rev. Lett., 9, 223 (1962).
85. C.Aff, D.Berley, D.Colley, N.Gelfand, U.Nauenberg, D.Miller, J.Schultz, J.Steinberg, T.H.Tan, H.Brugger, P.Kramer, R.Plano, Phys. Rev. Lett., 9, 325 (1962).
86. E.C.Fowler, F.S.Crawford, Jr., L.Lloyd, R.Aa Crossman, LeRoy Price. Phys. Rev. Lett., 10, 110 (1963).
87. W.J.Fickinger, D.K.Robinson, B.O.Salant, Phys. Rev. Lett., 10, 1457 (1963).
88. J.Button et al. Phys. Rev. (в печати, цитируется по /62/).
89. B.C.Maglic, A.H.Rosenfeld, M.L.Stevenson, 1962, частное сообщение, цитируется по /62/.
90. J.B.Shafer, J.Murray, D.O.Huwe, F.Solnitz, M.L.Stevenson. Bull. Amer. Phys. Soc., 8, 22 (1963).
91. В.Г.Гришин, М.И.Подгорецкий. Препринт ОИЯИ Р-1300, Дубна, 1963.
- <sup>V</sup>92. V.A.Belyakov, Wang Yung-chang, V.I.Veksler, N.M.Viryasov, Dy Yuan-cai, E.N.Kladnitskaya, Kim Hi In, A.A.Kuznetsov, A.Mihul, Nguyen Dinh Tu, V.N.Penev, E.S.Sokolova, M.I.Soloviev. Proc. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys. CERN, 1962, p. 336.
93. М.С.Айнутдинов, С.М.Зомбковский, С.Я.Никитин, Я.М.Селектор, В.Н.Шуляченко. ЖЭТФ, 44, 413 (1963).
94. В.С.Барашенков, И.Патера. Препринт ОИЯИ Р-1163, Дубна, 1962.
95. J.Fisk, H.K.Ticho, D.H.Stork, W.Chinowsky, G.Goldhaber, S.Goldhaber, T.F.Stubbs. Proc. of the 11-th Intern. Conference on High Energy Phys., CERN, 1962, p. 358.
96. В.С.Барашенков. Докторская диссертация, ОИЯИ-МГУ, 1962.
97. Wang Gan-chang. Proc. of the 9-th Intern. Confer. on High Energy Phys., Kiev, 1959, p. 456.
98. M.I.Soloviev. Proc. of the 10-th Intern. Confer. on High Energy Phys., Rochester, 1960, p.388.
99. И.В.Чувило, УФН, 76, 329 (1962). Изложение истории открытия  $K^*$  - резонанса следует тексту этого обзора.
100. W.Chinowsky, G.Goldhaber, S.Goldhaber, T.O'Halloran. Phys. Rev. Lett., 6, 62 (1963).
101. G.Alexander, L.Jacobs, G.R.Kalbfleisch, D.H.Miller, G.A.Smith, J.Schwartz. Proc. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys., CERN, 1962, p.320.
102. G.Alexander, G.R.Kalbfleisch, D.H.Miller, G.A.Smith. Phys. Rev. Lett., 8, 447 (1962).
103. S.G.Wojcicki, G.R.Kalbfleisch, M.H.Alston, Bull. Amer. Phys.Soc., 8, 341(1963).

104. M.H. Alston, G.R. Kalbsleisch, H.K. Ticho, S.G. Wojcicki, Proc. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys. CERN, 1962, p. 291.
105. R. Armentoroz, L. Montanet, D.R.O. Morrison, S. Nilsson, A. Shapiro, J. Vandermeulen, Ch. D'Andlau, A. Astier, C. Chesquire, B.P. Gregory, D. Rahm, P. Rivet, F. Solmitz, Proc. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys., CERN, 1962, p. 295.
106. G.A. Smith, J. Schwartz, D.H. Miller, G.R. Kalbfleisch, R.W. Huff, O.I. Dahl, G. Alexander. Phys. Rev. Lett., 10, 138 (1963).
107. W. Chinwsky, G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Lee, T.J. Halloran. Phys. Rev. Lett., 9, 330 (1962).
108. M. Alston, L.W. Alvarez, P. Eberhard, M.L. Good, W. Graziano, H.K. Ticho, S.G. Wojcicki, Phys. Rev. Lett., 6, 300 (1961).
109. B.P. Gregory. Proc. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys., CERN, 1962, p. 779.
110. A.F. Grashin, E.V. Kuznetsov, Y.Y. Shalamov. Phys. Lett., 4, 71 (1963).
111. L. Bertanza, V. Brisson, P.L. Connolly, E.L. Hart, T.S. Mitra, G.C. Moneti, R.R. Rau, N.P. Samios, I.O. Skillicorn, S.S. Yamamoto, M. Goldberg, L. Gray, J. Leitner, S. Lichtman, J. Westgard. Phys. Rev. Lett., 9, 180 (1962).
112. A. Bigi, S. Brandt, R. Carrara, W.A. Cooper, Aurelia de Marco, G.R. MacLeod, Ch. Peyron, R. Sosnowski, A. Wroblewski. Proc. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys., CERN, 1962, p. 247.
113. P.L. Connolly, E.L. Hart, K.W. Lai, G. London, G.C. Moneti, R.R. Rau, N.P. Samios, I.O. Skillicorn, S.S. Yamamoto, M. Goldberg, M. Gundzik, J. Leitner, S. Lichtman. Phys. Rev. Lett., 10, 371 (1962).
115. V. A. Belyakov, Wang Yung-chang, V.I. Veksler, N.M. Viryasov, Du Yuan-cai, Kim Hi In, E.N. Kladnitskaya, A.A. Kuznetsov, A. Mihul, Nguyen Dinh Tu, V.N. Penev, E.S. Sokolova, M.I. Soloviev. Proc. of the 11-th Intern. Confer. on High Energy Phys., CERN, 1962, p. 261.
116. В.В. Бармин, Ю.С. Крестников, Е.В. Кузнецов, А.Г. Мешковский, В.А. Шебанов. ЖЭТФ, 43, 1564 (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел  
10 декабря 1963 г.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3452. Тираж 430. Декабрь, 1963 г.  
Техн. ред. Зрелова Н.Н.



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

---

Ф

В.Ф. Вишнеvский, Ду Юань-цай, Г.И. Копылов, В.Е. Комолова,  
В.И. Мороз, А.В. Никитин, А.И. Родионов, Ю.А. Троян, Цзянь Шао-цзюнь,  
Чжан Вэнь-юй, Б.А. Шахбазян, Янь У-гуан



STAT

МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ  
РЕГИСТРАЦИИ СОБЫТИЙ  
В ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ

Д у б н а 1964

Вишневский В.Ф., Ду Юань-цай, Копылов Г.И.,  
Комолова В.Е., Мороз В.И., Никитин А.В., Родионов А.И.,  
Троян Ю.А., Цзянь Шао-цзюнь, Чжан Вэнь-юй, Шахбазян Б.А.,  
Янь У-гуан.

Метод вычисления геометрической эффективности  
регистрации событий в пузырьковой камере

Предлагаемый метод вычисления геометрической эффектив-  
ности регистрации событий характеризуется полным использовани-  
ем всей информации об условиях протекания исследуемого процес-  
са. Показано, что увеличение информации об изучаемых событиях  
уменьшает флуктуации их весов.

Метод иллюстрирован примерами расчета геометрической эф-  
фективности регистрации рассеяния  $V^{\circ}p \rightarrow V^{\circ}p$ , рождения оди-  
ночных и парных  $V^{\circ}$ -частиц в  $n$ -лучевой звезде.

**Препринт Объединенного института ядерных исследований.**

Дубна. 1964.

Vishnevsky V.F., Du Yuan-cai, Kopylov G.I., Komolova V. E., Moroz V.I.,  
Nikitin A.V., Rodyonov A.I., Trojan Yu.A., Chiang Shao-chun, Chang W.Y.,  
Shahbazian B.A., Yen Wu-kuang

A Method for Calculating the Geometrical Detection Efficiency of  
Events in a Bubble Chamber

A method is proposed for calculating the geometrical detection efficiency of events.  
It makes full use of all the information about the conditions for the occurrence of the  
process under investigation. It is shown that a further accumulation of information about  
the events under study decreases the fluctuation in their weights.

The method is illustrated by the examples of calculating the geometrical detection  
efficiency for  $V^{\circ}p \rightarrow V^{\circ}p$  scattering, for  $V^{\circ}$  particles produced either as single or in  
pairs in a  $n$ -prong star.

**Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.**

Dubna. 1964.



В.Ф. Вишнеvский, Ду Юань-цай, Г.И. Копылов, В.Е. Комолова,  
В.И. Мороз, А.В. Никитин, А.И. Родионов, Ю.А. Троян, Цзянь Шао-цзюнь,  
Чжан Вэнь-юй, Б.А. Шахбазян, Янь У-гуан



STAT

МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ  
РЕГИСТРАЦИИ СОБЫТИЙ  
В ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ

Дубна 1964

### В в е д е н и е

Закономерности, наблюдаемые в опытах по ядерной физике, в большей или меньшей степени искажены благодаря конечным размерам и геометрической форме детекторов. Рассмотрим два характерных примера.

За первым из них обратимся к исследованию угловых корреляций излучений при электромагнитных переходах ядер. Конечные величины телесных углов, под которыми видны окна счетчиков из источника конечных размеров, равно как и рассеяние и поглощение частиц в среде между источником и счетчиками, приводят к усреднению, к сглаживанию функции угловой корреляции. Очевидно, что для получения истинной функции нужны были бы точечный источник и счетчик с бесконечно малыми окнами.

Приведем второй пример из области исследований с нейтральными странными частицами при помощи пузырьковых или другого типа камер. Из-за конечных размеров камеры часть  $V^0$ -частиц распадется за ее пределами, что вызовет селективное по углам и импульсам обеднение статистики.

Полученные в опыте сечения, импульсные и угловые распределения или распределения по эффективным массам систем частиц, включающих  $V^2$ -частицы, будут отличаться от истинных. Очевидно, что необходимы методы восстановления истинных закономерностей по наблюдаемым в опыте с детекторами конечных размеров. Эти методы могут быть основаны на моделировании рассматриваемого процесса и всех условий опыта. Это - естественный способ использования всей имеющейся информации.

Если проверяются какие-нибудь гипотезы о процессе, то удобнее всего промоделировать гипотетические закономерности с учетом условий опыта. Сравнение промоделированной закономерности с наблюдаемой уже допустимо и может решить вопрос в пользу той или иной гипотезы. Так поступают, например, при исследовании угловых корреляций<sup>1/1</sup>. Согласно теории электромагнитных переходов ядер, функции угловых корреляций выражаются многочленами по полиномам Лежандра, коэффициенты при которых зависят от порядков мультипольностей переходов и четностей уровней ядра, между которыми совершаются переходы.

Моделирование процесса заключается в выборе набора уровней с определенными квантовыми числами и типов переходов - электрических или магнитных. Моделирование условий опыта заключается в учете конечных размеров окон счетчиков и источника, а также в учете рассеяния и поглощения излучения на пути от источника к счетчику,

если опыт выполняется не в вакууме. Сравнение кривых, пересчитанных согласно условиям опыта с экспериментальной кривой, уже допустимо. Аналогичный подход может применяться во всех случаях, когда можно воспользоваться информацией о процессе в виде гипотез и т.п.

В тех же случаях, когда подобная информация о динамике процесса отсутствует, искомую закономерность восстанавливают по найденной в опыте с учетом геометрической эффективности регистрации детектора. Проиллюстрируем это примером. В настоящее время невозможно предсказать функцию распределения по эффективным массам систем с участием  $V^0$ -частиц. Более того, задачи отыскания подобных функций относятся к числу поисковых. Следовательно, здесь необходимы методы восстановления истинного распределения по наблюдаемому, для чего нужно уметь корректно вычислять геометрическую эффективность камеры. При этом необходимо стремиться использовать всю доступную информацию как о динамике процесса, так и об условиях опыта. Так, например, даже в тех случаях, когда нет никаких предсказаний об исследуемом распределении, так что проверка различных гипотез неосуществима, информация о динамике взаимодействия все же существует в виде общих свойств симметрии взаимодействий, характеризующих рассматриваемые события. Информация об условиях опыта существует в виде характеристик пучка и т.п. Заметим <sup>/2/</sup>, что в информацию об условиях опыта могут быть включены также эффективность наблюдения в зависимости от освещения, от местоположения события и т.д.

Задача сводится, таким образом, к моделированию условий опыта и к учету некоторых общих свойств симметрии, которым должны удовлетворять взаимодействия, характерные для рассматриваемых событий.

Здесь возможны два пути.

Можно вычислять эффективность регистрации каждого события, найденного в опыте индивидуально. Эффективности и соответствующие им веса позволяют строить как гистограммы, так и идеограммы.

Можно промоделировать и сами события, предположив, например, что  $V^0$ -частицы всех импульсов, допустимых законами сохранения, с равной вероятностью испускаются под всеми разрешенными углами. В этом случае событию, попавшему в заданный интервал, будет приписан вес целого интервала по углам и импульсам.

Этот способ позволяет рассчитать эффективность данной камеры в виде графиков или таблиц в зависимости от интервалов углов и импульсов.

Однако он непригоден для построения идеограмм.

Ниже прилагается метод вычисления геометрической эффективности регистрации отдельных событий с учетом всей доступной информации как о динамике процесса,

так и об условиях опыта. Метод иллюстрируется примерами по парному и одиночному рождению  $V^0$ -частиц и рассеянию  $V^0$ -частиц на протонах. Следует заметить, что до сих пор не уделялось достаточно внимания использованию всей доступной информации. Между тем оно может привести к значительным флуктуациям эффективности регистрации и веса события, т.е. в конечном счете к искажению результата опыта.

### О п р е д е л е н и я

1. Событием данного типа назовем событие

- а) с фиксированными импульсами всех частиц,
- в) с фиксированными углами между векторами импульсов каждой частицы и направлением пучка,
- с) с фиксированными углами между векторами импульсов частиц.

Все зафиксированные величины определяются динамикой взаимодействия в конкретном акте соударения. Заметим, что в событие данного типа не всегда должны входить все частицы, возникшие в данном акте взаимодействия. Число частиц, входящих в событие данного типа, определяется конкретной задачей. Так, например, если в  $n$ -лучевой звезде две частицы -  $\Lambda^0$  - гиперон и  $K^0$ -мезон и нас интересует резонанс  $\Lambda^0 K^0$ ; безотносительно к множественности заряженных частиц звезды, то событием данного типа является пара  $\Lambda^0$  и  $K^0$  с фиксированными согласно а), в), с) параметрами.

2. Назовем активной зоной камеры объем, ограниченный "поверхностью" пучка и передней и задней стенками камеры. Интересующие нас события могут возникать в активной зоне.

Согласно определению, границы активной зоны устанавливаются по распределению звезд.

3. Геометрической эффективностью камеры для регистрации событий данного типа назовем отношение числа событий, которые могут быть зарегистрированы камерой, к числу событий, могущих возникнуть в активной зоне камеры при заданной интенсивности пучка и ее распределении по сечению активной зоны, при заданной плотности рабочего вещества камеры и для заданной величины разброса импульсов частиц первичного пучка.

### Общая схема расчета

Вычисление геометрической эффективности основано на моделировании рассматриваемых процессов с учетом некоторых свойств симметрии, которыми обладают взаимодействия, встречающиеся в событии данного типа.

1. При известных законах распределения энергии и интенсивности по сечению пучка координаты точек возникновения событий данного типа распределены по активной зоне вполне определенным образом. Ниже мы полагаем, что интенсивность по сечению пучка постоянна и что сечение данного процесса слабо меняется в пределах разброса импульсов первичных частиц. При таких предположениях вершины звезд будут встречаться в любой точке активной зоны с равной вероятностью. Расчет легко может быть распространен на более общий случай.

2. Если поляризационными эффектами можно пренебречь, то для любой частицы все азимутальные углы равновероятны. Ниже мы основываемся на таком допущении. Этим мы удовлетворяем симметрии взаимодействий по отношению к вращениям. Более общий случай требует детальных сведений о величине поляризации и т.п. Допущения, принятые нами в п. 1 и 2, оправданы постоянством сечений и малостью поляризационных эффектов при высоких энергиях.

3. Ввиду сохранения четности в сильных взаимодействиях событие данного типа и его зеркальные изображения должны встречаться одинаково часто.

Из отражений события в трех взаимно-перпендикулярных плоскостях отражение в плоскости, нормальной пучку, исключается вследствие того, что направление пучка выделено. Два отражения в плоскости, содержащей направление пучка (I), и в плоскости (II), нормальной (I), исчерпываются при отражении события в I и вращении его относительно направления пучка.

Процедура вычисления вероятности регистрации сводится к следующему.

1. Моделируется равновероятность точки положения вершины звезды, что сводится к вычислению условных вероятностей рождения события в произвольной точке активной зоны.

2. Моделируется равновероятность азимутальных углов, что, в свою очередь, требует вычисления условной вероятности произвольного значения азимутального угла, если за полярную ось принять направление пучка. Если в каком-либо узле события ожидается значительная поляризация, например, если в рассеянии  $\Lambda^0 p \rightarrow \Lambda^0 p$  ожидается сильная поляризация, о которой никаких более детальных сведений нет, то следует прибегнуть к естественному моделированию, т.е. при вычислении эффективности не моделировать азимутальные углы в узле рассеяния, а брать их распределение из эксперимента. В противном случае необходимо вычислить условную вероятность азимутального угла плоскости рассеяния, приняв за полярную ось вектор импульса частицы до рассеяния.

Если рассматриваемое событие содержит  $V^0$  - частицу, необходимо найти также

а) условную вероятность произвольного значения азимутального угла плоскости распада  $V^{\circ}$  -частицы, если за полярную ось принять направление ее импульса;

б) условную вероятность произвольного значения угла раствора  $V^{\circ}$  -частицы, совместимого с кинематикой распада при заданном импульсе ее.

Ниже мы полагаем, что распределение продуктов распада  $V^{\circ}$  -частиц в системе покоя - изотропное, и вычисляем условную вероятность изотропного распределения продуктов распада по косинусу угла вылета в системе покоя  $V^{\circ}$  -частицы;

в) условную вероятность распада  $V^{\circ}$  -частицы в произвольной точке камеры.

3. Необходимо также промоделировать отражение относительно плоскости, проходящей через вершину события и параллельной направлению пучка. В случае  $V^{\circ p} \rightarrow V^{\circ p}$  рассеяния необходимо также отражение относительно плоскости, проходящей через направление импульса  $V^{\circ}$  -частицы до рассеяния.

4. Поскольку идентификация нейтральных странных частиц производится при помощи метода наименьших квадратов, то, строго говоря, вероятностью или эффективностью регистрации событий является отношение числа идентифицированных по  $\chi^2$  событий к числу событий, генерированных в активной зоне камеры, с учетом геометрии звезды.

При таком определении эффективности следовало бы вычислять  $\chi^2$ , т.е. идентифицировать  $V^{\circ}$  -частицу при каждом значении азимутальных углов, в каждой из точек активной зоны и т.п.

Однако объем счетной работы при этом сильно возрастает. Поэтому мы решили ограничиться приближенным, но достаточно точным способом, который заключается в следующем. Для идентификации частицы, претерпевающей двухчастичный распад, достаточно иметь относительно точные значения импульса самой частицы, двух углов и импульса одной из частиц распада. Относительно второй частицы достаточна информация о знаке ее заряда, т.е. точность измерения ее импульса может быть существенно ниже, чем у первой частицы. В соответствии с этим вычисляются длины соответствующих следов, при которых обеспечивается желаемая точность измерения импульса, а вместе с тем и вероятность идентификации знака заряда. Так, например, при точности измерения импульса 30% вероятность идентификации знака заряда составляет 100%.

Полная вероятность регистрации сводится к многократному интегралу по объемам активной зоны и камеры, по азимутальным углам, по углам раствора вилки и т.п. Эти интегралы мы вычисляем по методу Монте-Карло.

Преимущества этого метода при высокой кратности и при сложных пределах интегрирования очевидны.

Если не вычислять условные вероятности, т.е. опускать интегрирования, то величины весов будут подвержены сильным флуктуациям, которые в некоторых случаях могут привести к абсурдным результатам. Так, например, если опустить интегрирование по объему активной зоны, то два совершенно одинаковых события, одно из которых возникло вблизи границы зоны и, следовательно, ближе к границам камеры, а второе - в центре зоны, т.е. в точке наиболее удаленной от границ камеры, при постоянной по сечению интенсивности пучка, первое событие будет обладать большим весом. Если границы активной зоны близки к границам камеры, эта разница в весах может быть весьма существенной. Приходим к абсурдному выводу о том, что при равномерном распределении интенсивности первичных частиц по сечению активной зоны и при моноэнергетическом пучке вблизи стенок возникает больше событий, чем в центре камеры. Физические результаты, например, угловые и импульсные распределения, исправленные этими двумя способами, совпадут только при бесконечно большой статистике. Ниже приводится расчет эффективности регистрации событий следующих типов:

- 1) рассеяние  $V^0 p \rightarrow V^0 p$  ;
- 2) пара  $V^0$  -частиц с  $n$  -лучевой звездой;
- 3)  $V^0$  - частица с  $n$  -лучевой звездой.

### 1. Эффективность регистрации событий рассеяния $V^0$ -частиц на протонах

Событие рассеяния  $V^0 p \rightarrow V^0 p$  задается:

1. Импульсами  $V^0$  -частицы до и после рассеяния  $P_{V_1}$  и  $P_{V_2}$  соответственно и импульсом протона отдачи  $P_p$  .

2. Углами  $\Theta_{01}$ ,  $\Theta_2$ ,  $\Theta_p$  .

3. Массами частиц и схемой распада  $V^0$  -частицы.

4. Относительными точностями импульсов

$$\frac{\Delta P_p}{P_p}, \quad \frac{\Delta P_+}{P_+}, \quad \frac{\Delta P_-}{P_-} .$$

Пусть  $V^0$  -частица родилась в  $O (X_0, Y_0, Z_0)$  (рис. 1). Вычислим координаты точки рассеяния  $I (X_1, Y_1, Z_1)$  в основной системе координат (ОСК).

Если вероятность того, что  $V^0$  - частица пробежит расстояние  $\mathcal{L}$ , не распавшись и не провзаимодействовав, есть

$$dw = w(\mathcal{L}) d\mathcal{L} ,$$

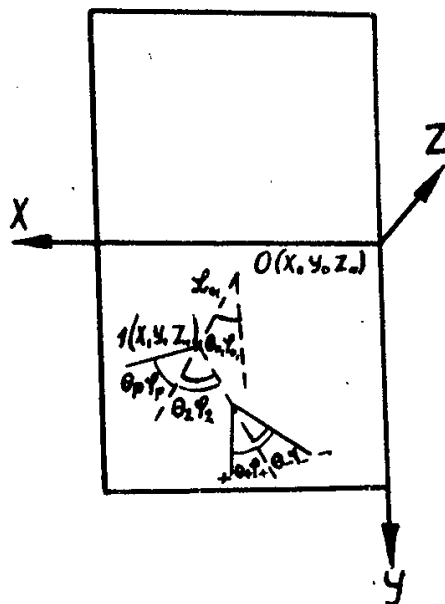


Рис. 1.

то воспроизвести эту вероятность можно, беря в качестве  $\mathcal{L}$  корень уравнения

$$\int_0^{\mathcal{L}} w(\mathcal{L}) d\mathcal{L} = a \int_0^{\infty} w(\mathcal{L}) d\mathcal{L},$$

где  $a$  распределено равномерно на отрезке  $(0,1)$ . В частности, при  $w(\mathcal{L}) = e^{-\frac{\mathcal{L}}{L_1}} \frac{1}{L_1}$

$$\mathcal{L} = -L_1 \ln a.$$

Средняя длина пробега  $L_1$  определяется из условия

$$\frac{1}{L_1} = \frac{1}{\lambda_{\text{расп.}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{tot}}}.$$

Поскольку  $\lambda_{\text{расп.}} \ll \lambda_{\text{tot}}$ , то последним членом можно пренебречь. Действительно, поскольку  $\sigma_{\Delta P_{\text{tot}}} \approx 60 \text{ Мб}$ , то  $\lambda_{\text{tot}} = 333 \text{ см}$ , тогда как для  $P_{\lambda} = 5,0 \frac{\text{БэВ}}{\text{С}}$   $\lambda_{\text{расп.}} = 29,6 \text{ см}$ . Таким образом,  $\lambda_{\text{расп.}}$ , по крайней мере на порядок менее  $\lambda_{\text{tot}}$

$$\frac{1}{L_1} \approx \frac{1}{\lambda_{\text{расп.}}},$$

$$L_1 = \frac{P_{\lambda} v_0}{M v_0} \text{ с то.}$$

Вследствие симметрии взаимодействий по отношению к вращениям в пространстве

$$\phi_{01} = 2\pi a_2$$

$a_2$  - распределено равномерно в  $(0,1)$ .



2. Координаты конца трека протона отдачи в системе координат  $A$  с началом в точке 1 и с осью  $O'Y'$ , направленной по  $O1$ . Плоскость  $X'Y'$  наклонена к плоскости  $XY$  под азимутальным углом  $\phi_{01}$ . Тогда

$$\begin{aligned} X'_p &= L_{1p} \sin \Theta_p \cos \phi_p = -L_{1p} \sin \Theta_p \cos \phi_2, \\ Z'_p &= L_{1p} \sin \Theta_p \sin \phi_p = -L_{1p} \sin \Theta_p \sin \phi_2, \\ Y'_p &= L_{1p} \cos \Theta_p. \end{aligned} \quad (2)$$

$$L_{1p} = \left[ \frac{50(1+\epsilon)}{\beta_p B_{(KG)} \frac{\Delta P_p}{P_0} \sqrt{L_{(CM)}} \sqrt{1 - (\sin \theta_p \sin \phi_p)^2}} \right]^2 \quad \epsilon - \text{приведено в } /3/ ,$$

$L_{(CM)}$  - радиационная длина (см) рабочей жидкости.

$$\beta_p = \frac{P_p}{\sqrt{P_p^2 + M_p^2}},$$

$$\phi_2 = 2\pi a_3.$$

$a_3$  распределено равномерно в  $(0,1)$

$L_{1p}$  - минимальная длина трека, при которой еще возможна идентификация протона отдачи при заданной величине  $\frac{\Delta P_p}{P_0}$ .

Если протон останавливается в камере, то в качестве этой длины

берется ее пробег.

3. Координаты конца трека протона отдачи в с.к.В. с началом в т. 1 и с осями, параллельными осям  $X, Y, Z$ , выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} X''_p &= X'_p \cos(\widehat{X''}, \widehat{X'}) + Y'_p \cos(\widehat{X''}, \widehat{Y'}) + Z'_p \cos(\widehat{X''}, \widehat{Z'}), \\ Z''_p &= X'_p \cos(\widehat{Z''}, \widehat{X'}) + Y'_p \cos(\widehat{Z''}, \widehat{Y'}) + Z'_p \cos(\widehat{Z''}, \widehat{Z'}), \\ Y''_p &= X'_p \cos(\widehat{Y''}, \widehat{Y'}) + Y'_p \cos(\widehat{Y''}, \widehat{Y'}) + Z'_p \cos(\widehat{Y''}, \widehat{Z'}). \end{aligned}$$

Вспользуемся формулами сферической тригонометрии:

$$\begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c, \\ \cos(\widehat{X''}, \widehat{X'}) &= \cos \Theta_{01} \cos \phi_{01}, \\ \cos(\widehat{Y''}, \widehat{Y'}) &= \cos \Theta_{01}, \\ \cos(\widehat{Z''}, \widehat{Z'}) &= \cos \phi_{01}, \\ \cos(\widehat{X''}, \widehat{Y'}) &= \cos(\pi/2 - \Theta_{01}) \cos \phi_{01} = \sin \Theta_{01} \cos \phi_{01}, \\ \cos(\widehat{X''}, \widehat{Z'}) &= \cos(\pi/2 + \phi_{01}) = -\sin \phi_{01}, \\ \cos(\widehat{Z''}, \widehat{X'}) &= \cos \Theta_{01} \cos(\pi/2 - \phi_{01}) = \cos \Theta_{01} \sin \phi_{01}, \\ \cos(\widehat{Z''}, \widehat{Y'}) &= \cos(\pi/2 - \Theta_{01}) \cos(\pi/2 - \phi_{01}) = \sin \Theta_{01} \sin \phi_{01}, \\ \cos(\widehat{Y''}, \widehat{X'}) &= \cos(\pi/2 + \Theta_{01}) = -\sin \Theta_{01}, \\ \cos(\widehat{Y''}, \widehat{Z'}) &= 0. \end{aligned}$$

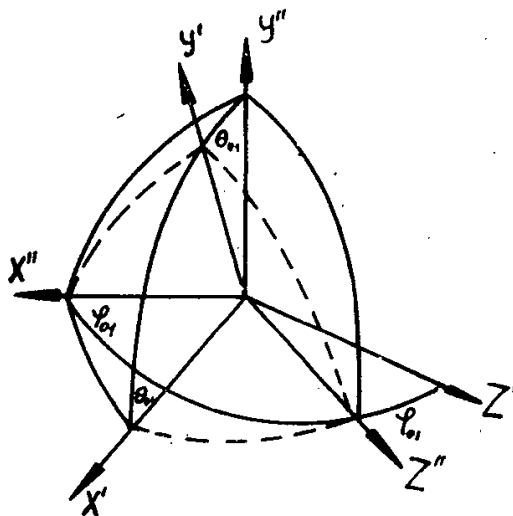


Рис. 2.

Откуда

$$\begin{aligned}
 X_p'' &= X_p' \cos \Theta_{01} \cos \phi_{01} + Y_p' \sin \Theta_{01} \cos \phi_{01} - Z_p' \sin \phi_{01} , \\
 Z_p'' &= X_p' \cos \Theta_{01} \sin \phi_{01} + Y_p' \sin \Theta_{01} \sin \phi_{01} + Z_p' \cos \phi_{01} , \\
 Y_p'' &= -X_p' \sin \Theta_{01} + Y_p' \cos \Theta_{01} .
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

4. В о.с.к. координаты конца трека протона выражаются формулами

$$\begin{aligned}
 X_p &= X_1 + X_p'' = X_0 + (L_{01} \sin \Theta_{01} \cos \phi_{01} + X_p'') \delta , \\
 Z_p &= Z_1 + Z_p'' , \\
 Y_p &= Y_1 + Y_p'' .
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

5. Координаты вершины вилки в с.к. А:

$$\begin{aligned} X'_2 &= \mathcal{L}_{12} \sin \Theta_2 \cos \phi_2, \\ Z'_2 &= \mathcal{L}_{12} \sin \Theta_2 \sin \phi_2, \\ Y'_2 &= \mathcal{L}_{12} \cos \Theta_2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathcal{L}_{12} = -L_2 \ln a_4, \quad L_2 = \frac{P_{2y}}{M_v} c r_0.$$

$$0 < a_4 < 1.$$

6. В с.к. В:

$$\begin{aligned} X''_2 &= X'_2 \cos \Theta_{01} \cos \phi_{01} + Y'_2 \sin \Theta_{01} \cos \phi_{01} - Z'_2 \sin \phi_{01}, \\ Z''_2 &= X'_2 \cos \Theta_{01} \sin \phi_{01} + Y'_2 \sin \Theta_{01} \sin \phi_{01} + Z'_2 \cos \phi_{01}, \\ Y''_2 &= -X'_2 \sin \Theta_{01} + Y'_2 \cos \Theta_{01}, \\ R'' &= \sqrt{X''_2{}^2 + Z''_2{}^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

7. В о.с.к.:

$$\begin{aligned} X_2 &= X_1 + X''_2, \\ Z_2 &= Z_1 + Z''_2, \\ Y_2 &= Y_1 + Y''_2. \end{aligned} \quad (7)$$

8. Направление импульса распадной частицы в системе покоя. Направим в с.покоя  $V^0$  вдоль 1-2. Предположим, что продукты распада  $V^0$ -частицы в с.покоя распределены изотропно. Обозначим косинус полярного угла вылета положительной частицы в этой с.к. через  $\lambda_+$ , а азимутальный угол между плоскостью распада, проходящей через 1-2 и направление пучка в точках 1 или 2 через  $\phi_+$ . Тогда

$$\begin{aligned} \lambda_+ &= -1 + 2a_5 \quad (0 < a_5 < 1); \\ \phi_+ &= 2\pi a_6 \quad (0 < a_6 < 1). \end{aligned} \quad (8)$$

9. Если энергия и импульс положительной частицы распада в с.покоя  $V^0$  суть  $E_+^*$  и  $p^*$ , то компоненты импульса в этой системе имеют вид:

$$\begin{aligned} \xi_+ &= p^* \sqrt{1 - \lambda_+^2} \cos \phi_+ , \\ \zeta_+ &= p^* \sqrt{1 - \lambda_+^2} \sin \phi_+ , \\ \eta_+^* &= p^* \lambda_+ . \end{aligned} \quad (9)$$

10. В с.к. С с ОУ по 1-2 и с началом в 2

$$\begin{aligned} \eta_+ &= \gamma \eta_+^* + \Gamma E_+^* , \\ \gamma &= \frac{E_{V_2^0}}{M_{V_2^0}} ; \quad E_{V_2^0} = \sqrt{P_{V_2^0}^2 + M_{V_2^0}^2} , \\ \Gamma &= \frac{P_{V_2^0}}{M_{V_2^0}} , \\ E_+^* &= \sqrt{P_+^{*2} + M_+^2} . \end{aligned} \quad (10)$$

11. В с.к. D с началом в 2 и с осями, параллельными осям о.с.к., в точности, как в пункте 3, получим компоненты импульса распадной частицы в о.с.к.:

$$\begin{aligned} P_{x_+} &= \frac{Y_2''}{\mathcal{L}_{12}} \frac{X_2''}{R''} \xi_{+} + \frac{X_2''}{\mathcal{L}_{12}} \eta_+ - \frac{Z_2''}{R''} \zeta_+ , \\ P_{z_+} &= \frac{Y_2''}{\mathcal{L}_{12}} \frac{Z_2''}{R''} \xi_+ + \frac{Z_2''}{\mathcal{L}_{12}} \eta_+ + \frac{X_2''}{R''} \zeta_+ , \\ P_{y_+} &= - \frac{R''}{\mathcal{L}_{12}} \xi_{+} + \frac{Y_2''}{\mathcal{L}_{12}} \eta_+ . \end{aligned} \quad (11)$$

12. В с.к. D

$$\begin{aligned} P_+ &= \sqrt{P_{x_+}^2 + P_{y_+}^2 + P_{z_+}^2} , \quad L_{2+} = \left[ \frac{50(1+\epsilon)}{\beta_+ B_{(KO)} \frac{\Delta P_+}{P_+} \sqrt{L_{(CM)}} \sqrt{1 - (P_+/E_+)^2}} \right]^2 , \\ X_+'' &= \frac{P_{x_+}}{P_+} \mathcal{L}_{2+} , \quad \beta_+ = \frac{P_+}{\sqrt{P_+^2 + M_+^2}} , \\ Z_+'' &= \frac{P_{z_+}}{P_+} \mathcal{L}_{2+} , \\ Y_+'' &= \frac{P_{y_+}}{P_+} \mathcal{L}_{2+} . \end{aligned} \quad (12)$$

$\mathcal{L}_{2+}$  - минимальная длина трека положительной частицы, при которой еще возможна ее идентификация при заданной точности измерения импульса.

13. В о.с.к. :

$$\begin{aligned} X_+ &= X_2 + X''_+ = X_0 + (\mathcal{L}_{01} \sin \Theta_{01} \cos \phi_{01} + X''_2 + X''_+) \delta, \\ Y_+ &= Y_2 + Y''_+, \\ Z_+ &= Z_2 + Z''_+. \end{aligned} \quad (13)$$

Расчет повторяется с формул по (13) для того же набора с заменой всюду  $\xi_+, \eta_+, \zeta_+$  на  $-\xi_+, -\eta_+, -\zeta_+$  и индекса (+) на (-) для отрицательной частицы. Расчет проводится при  $\delta = 1$  и  $\delta = -1$  для одного и того же набора  $a_i$ . Эта операция приводит к отражению в плоскости, проходящей через направление пучка. Координаты вершин звезд располагаются в объеме, вырезаемом пучком первичных частиц в пропагоне в так называемой активной зоне

$$\begin{aligned} X_0 &= a + b a_7 & (0 < a_7 < 1), \\ Y_0 &= \ell (a_8 - 1/2) & (0 < a_8 < 1), \\ Z_0 &= c + d a_9 & (0 < a_9 < 1) \end{aligned} \quad (14)$$

Задаются:

1. Константы, общие для всех событий - размеры камеры :

$$\begin{aligned} D &= 28, \\ H &= 14, \\ \ell &= 55. \end{aligned}$$

2. Константы данного события

$$\cos \Theta_{01}, \cos \Theta_p, \cos \Theta_2, P_{V_1}, M_{V_1}, P^*, P_{V_2}, M_+, M_-, P_p, \Delta P_p, \frac{\Delta P_+}{P_+}, \frac{\Delta P_-}{P_-}$$

берутся из перфокарт.

Ход расчета

1. Расчет ведется по формулам (1)-(14) для  $\delta = 1$  и  $\delta = -1$ .

2. Для учета отражений относительно плоскости, в которой лежит вектор  $0,1$ , после окончания всего расчета нужно провести его снова с данным набором  $a_i$ , начиная с (2), но вместо  $\phi_2$  прежнего, ввести новое значение

$$\phi_2 \text{ новое} \rightarrow \pi - \phi_2 \text{ прежнее}$$

или

$$\phi_2 \text{ новое} \rightarrow 2\pi - \phi_2 \text{ прежнее.}$$

В первом случае отражение происходит в плоскости, проходящей через  $01$ , нормально  $O'X'$ , во втором - нормально  $O'Z'$ .

3. Если хотя бы одно из чисел

$X_p, X_+, X_-$  меньше нуля или больше  $D$

$Y_p, Y_+, Y_-$  меньше  $-\ell/2$  или больше  $\ell/2$ .

$Z_p, Z_+, Z_-$  меньше нуля или больше  $H$ ,

то в сумматор засылается 0.

4. Если же одновременно

$$0 < X_p, X_+, X_- < D,$$

$$-\ell/2 < Y_p, Y_+, Y_- < \ell/2,$$

$$0 < Z_p, Z_+, Z_- < H,$$

то в сумматор засылается единица.

5. Расчет повторяется с новым набором случайных чисел  $a_i$  и т.д., всего 100  $N$  раз.

6. На печать выводится содержимое сумматора по сотням и среднее квадратичное отклонение от среднего

$$\bar{n} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i,$$

где  $n_i$  - число, накопленное в сумматоре за  $i$ -ую сотню циклов:

$$n^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i^2,$$

$$D = \sqrt{\frac{1}{N-1} \{ n^2 - (n\bar{)}^2 \}}.$$

Заметим, что по изложенным формулам можно вычислить геометрическую эффективность регистрации распадов  $\Xi^-$  - гиперонов, если опустить отражение в плоскости, проходящей через направление импульса  $V^0$ -частицы до рассеяния.

II. Геометрическая эффективность регистрации пары  $V^{\circ}$ -частиц,  
вылетающих из  $n$ -лучевой звезды

Событие задается:

1. Импульсами  $P_{V_i}, P_{V_2}, P_{P_i}$   $i=1, 2, \dots, n$ .
2. Углами  $\Theta_1, \bar{\phi}_1, \Theta_2, \bar{\phi}_2, \Theta_{P_1}, \bar{\phi}_{P_1}$ .
3. Массами все частиц и схемами распада  $V^{\circ}$ -частиц.
4. Точностями измерения импульсов всех заряженных частиц.

Первая  $V^{\circ}$ -частица

1. В с.к. с началом в  $O$  ( $X_0, Y_0, Z_0$ ) и осями, параллельными  $X, Y, Z$  (рис. 3):

$$X_1 = L_{01} \sin \Theta_1 \cos \phi_1,$$

$$Z_1 = L_{01} \sin \Theta_1 \sin \phi_1,$$

$$Y_1 = L_{01} \cos \Theta_1,$$

$$L_{01} = -L_1 \ln a_1 \quad (0 < a_1 < 1),$$

$$L_1 = \frac{P_{V_1}}{Mv_1} \cdot C_{r_{01}}$$

$$\phi_1 = 2\pi a_2 + \bar{\phi}_1 \quad (0 < a_2 < 1),$$

$$R_1 = \sqrt{X_1^2 + Z_1^2}.$$

$\bar{\phi}_1$  - начальный азимутальный угол  $V^{\circ}$  частицы.

$$\bar{\phi}_1 = \arcsin \frac{n_1}{\sqrt{\ell_1^2 + n_1^2}} = \arccos \frac{\ell_1}{\sqrt{\ell_1^2 + n_1^2}},$$

$\ell_1$  - начальное (измеренное значение) направляющего косинуса вектора импульса  $V^{\circ}$  частицы с  $OX$ .

$n_1$  - начальное (измеренное) значение направляющего косинуса вектора импульса  $V^{\circ}$  частицы с  $OZ$ .

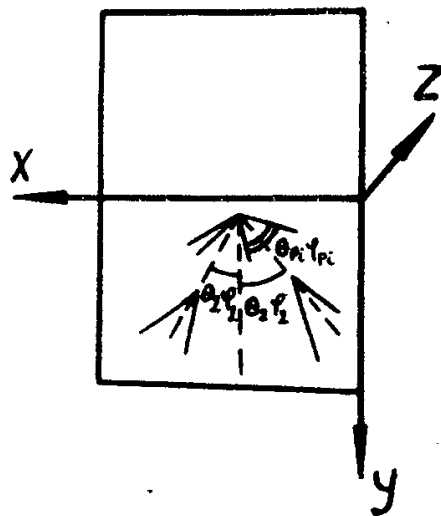


Рис. 3.

2. В системе покоя  $V^0$  - частицы для положительной частицы распада имеем:

$$\lambda_{+1} = -1 + 2a_3 \quad (0 < a_3 < 1),$$

$$\phi_{+1} = 2\pi a_4 \quad (0 < a_4 < 1),$$

$$\xi_{+1} = P_1^* \sqrt{1 - \lambda_{+1}^2} \cos \phi_{+1},$$

$$\zeta_{+1} = P_1^* \sqrt{1 - \lambda_{+1}^2} \sin \phi_{+1},$$

$$\eta_{+1}^* = P_1^* \lambda_{+1}.$$

3. В лабораторной с.к.

$$\eta_{+1} = \gamma \eta_{+1}^* + \Gamma_1 E_{+1}^*,$$

$$\gamma = \frac{E_{1V}}{M_{1V}},$$

$$E_{1V} = \sqrt{P_{1V}^2 + M_{1V}^2},$$

$$\Gamma_1 = \frac{P_{1V}}{M_{1V}},$$

$$E_{+1}^* = \sqrt{P_{+1}^{*2} + M_{+1}^2}.$$



4. В с.к. D :

$$P_{x+1} = \frac{Y_1}{\mathcal{L}_{01}} \frac{X_1 \xi_{+1}}{R_1} + \frac{X_1}{\mathcal{L}_{01}} \eta_{+1} - \frac{Z_1}{R_1} \zeta_{+1} ,$$

$$P_{z+1} = \frac{Y_1}{\mathcal{L}_{01}} \frac{Z_1}{R_1} \xi_{+1} + \frac{Z_1}{\mathcal{L}_{01}} \eta_{+1} + \frac{X_1}{R_1} \zeta_{+1} ,$$

$$P_{y+1} = - \frac{R_1}{\mathcal{L}_{01}} \xi_{+1} + \frac{Y_1}{\mathcal{L}_{01}} \eta_{+1} .$$

5. В с.к. D :

$$P_{+1} = \sqrt{P_{x+1}^2 + P_{y+1}^2 + P_{z+1}^2} ,$$

$$X'_{+1} = \frac{P_{x+1}}{P_{+1}} \mathcal{L}_{+1} ,$$

$$Y'_{+1} = \frac{P_{y+1}}{P_{+1}} \mathcal{L}_{+1} ,$$

$$Z'_{+1} = \frac{P_{z+1}}{P_{+1}} \mathcal{L}_{+1} .$$

6. В о.с.к. :

$$X_{+1} = X_0 + (X_1 + X'_{+1}) \delta ; \quad X_0 = a + b a_5 \quad (0 < a_5 < 1) .$$

$$Y_{+1} = Y_0 + Y_1 + Y'_{+1} ; \quad Y_0 = l (a_6 - \frac{1}{2}) \quad (0 < a_6 < 1) .$$

$$Z_{+1} = Z_0 + Z_1 + Z'_{+1} ; \quad Z_0 = c + d a_7 \quad (0 < a_7 < 1) .$$

7. Для отрицательной частицы распада весь расчет, начиная с формул п.2, повторяется при прежних значениях  $a_i$  с заменой знаков  $\xi_+$ ,  $\eta_+$ ,  $\zeta_+$  на противоположные и положительных индексов - на отрицательные.

Вторая  $V^0$  - частица

Расчет для второй  $V^0$  - частицы повторяется целиком по формулам вышеприведенной схемы с учетом фиксированного значения угла между импульсами  $V^0$  - частиц. Это сводится к тому, что в выражении азимутального угла

$$\phi_2 = 2\pi a_2 + \bar{\phi}_2,$$

$$\bar{\phi}_2 = \arcsin \frac{n_2}{\sqrt{n_2^2 + \ell_2^2}} = \arcsin \frac{\ell_2}{\sqrt{n_2^2 + \ell_2^2}}$$

$a_2$  - должно принимать те же значения, что и для первой  $V^0$  - частицы.

Прежними должны оставаться также наборы чисел  $a_5, a_6, a_7$ , что соответствует вылету обеих  $V^0$  - частиц из одной и той же звезды.

### Заряженные частицы звезды

1. Координаты концов треков частиц звезды в системе координат с началом в  $O(X_0, Y_0, Z_0)$  и с осями, параллельными  $X, Y, Z$ , выражаются формулами:

$$X'_{P_i} = \ell_{P_i} \sin \theta_{P_i} \cos \phi_{P_i}$$

$$Z'_{P_i} = \ell_{P_i} \sin \theta_{P_i} \sin \phi_{P_i}$$

$$Y'_{P_i} = \ell_{P_i} \cos \theta_{P_i}$$

$$\phi_{P_i} = 2\pi a_2 + \phi_P \quad (0 < a_2 < 1),$$

$$\bar{\phi}_{P_i} = \arcsin \frac{n_{P_i}}{\sqrt{n_{P_i}^2 + \ell_{P_i}^2}} = \arcsin \frac{\ell_{P_i}}{\sqrt{n_{P_i}^2 + \ell_{P_i}^2}}$$

$\ell_{P_i}$  и  $n_{P_i}$  - направляющие косинусы  $i$ -го трека с осями  $OX$  и  $OY$  соответственно,

$$L_{P_i} = \left[ \frac{50(1+\epsilon)}{\beta_{P_i} B_{(\pi\sigma)} \frac{\Delta P_{P_i}}{P_{P_i}} \sqrt{L_{(CM)}} \sqrt{1 - (\sin \theta_{P_i} \sin \phi_{P_i})^2}} \right]^2$$

$$\beta_{P_i} = \left| \frac{P_{P_i}}{\sqrt{P_{P_i}^2 + M_{P_i}^2}} \right|,$$

$\ell_{P_i}$  - минимальная длина трека, при которой возможна идентификация знака заряда при заданном  $\Delta P_{P_i} / P_{P_i}$ ,

2. В о.с.к. координаты концов треков звезды.

$$X_{P_1} = X_0 + X'_{P_1} \delta ; \quad X_0 = a + b a_5 \quad (0 < a_5 < 1) ;$$

$$Y_{P_1} = Y_0 + Y'_{P_1} ; \quad Y_0 = l (a_6 - 1/2) \quad (0 < a_6 < 1) ;$$

$$Z_P = Z_0 + Z'_{P_1} ; \quad Z_0 = c + d a_7 \quad (0 < a_7 < 1) ;$$

$a_5, a_6, a_7$  принимают те же значения, что и для обеих  $V^0$ -частиц.

#### Ход расчета

1. Расчет выполняется по вышеприведенным формулам для  $\delta = +1$  и  $\delta = -1$  при одних и тех же наборах  $a_i$ .

Если хотя бы одно из чисел  $X_{P_1}, X_{+1}, X_{-1}, X_{+2}, X_{-2}$  отрицательно или больше  $D$ ;  $Y_{P_1}, Y_{+1}, Y_{-1}, Y_{+2}, Y_{-2}$  меньше  $-l/2$  или больше  $l/2$ ;  $Z_{P_1}, Z_{+1}, Z_{-1}, Z_{+2}, Z_{-2}$  отрицательно или больше  $H$ ; то в сумматор засылается ноль.

Если же одновременно

$$\begin{aligned} 0 < X_{P_1}, X_{+1}, X_{-1}, X_{+2}, X_{-2} < D, \\ -l/2 < Y_{P_1}, Y_{+1}, Y_{-1}, Y_{+2}, Y_{-2} < l/2, \\ 0 < Z_{P_1}, Z_{+1}, Z_{-1}, Z_{+2}, Z_{-2} < H, \end{aligned}$$

то в сумматор засылается единица.

Дальнейший ход расчета и выдача на печать совершенно аналогичны таковым в первой задаче.

Частным случаем рассмотренной задачи является расчет эффективности регистрации одной  $V^0$ -частицы, образовавшейся в  $n$ -лучевой звезде.

Авторы выражают признательность С.Н.Соколову и Г.А.Осокову за полезные обсуждения.

#### Л и т е р а т у р а

1. Б.А.Шахбазян, Л.И.Русинов. Известия АН СССР, серия физическая, т.ХІХ, 143 (1955).
2. Г.И.Копылов. Диссертация. Дубна, 1960.
3. W.H.Barkas and A.H.Rosenfeld. UCRL, 8030, 1963.

Рукопись поступила в издательский отдел  
9 декабря 1963 г.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3475. Тираж 350. Январь 1964 г.  
1,3 уч.-изд.л. Техн. ред. Н.Н.Зрелова.



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**  
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Л.Г. Заставенко



STAT

К ТЕОРИИ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ УРАВНЕНИЙ  
ДВИЖЕНИЯ КЛАССИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ  
/С УЧЕТОМ САМОДЕЙСТВИЯ/

1 - одномерный случай

Дубна 1964

Заставенко Л.Г.

STAT

К теории регуляризации уравнений движения классических частиц /с учетом самодействия/.

Рассматривается задача о регуляризации уравнения движения классической частицы с учетом самодействия в простейшем случае одного пространственного измерения. Новым по сравнению с основополагающей работой /9/ является в основном то, что, помимо простейшего регуляризованного уравнения /18/, рассмотрен целый класс регуляризованных уравнений /возможно, исчерпывающий все такие уравнения/. Приведены аргументы в пользу того, что уравнение /18/ - единственное среди уравнений рассмотренного класса, не имеющее "лишних" решений.

**Препринт Объединенного института ядерных исследований.**

Дубна. 1964.

Zastavenko L.G.

STAT

On a Regularization of Equations of Motion for Classical Particles  
( with Account of Self-Action )

A method is proposed for regularizing the equations of motion for classical particles in a field. The main idea is that the field equation and the supplementary condition requiring that the motion with constant velocity would be the only possible motion of a free particle determine the equation of motion for particles uniquely.

**Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.**

Dubna. 1964.

Л.Г. Заставенко



STAT

К ТЕОРИИ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ УРАВНЕНИЙ  
ДВИЖЕНИЯ КЛАССИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ  
/С УЧЕТОМ САМОДЕЙСТВИЯ/

1 - одномерный случай

Направлено в ЖЭТФ

Дубна 1984

1.1. Хорошо известно, что существующая /классическая/ теория взаимодействия частиц с полем является логически незамкнутой. Например, функционал действия

$$\int ds (m - g\phi) + \int dx dt \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_a} \right)^2 + \phi^2 \right]$$

приводит обычным образом к следующим "уравнениям движения":

$$\frac{d}{ds} \left[ \frac{dx_k}{ds} (m - g\phi) \right] = g \frac{\partial \phi}{\partial x_k}, \quad /1/$$

$$- \left( - \frac{\partial^2}{\partial x_a^2} + 1 \right) \phi = g \sqrt{1 - \dot{x}^2(t)} \delta(x - x(t)). \quad /2/$$

Из /2/ следует, что функция  $\frac{\partial \phi}{\partial x_k}$  при  $x = x(t)$  претерпевает скачок, поэтому значение  $\frac{\partial \phi}{\partial x_k}$  при  $x = x(t)$  не определено: между тем именно эта неопределенная величина входит в уравнение /1/. Таким образом, система уравнений /1/, /2/ недостаточна для определения входящих в нее функций.

В случае большей размерности трудность усугубляется тем, что поле принимает на траектории бесконечное значение.

Указанная трудность, как отмечено выше, хорошо известна. Хорошо известно также, что она является истоком трудностей с расходимостями в квантовой теории поля.

Менее хорошо известно, что уже давно дан логически безукоризненный путь преодоления этой трудности /в классике/ /Дирак<sup>/9/</sup>. Судя по тому, как делаются ссылки на работу<sup>/9/</sup>, этот достигнутый Дираком прогресс остался не понятым /см. например<sup>/6,7,8/</sup>/. В серии статей, которая начинается настоящей работой, мы намерены: А/ повторить рассмотрение<sup>/9/</sup> более подробным и формальным образом, что и само по себе кажется целесообразным ввиду важности полученного в<sup>/9/</sup> результата; в частности, мы улучшим рассмотрение, данное в приложении<sup>/9/</sup>, и докажем высказанное в<sup>/9/</sup>, на наш взгляд, без доказательства, утверждение о независимости результата от формы трубки; Б/ подробно рассмотреть вопрос о законах сохранения и классе допустимых уравнений: уравнение, полученное в<sup>/9/</sup>, является простейшим, но отнюдь не единственно возможным; мы более внимательно просмотрим весь класс допустимых уравнений, с тем чтобы выяснить, нет ли среди этих уравнений более приемлемого, чем взятое Дираком.



1.2. В настоящей работе мы ограничиваемся одномерным случаем. В этом случае простейшее уравнение /19/ из полученного нами класса допустимых уравнений /см. п. 2.8/ обладает тем свойством, что оно не имеет других решений для свободного движения частицы, кроме равномерных и прямолинейных движений. Приведенное в п. 2.9 исследование приводит к предположению, что /19/ - единственное уравнение из числа допустимых, обладающее этим свойством. Полностью доказать это предположение нам не удалось.

1.3. С точки зрения физической интерпретации, данной в /9/, уравнение /19/, в отличие от уравнения, рассмотренного в /9/, описывает точечную частицу.

1.4. Дадим формулировку задачи "регуляризации" уравнения движения и попутно поясним содержание статьи.

а/ При заданном уравнении поля надо найти уравнение движения, которое обеспечивает существование у системы поле-частицы обычных интегралов движения, то есть энергии-импульса  $\mathcal{P}_k$  и ковариантного момента количества движения  $\mathcal{L}$ . Ввиду наличия правой части в уравнении поля импульс  $p_k$  и момент количества движения  $\ell$  поля не сохраняются /см. /6/; /7/ и /9//; приписав системе поле-частицы, помимо полевых величин  $p_k$  и  $\ell$ , дополнительные импульс и "момент"  $q$  и  $k$  /п. 2.4/ и определив полные импульс и момент, как сумму полевых и дополнительных, - обеспечиваем сохранение  $\mathcal{P}_k$  и  $\mathcal{L}$ .

Очевидно, полевые величины  $p$  и  $\ell$  задаются как функции предшествующего движения системы поля и частиц. Зададим еще дополнительный импульс  $q_k$  как некоторую функцию предшествующего движения; тогда уравнение сохранения импульса /11/ становится уравнением движения /п. 2.7/.

б/ При  $t \rightarrow \pm \infty$ , когда частицы удаляются друг от друга и выходят из сферы действия поля, импульс  $\mathcal{P}_k$  и момент  $\mathcal{L}$  должны принимать обычный вид:

$$\mathcal{P}_k = \sum_a Z_k^a + p_{k\alpha},$$
$$\mathcal{L} = i \sum_a [ Z_0^a x_1^a(t) - t Z_1^a ] + \ell_i.$$

Здесь  $a$  номер частицы,  $x_1^a(t)$  и  $v^a(t)$  - ее координаты и скорость,  $z_0^a = M_a / \sqrt{1 - (v^a)^2}$ ,  $z_1^a = v^a z_0^a$ . Импульс свободной частицы  $z^a$  включает импульс "привязанного" к частице поля, наоборот,  $p_i$  и  $\ell_i$  суть импульс и момент свободного поля, рассеявшегося /при  $t \rightarrow \pm \infty$  / во всем пространстве; они определяются согласно /3/ и /4/, если интеграл в /3/ брать по части пространства /бесконечно/ удаленной от частиц. Условие б/ существенно ограничивает первоначально весьма большую, согласно а/, свободу выбора дополнительного импульса /см. п. 2.6 и п. 2.8/.

в/ Наконец, условие отсутствия у уравнения движения без внешнего поля других решений, кроме равномерных и прямолинейных движений, согласно предположению, указанному в п. 1.2, совершенно уничтожает всякую свободу в выборе дополнительного импульса и сводит весь класс допустимых уравнений движения к единственному уравнению /19/ /п. 2.10/.

1.5. Таким образом, если верно предположение п. 1.2, линейное уравнение поля в рассмотренном нами одномерном случае в некотором смысле /см. п. 1.4/ однозначно определяет уравнение движения частиц. Уместно отметить, что такой результат противоречит распространенной точке зрения /см., например, /1/, стр. 21/.

## § 2. Регуляризация уравнения /1/

2.1. Рассмотрим импульс  $p_k$  и "момент"  $\ell$  скалярного поля

$$p_k = i \int T_{k4} dx, \quad /3/$$

$$\ell = i \int dx (x_1 T_{44} - x_4 T_{14}). \quad /4/$$

Здесь

$$T_{ik} = - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_k} + \frac{1}{2} \delta_{ik} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_4} \right)^2 + \phi^2 \right]. \quad /5/$$

Поскольку уравнение поля /2/ - неоднородное, величины  $p_k$  и  $\ell$  меняются со временем:

$$\frac{dp_k}{dt} = - (T_{k1} + \dot{x}(t) T_{k4}) \Big|_{x(t)-\epsilon}^{x(t)+\epsilon} \quad /6/$$

и

$$\frac{d\ell}{dt} = x(t) \frac{dp_4}{dt} - i t \frac{dp_1}{dt}. \quad /7/$$

2.2. Полученные формулы требуют знания скачков производных поля на траектории частицы. Поле  $\phi$  мы представим в виде  $\phi = \phi_0 + \phi_1$ , где  $\phi_0$  - решение однородного уравнения Клейна-Гордона, а

$$\phi_1 = \frac{g}{2} \int_{-\infty}^t ds(\tau) J_0(\sqrt{(t-\tau)^2 - (x-x(\tau))^2}) \eta[(t-\tau)^2 - (x-x(\tau))^2], \quad /8/$$

здесь /и далее/  $ds(\tau) = d\tau \sqrt{1 - \dot{x}^2(\tau)}$ ,  $\eta(z)$  - функция скачка; для дальнейшего заметим соотношение:  $\phi_1[x(t), t] + \frac{g}{2}$  при  $t \rightarrow \pm \infty$ .

Разрывы производных на траектории имеет только  $\phi_1$ ; из /8/ получаем

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_k} \Big|_{\substack{x(t)+\epsilon \\ x(t)-\epsilon}} = -g n_k, \quad /8a/$$

где  $n_k$  - единичный вектор нормали к траектории:

$$n_k = \frac{1}{\sqrt{1 - \dot{x}^2(t)}}, \quad n_1 = i x(t) n_k.$$

2.3. Подставив /8a/ в /6/, получим /с учетом /5//:

$$\frac{d p_k}{d s(t)} = -g \phi_k^{reg}, \quad /9/$$

здесь

$$\phi_k^{reg} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial x_k} \Big|_{x(t)+\epsilon} + \frac{\partial \phi}{\partial x_k} \Big|_{x(t)-\epsilon} \right]. \quad /10/$$

2.4. Если мы хотим, чтобы система поля и взаимодействующих с ним частиц - сингулярностей имела сохраняющиеся величины импульса и "момента", нам следует приписать этой системе, помимо полевых величины  $p_k$  и  $\ell$ , также дополнительные импульс и "момент",  $q_k$  и  $k$ , изменение которых вдоль траектории согласно /9/ и /7/ определено формулами:

$$q_k(2) - q_k(1) = g \int_1^2 ds \phi_k^{reg}, \quad /11/$$

$$k(2) - k(1) = g \int_1^2 ds [x_1 \phi_4^{reg} - x_4 \phi_1^{reg}]. \quad /12/$$

Определив полный импульс и "момент"  $\mathcal{P}_k$  и  $\mathcal{L}$  как сумму  $p_k$  и  $q_k$ ,  $\ell$  и  $k$ , очевидно, будем иметь

$$\frac{d \mathcal{P}_k}{d t} = 0, \quad \frac{d \mathcal{L}}{d t} = 0.$$

2.5. Ввиду слабой сингулярности поля на траектории в рассматриваемом нами одномерном случае методом, изложенным в /2/ на стр. 30, легко показать, что величины  $p_k$  и  $\ell$  обладают трансформационными свойствами вектора и скаляра, соответственно.

Это обеспечивает должные трансформационные свойства  $\mathcal{P}_k$  и  $\mathcal{L}$ .

2.6. Рассмотрим траекторию  $x_k(s)$ , имеющую асимптоты при  $t \rightarrow +\infty$

Физически такая траектория соответствует движению частицы, которая при  $t \rightarrow \pm \infty$  находится в области пространства, свободной от внешних полей.

Импульс поля  $P_k$  при  $t \rightarrow \pm \infty$  распадается на две части:

- а/ часть, связанную со свободным полем, рассеявшимся в пространстве;
- б/ часть, связанную с полем, "привязанным" к сингулярности.

Из уравнения /2/ и соображений п. 2,5 следует, что часть б/ импульса поля пропорциональна  $\frac{dx_k}{ds}$ , причем коэффициент пропорциональности один и тот же при  $t \rightarrow +\infty$  и  $t \rightarrow -\infty$ .

Полный вклад частицы в импульс рассматриваемой системы /такой вклад, разумеется, может быть однозначно выделен лишь при  $t \rightarrow \pm \infty$  / складывается из части б/ импульса поля и дополнительного импульса /11/; чтобы этот вклад обладал обычными свойствами импульса свободной частицы, необходимо принять его равным  $M \frac{dx_k}{ds}$  с коэффициентом пропорциональности  $M$ , одним и тем же при  $t \rightarrow +\infty$  и  $t \rightarrow -\infty$ . Отсюда следует, что дополнительный импульс  $q_k$  стремится к  $\pi \frac{dx_k}{ds}$  при  $t \rightarrow \pm \infty$  опять-таки с коэффициентом  $\pi$ , одним и тем же при  $t \rightarrow +\infty$  и  $t \rightarrow -\infty$ .

Это и есть условие, ограничивающее траектории, по которым может двигаться частица /из /11/ ясно, что это условие выполнено отнюдь не для всех траекторий/.

2.7. Не составляет труда получить класс уравнений движения, совместных с условием п. 2.6. Так как векторы  $\frac{dx_k}{ds}$  и  $\frac{d^2x_k}{ds^2}$  ортогональны, то вектор  $q_k$  можно представить в виде:

$$q_k = F_1 \frac{dx_k}{ds} + F_2 \frac{d^2x_k}{ds^2} \quad /13/$$

Согласно /11/  $\frac{dq_k}{ds} = g \phi_k^{reg}$ , откуда

$$\frac{dx_a}{ds} \frac{dq_a}{ds} = \frac{dx_a}{ds} \phi_a^{reg}$$

Из /8/ и /9/ следует важное соотношение

$$\frac{dx_a}{ds} \phi_a^{reg} = \frac{d\phi}{ds} \quad /14/$$

с помощью которого из /13/ находим

$$F_2 \left[ \frac{d^2 x_k}{ds^2} \right]^2 = - \frac{d}{ds} (F_1 + g\phi) . \quad /15/$$

Таким образом, /13/ можно переписать в виде:

$$\frac{d}{ds} \left[ (m - g\phi) \frac{dx_k}{ds} \right] = g\phi_k^{reg} + \frac{d}{ds} \left[ F \frac{dx_k}{ds} - \frac{d^2 x_k}{ds^2} \frac{1}{\omega^2} \frac{dF}{ds} \right] \quad /16/$$

/Мы переопределили  $F_1$  и обозначили  $\omega^2 = \left( \frac{d^2 x_k}{ds^2} \right)^2 /$ .

Считая в /16/  $F$  заданной инвариантной функцией предшествующего движения частицы и значений поля в части  $t' < t$  светового конуса с вершиной в точке  $t, x(t)$ , можем рассматривать /16/ как уравнение движения  $x'$ .

При таком понимании /16/ определяет /весьма обширный/ класс уравнений движения частиц, которые совместно с уравнением поля /2/ обеспечивают сохранение энергии и импульса системы поля и частиц.

Дополнительный импульс, соответствующий уравнению /16/, есть

$$q_k = \frac{dx_k}{ds} (m - g\phi - F) + \frac{1}{\omega^2} \frac{d^2 x_k}{ds^2} \frac{dF}{ds} \quad /17/$$

/см. /13//.

Класс допустимых функций  $F$  в /16/ уменьшается условием п. 2.8, которое можно свести к требованию стремления  $F$  к нулю при  $t \rightarrow \pm \infty$ .

2.8. Более тяжелое ограничение на класс функций  $F$  следует из условия, которое получается заменой в рассуждении п. 2.6 импульса "моментом". Это условие можно сформулировать в виде:  $k - x_1 q_4 + x_4 q_1 \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \pm \infty$ . Отсюда, подставив /16/ в /12/ и проинтегрировав по частям, получим:

$$\int \frac{ds}{\omega^2} \frac{dF}{ds} \left[ \frac{dx_1}{ds} \frac{d^2 x_4}{ds^2} - \frac{dx_4}{ds} \frac{d^2 x_1}{ds^2} \right] = 0 . \quad /18/$$

Согласно определению  $\omega^2$ , данному в п. 2.7, здесь  $[...] = \omega$ , поэтому условию /18/ удовлетворяет любая функция  $F$ , зависящая только от аргумента  $\omega$ . Это вместе с требованием, чтобы функции  $F$  и  $\frac{1}{\omega} \frac{dF}{ds}$

$x/ /16/$  является системой двух уравнений с одной неизвестной функцией  $x(t)$ ; соотношение /15/ обеспечивает совместность этих уравнений.

обращались в нуль при  $\omega = 0$ , то есть для свободного движения /см.п.2.7/, определяет /возможно, не полностью/ класс уравнений движения частиц /16/, совместных с уравнением поля /2/ /и условиями, связанными с существованием сохраняющихся импульса и "момента" системы поля и частиц - см. п. 2.6/.

Из соображений инвариантности при несобственных преобразованиях Лоренца мы будем считать  $F(-\omega) = F(\omega)$ . Кроме того, мы будем предполагать  $F(\omega)$  аналитической при  $-\infty < \omega < +\infty$ .

2.9. Наконец, привлечение динамических соображений позволяет еще более сузить класс допустимых уравнений движения.

а/ Поскольку частица отрицательной массы может, излучая, ускоряться, то мы ограничимся рассмотрением лишь частиц с положительной массой:  $m' + \frac{g^2}{4} > 0$ ;  $\frac{g^2}{4}$  - полевая масса,  $m' = m - \frac{g^2}{2}$  - см. п. 2.2.

б/ Пусть коэффициент  $A$  разложения  $F(\omega) = A\omega^2 + \dots$  отличен от нуля и положителен. Тогда линеаризация уравнения /16/ дает:

$$m''x - Ax^{(IV)} + \frac{g^2}{2} \int_0^\infty \frac{J_1(z)}{z} dz [x(t-z) - x(0) + \dot{x}(t)] = 0$$

/ср. п. 2.11/; это уравнение при  $A > 0$ ,  $m' + \frac{g^2}{4} > 0$  имеет решение  $x(t) = e^{\lambda t}$ ,  $\lambda > 0$ .

Таким образом, случай  $A > 0$  мы можем исключить на том основании, что частица в отсутствие внешнего поля может совершать движение, отличное от равномерного и прямолинейного /более точно - движение  $x(t) = 0$  при  $A > 0$  неустойчиво/.

в/ При  $A < 0$  ситуация сложнее; уравнение

$$m'\lambda^2 - A\lambda^4 + \frac{g^2}{2} (\sqrt{1+\lambda^2} - 1) = 0$$

для определения характеристического показателя  $\lambda$  положительных корней не имеет; однако если величина  $|A|$  не слишком велика,  $|A| < |A_0|$

/и  $m' + \frac{g^2}{4} > 0$ / это уравнение имеет пару комплексно-сопряженных корней в правой полуплоскости.

При  $|A| \rightarrow |A_0|$  каждый из этих корней сливается с симметричным ему относительно мнимой оси корнем характеристического уравнения так, что при  $-|A_0| - \epsilon < A < -|A_0|$ ,  $\epsilon > 0$ , характеристическое уравнение имеет при  $\text{Im } \lambda > 0$  два чисто мнимых корня, скажем,  $\lambda_1(A)$  и  $\lambda_2(A)$ ; первый из которых с ростом  $|A|$  движется от точки возникновения вниз, а второй вверх; корень  $\lambda_1(A)$  определен, очевидно, при всех  $A < -|A_0|$ .

В случае чисто мнимых характеристических показателей вопрос об устойчивос-

ти не решается первым приближением. Мы рассмотрели первую поправку к линейному приближению; ее оказалось достаточно, чтобы доказать неустойчивость решения  $x(t) = 0$  при  $-i \lambda_1(A) > \frac{1}{2}$ ; при  $-i \lambda_1(A) < \frac{1}{2}$  становится необходим учет поправок более высокого порядка; мы этого не делали. Таким образом, есть основания ожидать, что случай  $A < 0$  исключается по той же причине, что случай  $A > 0$ .

г/ Пусть теперь  $A = 0$ , так что  $F(\omega) = B\omega^{2n} + \dots$  где  $B \neq 0$ ,  $n \geq 2$  /  $n$  - целое/. Выписанное выше линейризованное уравнение при  $A = 0$ ,  $m' + \frac{g^2}{2} > 0$ ,  $m' < 0$  имеет решение  $e^{\lambda t}$ ,  $\lambda > 0$ , поэтому мы ограничимся случаем  $m' > 0$  /оставив без рассмотрения возможность  $m' = 0$ /. Итак, пусть  $m' > 0$  и  $B \neq 0$ . Вместо линейризованного уравнения мы получаем:

$$m' \ddot{x} - B \frac{d^2}{dt^2} (\dot{x})^{2n-1} + \text{интегральный член} = 0.$$

Обращение в нуль коэффициента при старшей производной создает возможность неединственности решения. Эта возможность реализуется при  $B > 0$ , когда выписанное уравнение допускает решение:  $x(t) = 0$  при  $t < t_0$ ,  $x(t) = C(t-t_0)^a + \dots$  при  $t > t_0$ ; здесь  $a = 2 + \frac{1}{n-1}$ ,  $BC^{2(n-1)} [a(a-1)]^{2n-1} = m'$ . Собственно говоря, от таких "лишних" решений свободного уравнения можно избавиться, потребовав непрерывности всех производных функции  $x(t)$ ; однако это требование заведомо не выполнимо для движения во внешнем поле, которое само может не иметь непрерывных производных: взяв внешнее поле с "разрывом" вида

$$\phi_0(x, t) = (t-x)^{a-1} + \dots \quad \text{при } t > x, \quad \phi_0(x, t) = 0$$

при  $t < x$

получаем решение  $x(t)$  указанного выше вида; для определения  $C$  на этот раз получаем уравнение, которое имеет два разных корня. Итак, случай  $B > 0$  нехорош тем, что при наличии "разрывов" определенного рода во внешнем поле, уравнения движения в этом случае не дают возможности однозначно определить траекторию.

Случай  $B < 0$  наиболее сложен, и нам не удалось достоверно выявить присутствующего этому случаю дефекта; обратив, однако, внимание на то, что уравнение  $m' \ddot{x} + |B| \frac{d^2}{dt^2} (\dot{x})^{2n-1} = 0$  имеет периодические решения, частота которых неограниченно растет при стремлении амплитуды к нулю, естественно предположить, что наше уравнение при  $B < 0$  допускает решение в виде колебаний, амплитуда и период которых стремится к нулю при  $t \rightarrow \infty$ . Поскольку главная часть интегрального члена для колебаний большой частоты есть  $\frac{g^2}{2} \dot{x}$ , то уравнение для предполагаемого нами решения

$$\text{есть } m' \ddot{x} + |B| \frac{d^2}{dt^2} (\dot{x})^{2n-1} + \frac{g^2}{2} \dot{x} = 0 .$$

Нам не удалось установить, имеет ли это уравнение решение с интересующими нас свойствами.

д/ к обсуждавшимся выше недостаткам уравнений /16/ с нетривиальным выбором  $F(\omega)$  можно добавить еще следующий: пусть  $F(\omega) \approx \omega^p$  при  $\omega \rightarrow \infty$ .

Тогда уравнение /16/, по-видимому, имеет решения с асимптотикой

$$x(t) = t - at^{1-2a} + \dots \quad \text{при } t \rightarrow -\infty ; \quad \text{здесь } a = \frac{p}{p-1} \text{ и } a \neq 0 .$$

/Обоснование состоит в том, что указанная выше функция  $x(t) \approx$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{d}{ds} \left[ (m' + F) \frac{dx}{ds} - \frac{1}{\omega^2} \frac{dF}{ds} \frac{d^2x}{ds^2} \right] = 0$$

и подстановка этой функции в интегральный член дает вклад более высокого порядка малости/.

2.10. Таким образом, можно ожидать, что всякий выбор  $F(\omega)$ , отличный от тривиального  $F = \text{const}$ , приводит к уравнению движения, имеющему лишние решения; в частности, равномерное и прямолинейное движение свободной частицы оказывается для такого уравнения неустойчивым.

Здесь уместно отметить, что только при  $F = 0$ ,  $m' > 0$  решение  $x(t') = 0$  доставляет минимум функционалу энергии. Действительно, функционал энергии состоит у нас из двух частей - энергий полевой и дополнительной. Полевая энергия в случае отсутствия внешнего поля определяется функцией /8/. Таким образом, зависимость полевой энергии от траектории весьма сглаженная; никакого особого влияния значения производных функций  $x(t)$  на величину этой части энергии не оказывают. Наоборот, дополнительная энергия /17/ явно зависит при  $F \neq 0$  от  $\dot{x}$  и от  $\ddot{x}$ . Поэтому, меняя траекторию несущественным /с точки зрения влияния на величину полевой энергии/ образом, можно сделать дополнительную энергию как угодно большой /положительной или отрицательной/.

Итак, необходимым условием минимума функционала энергии является отсутствие последнего члена в /17/, что требует исчезновения  $F$ .

Аналогичным образом устанавливается, что условие  $m' > 0$  при  $F = 0$  также необходимо для минимума энергии<sup>x/</sup>.

<sup>x/</sup> Мы используем следствия того факта, что дополнительная энергия зависит от высокочастотной асимптотики Фурье-образа функции  $x(t)$  существенно сильнее, чем полевая энергия. Сам этот факт уже отмечен в литературе<sup>/5/</sup>.



и проф. Хр.Я. Христова за интерес к работе и ценные замечания.

Л и т е р а т у р а

1. Л. Инфельд, Е. Плебаньский. Движение и релятивизм, ИЛ., Москва, 1962.
2. В. Гайтлер. Квантовая теория излучения. ИЛ., Москва, 1956, стр. 30.
3. В.И. Арнольд. ДАН СССР, 137, 255 /1960/.
4. Г.Н. Ватсон. Теория бесселевых функций, часть 1, ИЛ., Москва, 1949.
5. М.А. Марков. ЖЭТФ, 16, 800 /1946/.
6. *P.R. Feinman, I.A. Wheeler. Rev. Mod. Phys, 17, 157 (1945)*
7. Ю.М. Широков, Д.Г. Саитов. ЖЭТФ, 31, 113 /1958/.
8. Г. Вентцель. Введение в квантовую теорию волновых полей. ОГИЗ, Гостехиздат, Москва-Ленинград, 1947.
9. Р.А.М. *Dirac. Proc. Roy. Soc., A, 167, 148 (1938)*.
10. Л.Г. Заставенко. Журнал вычислительной математики и мат. физики /в печати/.

Рукопись поступила в издательский отдел  
10 декабря 1963 г.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Заказ 3474.

Тираж 430. Январь 1964 г.

Техн. ред. Н.Н.Зрелова.

• 0,9 уч.-изд.л.



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

---

А.Т. Филиппов



STAT

О ПОСТРОЕНИИ  
КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
В ТЕОРИИ ПОЛЯ

Дубна 1964

О построении квазипотенциальных уравнений в теории поля.

Изучены низшие приближения для квазипотенциальных уравнений в  $\lambda\phi^3$ - и  $g\phi^4$ -теориях. Показана применимость метода Фредгольма в  $\lambda\phi^3$ -теории. Для  $g\phi^4$ -теории метод Фредгольма не применим; предложен специальный прием для определения особенностей в  $\ell$  плоскости в этом случае. Найденное приближенное выражение для локального потенциала приводит к неаналитической зависимости от  $g$ .

**Препринт Объединенного института ядерных исследований.**

Дубна. 1964.

Filippov A.T.

STAT

On the Construction of Quasipotential Equations in Quantum Field Theory

The lowest approximations for the quasipotential equations in the  $\lambda\phi^3$  and  $\lambda\phi^4$  theories have been studied. The applicability of Fredholm method in the  $\lambda\phi^3$  theory is shown. However, this method is inapplicable to the  $g\phi^4$  theory; in this case a special recipe is suggested to determine the singularities in the  $\ell$  plane. The found approximate expression for the local potential leads to the nonanalytical dependence on  $g$ .

**Preprint, Joint Institute for Nuclear Research.**

Dubna. 1964.

А.Т. Филиппов



STAT

О ПОСТРОЕНИИ  
КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
В ТЕОРИИ ПОЛЯ

Дубна 1964

В предыдущей работе <sup>/1/</sup> был дан общий рецепт построения квазипотенциала и устранения расходимостей из него (см. также <sup>/2/</sup>). Здесь мы рассмотрим низшие приближения для квазипотенциала в  $\lambda\phi^3$ - и  $g\phi^4$ -теориях<sup>x)</sup>.

В  $\lambda\phi^3$ -теории  $V^+ = \lambda^2 V_2^+ + \lambda^4 V_4^+ + \dots$ , а  $V_n^- \equiv 0$ . Нетрудно найти, что диаграммам рис. 1а соответствует потенциал

$$V_2^+ = [T_2^+] = - \frac{2\lambda^2}{m^2 + (\vec{p} - \vec{p}')^2}, \quad (1)$$

а диаграммам рис. 1 б), в), г) - потенциал

$$V_4^+ = [T_4^+] - [V_2^+ \times V_2^+] = \int_{4m^2}^{\infty} \frac{dt'}{t' - t} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{ds'}{s' - s} [\rho(s', t') - \rho(s', t'; s)] + (2)$$

$$+ \int_{4m^2}^{\infty} \frac{dt'}{t' - t} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{ds'}{s' + t' + s - 4m^2} \rho(s', t'),$$

где

$$\rho(s', t') = \frac{-16\pi\lambda^4 \theta[(s' - 4m^2)(t' - 4m^2) - 4m^4]}{\sqrt{s't'[(s' - 4m^2)(t' - 4m^2) - 4m^4]}}, \quad (3)$$

$$\rho(s', t'; s) = \frac{-16\pi\lambda^4 \theta[(s' - 4m^2) \{t' - 4m^2 + s - \frac{(s+s'-4m^2)^2}{4(s'-4m^2)}\}]}{\sqrt{s'(s'-4m^2) \{t' - 4m^2 + s - \frac{(s+s'-4m^2)^2}{4(s'-4m^2)}\}}}, \quad (4)$$

и мы опустили вклад в  $V_4^+$  диаграмм 4-го порядка, зависящих лишь от  $t$ .

Легко видеть, что для потенциала  $V_4^+(s, t)$  представление Мандельштама несправедливо. Он содержит как раз такую лишнюю особенность, которая компенсирует ближайшую дополнительную особенность <sup>/3/, /4/</sup> в квазипотенциальной амплитуде рассеяния (содержащуюся в  $V_2^+ \times V_2^+$ ). Из самого способа построения квазипотенциала следует, что с ростом числа учтенных порядков теории возмущений в потенциале будут возникать такие особенности, что дополнительные особенности в квазипотенциальной амплитуде смогут появляться лишь в области достаточно больших  $|k^2|$ .

Найдем при  $t \rightarrow \infty$  асимптотику членов борновского ряда для квазипотенциаль-

x) Обозначения см. в <sup>/1/</sup>.

ной амплитуды  $T = V_2 + V_2 \times V_2 + V_2 \times V_2 \times V_2 + \dots$ . Эти члены соответствуют "лестничным" диаграммам Фейнмана. Например,  $V_2 \times V_2 \times V_2$  соответствует лестничным диаграммам 6-го порядка. Нетрудно найти, что

$$[V_2 \times V_2 \times \dots \times V_2]_{t \rightarrow \infty} \approx \frac{2\lambda^2}{t} \frac{[\beta(s) \log \frac{t}{m^2}]^{n-1}}{(n-1)!}, \quad (5)$$

где

$$\beta(s) = 8\pi\lambda^2 \int_{4m^2}^{\infty} \frac{ds'}{s'-s} \frac{1}{\sqrt{s'(s'-4m^2)}}. \quad (6)$$

Асимптотика каждого члена совпадает, таким образом, с асимптотикой соответствующей лестничной диаграммы Фейнмана<sup>/5/, /6/</sup>, а суммирование приводит к результату  $T_{t \rightarrow \infty} \approx 2\lambda^2 t^{\alpha(s)}$  (где  $\alpha(s) = -1 + \beta(s)$ ), совпадающему с результатом работы<sup>/6/</sup>. Анализ двухчастичных диаграмм Фейнмана более общего вида показывает, что учет какой-либо неприводимой диаграммы в потенциале позволяет получить асимптотику лестничной диаграммы, составленной из этой неприводимой с помощью итераций квазипотенциального уравнения. В этом смысле квазипотенциальные уравнения эквивалентны уравнению Бете-Солпитера.

Так как в  $\lambda\phi^3$ -теории  $T_n \sim \frac{1}{t}$  (с точностью до логарифмических множителей), то из результатов работы<sup>/3/</sup> следует, что квазипотенциальная амплитуда, при учете любого конечного порядка теории возмущений в потенциале, мероморфна в области  $\text{Re} \ell > -1$  и аналитична по  $g$  при  $g = 0$ . Это не противоречит тому, что сумма диаграмм, рассмотренных в работе<sup>/7/</sup>, может иметь ветвления при  $\ell = 2a(\frac{s}{4}) - 1$ , поскольку эти диаграммы не двухчастичны и никакое конечное приближение в квазипотенциале не позволяет получить их бесконечную сумму. Заметим, однако, что точка ветвления не попадает в область  $\text{Re} \ell > -1$ , если  $\lambda$  столь мало, что нет резонансов и связанных состояний, появляющихся лишь при  $a > 0$ . (На наш взгляд, причиной возникновения этой точки ветвления является то, что реакции могут идти с образованием в промежуточном состоянии сложных частиц).

Как легко видеть, в  $g\phi^4$ -теории метод Фредгольма<sup>/3/</sup> неприменим. Рассмотрим вклад простейших диаграмм рис. 2 в квазипотенциал. Здесь также  $V_n \equiv 0$ . Низшее приближение для потенциала (рис. 2а) есть

$$V_2^+ = (t - 4m^2) \int_{4m^2}^{\infty} \frac{dt'}{t'-t} \frac{(-8\pi g^2)}{\sqrt{t'(t'-4m^2)}} \approx 8\pi g^2 \log \frac{t}{m^2}. \quad (7)$$

Асимптотика  $V_3^+$  при  $t \rightarrow \infty$  имеет вид:

$$V_3^+ \approx 32\pi^2 g^3 \left(\log \frac{t}{m^2}\right)^2 \approx (t - 4m^2) \int_{4m^2}^{\infty} \frac{dt'}{t'-t} \frac{(-64\pi^2 g^3)}{\sqrt{t'(t'-4m^2)}}. \quad (8)$$

Вообще спектральная функция  $n$ -го приближения  $r^{(n)}$  имеет асимптотику  
 $r^{(n)} \underset{\nu \rightarrow \infty}{\sim} a^{(n)} + b^{(n)} \log\left(\frac{\nu}{m^2}\right) + \dots$

Уравнение для волновой функции

$$(k^2 - p^2) \phi_\ell(p) = \int_0^\infty \frac{2\pi dq}{\sqrt{q^2 + m^2}} F_\ell(p, q; k^2) \phi_\ell(q) \quad (9)$$

в случае  $\xi \phi$  теории сводится к задаче  $\phi = \hat{K} \phi$  с симметричным, но не вполне непрерывным оператором  $\hat{K}$ , так что применение теории Фредгольма приводит к расходящимся рядам. Можно, однако, показать, что при  $\text{Re} \ell > 0$  оператор  $\hat{K}$  — ограниченный карлемановский оператор. Заметим, далее, что  $\hat{K} = \hat{K}_0 + \hat{K}'$  где  $\hat{K}_0 = \hat{K} | \frac{1}{\sqrt{q^2 + m^2}}$  а  $\hat{K}'$  вполне непрерывный оператор, и поэтому непрерывный спектр для  $\hat{K}_0$  и  $\hat{K}$  один и тот же.  $\hat{K}_0$  может иметь полюса при  $\ell = 0, -2, \dots$  причем при  $\ell = 0$  потенциал  $V_2^+$  дает полюс первого порядка, а  $V_3^+$  — полюс второго порядка. Положим  $\hat{K}_0 = \frac{\xi}{V} K_1 + \frac{\xi^3}{\ell^2} K_2 + \xi^2 K_3$ , где  $\hat{K}_{1,2,3}$  — ограниченные карлемановские операторы и  $\hat{K}_3$  не имеет особенностей в окрестности точки  $\ell = 0$ . При достаточно малых  $\xi$  уравнение  $\phi = \hat{K}_0 \phi$  может иметь решение лишь в малой окрестности точки  $\ell = 0$ . Положим поэтому

$$\Lambda = \frac{\ell}{\xi} \quad . \quad \text{Тогда} \quad \Lambda \phi = \xi \left( \hat{K}_1 + \frac{\hat{K}_2}{\Lambda} \right) \phi + \xi^2 \Lambda \hat{K}_3 \phi \quad (10)$$

Учитывая ограниченность операторов  $\hat{K}_{1,2,3}$ , мы предположим, что спектральное множество  $\hat{K}_0$  расположено в окрестности точки  $\Lambda = 1$ . В этом случае вторым членом в правой части (10) можно при  $\xi \rightarrow 0$  пренебречь. Выберем теперь операторы  $\hat{K}_1$  и  $\hat{K}_2$  (к ним можно добавлять выражения, равные нулю при  $\ell = 0$ ) так, чтобы привести уравнение (10) к импульсному представлению обычного дифференциального уравнения Шредингера. Для этого в формулу (11) работы [1] подставим асимптотическое разложение  $Q_\ell(z) \sim \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(\ell + 1)}{\Gamma(\ell + 3/2) (2z)^{\ell+1}} + \dots$  и, заменив  $(p^2 + q^2 + \nu)^{-1/2}$  на  $\nu^{-1/2} + O(\nu^{-3/2})$ , вновь вернемся к  $Q_\ell$  с помощью асимптотического разложения. В результате найдем для  $\phi = \frac{\phi}{\sqrt{p}}$  уравнение

$$(k^2 - p^2) \tilde{\phi}_\ell(p) = \int_0^\infty dq \int_{m^2}^\infty d\nu r(\nu, k^2) \frac{2\pi\gamma(\ell)}{\sqrt{\nu}} Q_{\ell-1/2} \left( \frac{p^2 + q^2 + \nu}{2pq} \right) \tilde{\phi}_\ell(q), \quad (11)$$

где  $\gamma(\ell) = \frac{[\Gamma(\ell + 1)]^2}{(\ell + 1/2)[\Gamma(\ell + 1/2)]}$ . Для волновой функции  $\tilde{u}_\ell(r) = \int_0^\infty dp \tilde{\phi}_\ell(p) J_{\ell-1/2}(pk)$  в  $r$ -пространстве находим

$$\tilde{u}_\ell''(r) + \left[ k^2 - \frac{\ell^2 - 1/4}{r^2} \right] \tilde{u}_\ell(r) = \tilde{V}(r, k^2) \tilde{u}_\ell(r), \quad (12)$$

где



$$\tilde{V}(r, k^2) = 2\pi^2 \gamma(\ell) \int_{4m^2}^{\infty} d\nu \frac{r(\nu, k^2)}{\sqrt{\nu}} \frac{e^{-\sqrt{\nu}r}}{r}, \quad (13)$$

$$r(\nu, k^2) = (\nu - 4m^2) \sigma(\nu, k^2) \underset{\nu \rightarrow \infty}{\approx} -8\pi g^2 - 64\pi^2 g^3 \log\left(\frac{\nu}{m^2}\right), \quad (14)$$

$$\tilde{V}(r, k^2) \underset{r \rightarrow 0}{\approx} -\frac{(8\pi g)^2}{r^2} + 2(8\pi g)^3 \frac{\log(2mr)}{r^2}. \quad (15)$$

Учитывая первый член в (15), найдем, что  $\tilde{u}_\ell(r) \underset{r \rightarrow 0}{\approx} r^{|\ell + \sqrt{\ell^2 - (8\pi g)^2}|}$ , так что амплитуда рассеяния содержит точки ветвления  $\ell = \pm (8\pi g) + O(g^2)$  (ср. /8/). Поэтому асимптотика ее при  $t \rightarrow \infty$  будет  $\sim \frac{t^{|\ell + \sqrt{\ell^2 - (8\pi g)^2}|}}{(\log \frac{t}{m^2})^{3/2}}$ , что соответствует результатам, найденным в случае уравнения Бете-Соллпитера значительно более сложным способом /9/. В работе /10/ показано, что учет второго члена в (15) приводит к неаналитической зависимости от  $g$ .

Автор благодарен Б.А. Арбузову, Н.Н. Боголюбову, А.В. Ефремову, А.А. Логунову, Р.М. Мурадян, А.Н. Тавхелидзе, Р.Н. Фаустову и О.А. Хрусталеву за весьма ценные обсуждения.

#### Л и т е р а т у р а

1. А.Т. Филиппов. Препринт ОИЯИ Р-1483, Дубна, 1963. Phys. Lett. (в печати).
2. А.А. Логунов, И.Т. Годоров, А.Н. Тавхелидзе, О.А. Хрусталеv. Nuovo Cim., 30, 134 (1963).
3. Б.А. Арбузов, А.А. Логунов, А.Т. Филиппов, О.А. Хрусталеv. Препринт ОИЯИ Р-1318, Дубна, 1963; ЖЭТФ (в печати).
4. О.И. Завьялов, М.К. Поливанов, С.С. Хоружий. ЖЭТФ, 45, 1654 (1963).
5. А.В. Ефремов. Препринт ОИЯИ Р-1242, Дубна, 1963. Polkinghorne. Journ. Math. Phys., 4, 503 (1963).
6. Б.А. Арбузов, А.А. Логунов, А.Н. Тавхелидзе, Р.Н. Фаустов. Phys. Lett., 2, 150 (1962).
7. S. Mandelstam. Pegge Cuts. Препринт Birmingham (1963).
8. Б.А. Арбузов, Б.М. Барбашов, А.А. Логунов, Нгуен Ван Хьеу, А.Н. Тавхелидзе, Р.Н. Фаустов, А.Т. Филиппов. Phys. Lett., 4, 272 (1963).
9. R.F. Sawyer. Complex Angular Momentum in Perturbation Theory. Препринт (1963).
10. Б.А. Арбузов, А.Т. Филиппов, О.А. Хрусталеv. Препринт ОИЯИ Р-1459, Дубна (1963). Phys. Lett. (в печати).

Рукопись поступила в издательский отдел  
 17 декабря 1963 г.

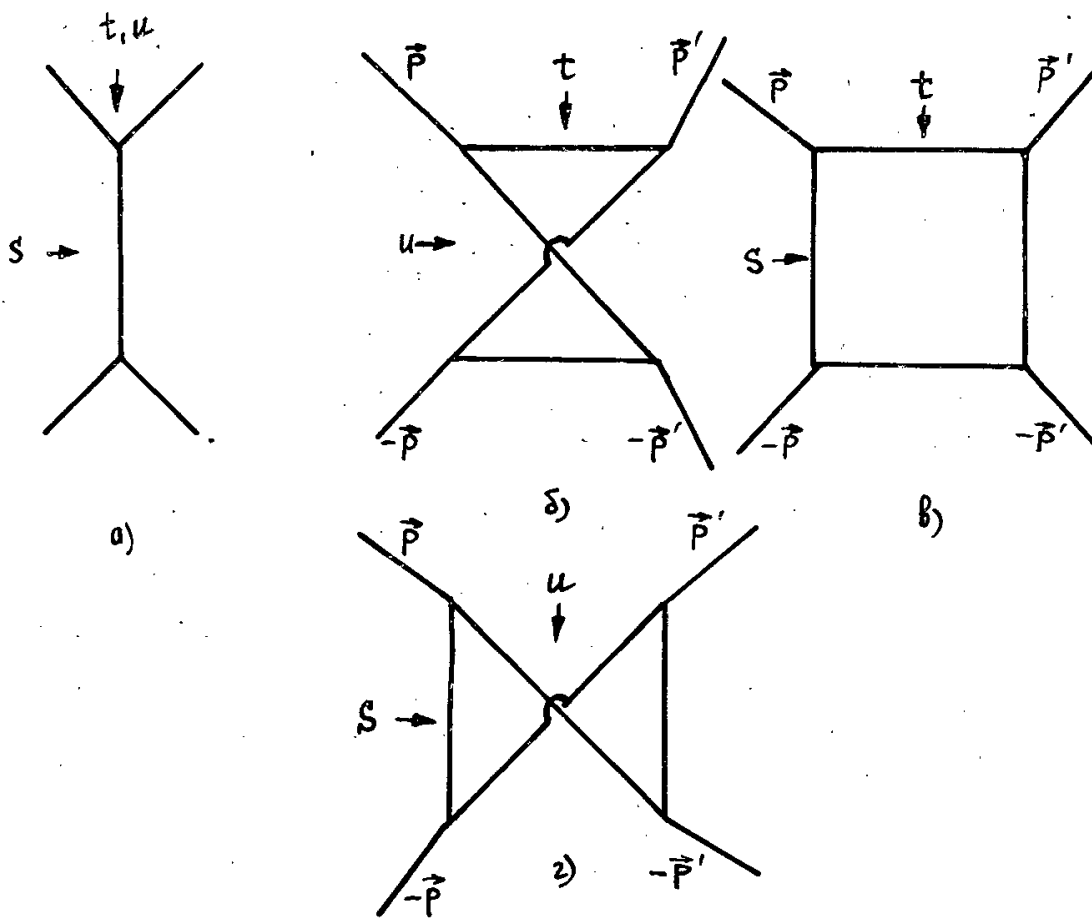


Рис. 1.

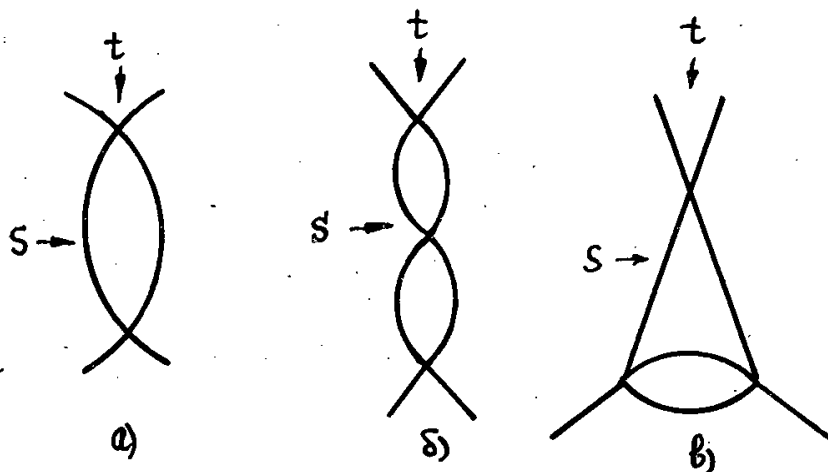


Рис. 2.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3465. \* ~ ~ Тираж 410. Январь 1964 г.  
Техн. ред. Н.Н.Зрелова.



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**  
**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР**

---

И.Н. Кухтина, Д.П. Шишков



STAT

**АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ**  
**ЭЛЕМЕНТАРНЫХ СИММЕТРИЧЕСКИХ**  
**МНОГОЧЛЕНОВ**

Дубна 1964

STAT

Кухтина И.Н., Шишков Д.П.

Алгоритм вычисления элементарных симметрических  
многочленов

В настоящей работе рассматривается эффективный метод вычисления элементарных симметрических многочленов, которые находят применение в некоторых задачах квантовой механики и высшей алгебры.

Этот метод реализуется на ЭЦМ при помощи короткой программы и дает большую экономию во времени.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.

Дубна. 1964 .

STAT

Kukhtina I.N., Shishkov D.P.

Algorithm for Calculating Elementary Symmetrical  
Polynomials

An effective method for calculating the elementary symmetrical polynomials which are applied to some problems of quantum mechanics and higher algebra is treated.

This method is realized at the electronic computer by using a brief program and saves a lot of time.

Preprint Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna. 1964 .

И.Н. Кухтина, Д.П. Шишков



STAT

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ  
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ СИММЕТРИЧЕСКИХ  
МНОГОЧЛЕНОВ

Дубна 1964

В в е д е н и е

Элементарными симметрическими многочленами <sup>/1/</sup>  $n$ -го порядка от переменных  $M_1, M_2, \dots, M_N$  называются суммы

$$\sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_n}^N M_{i_1} M_{i_2} \dots M_{i_n}, \quad n \leq N. \quad (1)$$

Они находят применение в ряде задач высшей алгебры, например, при вычислении коэффициентов полиномов по заданным корням или при вычислении любых рациональных симметрических функций <sup>/1/</sup>.

Они играют существенную роль и в некоторых задачах квантовой механики и ядерной физики, например, при расчете энергий возбужденных состояний сильно деформированных ядер на основе сверхтекучей модели ядра с проецированными волновыми функциями <sup>/2/</sup>, при вычислении фазовых объемов <sup>/3/</sup>, исследовании  $K^+$ - $p$  - взаимодействия при больших энергиях <sup>/4/</sup>.

Кроме того, в ряде задач, например, в <sup>/2/</sup>, встречаются суммы

$$\sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_n}^N M_{i_1} M_{i_2} \dots M_{i_n} (C_{i_1} + C_{i_2} + \dots + C_{i_n}), \quad n \leq N, \quad (2)$$

которые легко выражаются через элементарные симметрические многочлены.

В данной работе рассматривается эффективный метод для счета сумм (1) и (2) на электронных цифровых машинах (ЭЦМ).

ГЛАВА ПЕРВАЯ

§ 1. О вычислении элементарных симметрических многочленов

Суммы (1) образуются следующим образом: берем  $N$  элементов  $M_1, M_2, \dots, M_N$ , из них образуем всевозможные сочетания  $n$ -го порядка ( $n \leq N$ ), перемножаем элементы каждого такого сочетания и складываем полученные произведения. Ясно, что количество слагаемых в (1)  $C_N^n$ .

Например,

$$\sum_{i_1 < i_2 < i_3}^N M_{i_1} M_{i_2} M_{i_3} = M_1 M_2 M_3 + M_1 M_2 M_4 + M_1 M_2 M_5 + M_1 M_3 M_4 + \\ + M_1 M_3 M_5 + M_1 M_4 M_5 + M_2 M_3 M_4 + M_2 M_4 M_5 + M_3 M_4 M_5 \\ = M_1 (M_2 (M_3 + M_4 + M_5) + M_3 (M_4 + M_5) + M_4 M_5) +$$

$$\begin{aligned}
 &+ M_2 (M_3 (M_4 + M_5) + M_4 M_5) \\
 &+ M_3 (M_4 M_5) \\
 &= \sum_{i_1=1}^3 M_{i_1} \left( \sum_{i_2=i_1+1}^4 M_{i_2} \left( \sum_{i_3=i_2+1}^5 M_{i_3} \right) \right) .
 \end{aligned}$$

При помощи полной индукции для любых целых положительных  $n$  и  $N$ ,  $n \leq N$  можно доказать, что

$$\sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_n}^N M_{i_1} M_{i_2} \dots M_{i_n} = \sum_{i_1=1}^{N-n+1} M_{i_1} \sum_{i_2=i_1+1}^{N-n+2} M_{i_2} \sum_{i_3=i_2+1}^{N-n+3} M_{i_3} \dots \sum_{i_n=i_{n-1}+1}^N M_{i_n} . \quad (3)$$

Формула (3) дает алгоритм счета сумм (1), который реализуется программным путем при помощи  $n$  циклов, вложенных один в другой.

Это создает, во-первых, большое неудобство при составлении стандартной программы вычисления сумм (1) для любых  $n$  и  $N$ , так как длина ее счетной части переменная (зависит от порядка  $n$ ) и, во-вторых, для больших  $n$  и  $N$  время счета на существующих ЭЦМ становится настолько большим, что задача практически не выполнима.

Например, для ЭЦМ со скоростью 20 тыс. операций в секунду с плавающей запятой (которую будем иметь ввиду в дальнейшем), для  $N = 36$  и  $n = 20$  необходимо затратить 571 час.

Но (1) можно представить и в виде

$$\sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_n}^N M_{i_1} M_{i_2} \dots M_{i_n} = \sum_{i_1=n}^N M_{i_1} \sum_{i_2=n-1}^{i_1-1} M_{i_2} \dots \sum_{i_n=1}^{i_{n-1}-1} M_{i_n} , \quad (4)$$

что можно доказать методом полной индукции.

Правую часть (4) можно разбить на 2 слагаемых:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i_1=n}^N M_{i_1} \sum_{i_2=n-1}^{i_1-1} M_{i_2} \dots \sum_{i_n=1}^{i_{n-1}-1} M_{i_n} &= M_N \sum_{i_2=n-1}^{N-1} M_{i_2} \sum_{i_3=n-2}^{i_2-1} M_{i_3} \dots \sum_{i_n=1}^{i_{n-1}-1} M_{i_n} + \\
 + \sum_{i_1=n}^{N-1} M_{i_1} \sum_{i_2=n-1}^{i_1-1} M_{i_2} \dots \sum_{i_n=1}^{i_{n-1}-1} M_{i_n} &= M_N \sum_{i_1 < \dots < i_{n-1}} M_{i_1} M_{i_2} \dots M_{i_{n-1}} + \sum_{i_1 < \dots < i_{n-1}} M_{i_1} M_{i_2} \dots M_{i_n} .
 \end{aligned} \quad (5)$$

Разбиение (5) легло в основу предлагаемого алгоритма вычисления сумм (1). Программно он реализуется двумя циклами для любого  $n$  и  $N$ , путем итерационного перехода от сумм (1)  $k$ -го порядка к суммам (1)  $k+1$ -го порядка,  $k=1, 2, \dots, n-1$ .



Это позволило написать компактную стандартную программу, которая дает возможность считать суммы (1) и для больших  $n$  и  $N$ .

Для сравнения эффективности указанных методов приводим время счета сумм (1) для некоторых случаев:

$N = 36,$	$n = 20$	- 0,045 сек и 571 час,
$N = 20,$	$n = 10$	- 0,015 сек и 42,4 сек,
$N = 12,$	$n = 5$	- 0,006 сек и 0,138 сек.

$$\text{§ 2. О вычислении сумм } \sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_n}^N M_{i_1} M_{i_2} \dots M_{i_n} (C_{i_1} + C_{i_2} + \dots + C_{i_n})$$

Эти суммы получаются аналогично суммам (1), например,

$$\begin{aligned} \sum_{i_1 < i_2}^4 M_{i_1} M_{i_2} (C_{i_1} + C_{i_2}) &= M_1 M_2 (C_1 + C_2) + M_1 M_3 (C_1 + C_3) + \\ &+ M_1 M_4 (C_1 + C_4) + M_2 M_3 (C_2 + C_3) + M_2 M_4 (C_2 + C_4) + \\ &+ M_3 M_4 (C_3 + C_4) = C_1 M_1 (M_2 + M_3 + M_4) + \\ &+ C_2 M_2 (M_1 + M_3 + M_4) + C_3 M_3 (M_1 + M_2 + M_4) + C_4 M_4 (M_1 + M_2 + M_3) \end{aligned}$$

При помощи полной индукции можно доказать, что

$$\sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_n}^N M_{i_1} M_{i_2} \dots M_{i_n} (C_{i_1} + C_{i_2} + \dots + C_{i_n}) = \sum_{k=1}^N C_k M_k \sum_{\substack{i_1 < i_2 < \dots < i_{n-1} \\ i_p \neq k}}^{N-1} M_{i_1} M_{i_2} \dots M_{i_{n-1}} \quad (6)$$

где внутренняя сумма есть сумма вида (1), составленная из тех же элементов  $M_1, M_2, \dots, M_N$  без  $M_k$  и имеющая порядок  $n-1$ .

Из формулы (6) следует, что, имея стандартную программу вычисления сумм (1), можно легко вычислять суммы (2). Время счета сумм (2) с параметрами  $n$  и  $N$  будет в  $N$  раз больше, чем время счета сумм (1) с теми же параметрами.

## ГЛАВА ВТОРАЯ

### § 1. Описание алгоритма вычисления элементарных симметрических многочленов

$M_i, i = 1, 2, \dots, N$ , должны быть расположены в памяти в виде массива.

Необходимо иметь массив рабочих ячеек  $r_i, i = 0, 1, \dots, N-n+1$ , с начальным содержанием  $[r_0] = 0, [r_i] = 1, i = 1, \dots, N-n+1$ .

Сумма (1) получается в ячейке  $r_{N-n+1}$ .

Вычислительная схема алгоритма выглядит следующим образом:

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧИХ ЯЧЕЕК ВО ВРЕМЯ СЧЕТА

<u>Ячейки</u>	<u>Первоначальное содержимое</u>	<u>После первой итерации</u>	
$r_0$	0	0	= 0
$r_1$	1	$[r_1] \times M_1 + [r_0] = M_1$	$= \sum_{i_1}^1 M_{i_1}$
$r_2$	1	$[r_2] \times M_2 + [r_1] = M_1 + M_2$	$= \sum_{i_1, i_2}^2 M_{i_1, i_2}$
$r_k$	1	$[r_k] \times M_k + [r_{k-1}] = M_1 + M_2 + \dots + M_k$	$= \sum_{i_1}^k M_{i_1}$
$r_{N-n+1}$	1	$[r_{N-n+1}] \times M_{N-n+1} + [r_{N-n}] =$ $= M_1 + M_2 + \dots + M_{N-n+1}$	$= \sum_{i_1}^{N-n+1} M_{i_1}$
<u>Ячейки</u>	<u>После второй итерации</u>		
$r_0$	0		= 0
$r_1$	$[r_1] \times M_2 + [r_0] = M_1 M_2$		$= \sum_{i_1 < i_2}^2 M_{i_1, i_2}$
$r_2$	$[r_2] \times M_3 + [r_1] = (M_1 + M_2) M_3 +$ $+ M_1 M_2 = M_1 M_2 + M_1 M_3 + M_2 M_3$		$= \sum_{i_1 < i_2}^3 M_{i_1, i_2}$
$r_k$	$[r_k] \times M_{k+1} + [r_{k-1}] = (M_1 + \dots + M_k) M_{k+1} +$ $+ (M_1 M_2 + \dots + M_{k-1} M_k) =$ $= M_1 M_2 + M_1 M_3 + \dots + M_k M_{k+1}$		$= \sum_{i_1 < i_2}^{k+1} M_{i_1, i_2}$
$r_{N-n+1}$	$[r_{N-n+1}] \times M_{N-n+2} + [r_{N-n}]$		$= \sum_{i_1 < i_2}^{N-n+2} M_{i_1, i_2}$
<u>Ячейки</u>	<u>После n -ой итерации</u>		
$r_0$	0		= 0
$r_1$	$[r_1] \times M_n + [r_0] = M_1 M_2 \dots M_n$		$= \sum_{i_1 < \dots < i_n}^n M_{i_1, \dots, i_n}$
$r_2$	$[r_2] \times M_{n+1} + [r_1]$		$= \sum_{i_1 < \dots < i_n}^{n+1} M_{i_1, \dots, i_n}$
$r_k$	$[r_k] \times M_{n+k-1} + [r_{k-1}]$		$= \sum_{i_1 < \dots < i_n}^{n+k-1} M_{i_1, \dots, i_n}$
$r_{N-n+1}$	$[r_{N-n+1}] \times M_N + [r_{N-n}]$		$= \sum_{i_1 < \dots < i_n}^N M_{i_1, \dots, i_n}$

Описание этого алгоритма даем на языке Алгол-60<sup>/5/</sup>, называя соответствующую процедуру ЭСМ (Элементарный Симметрический Многочлен).

Procedure ЭСМ (N) Порядок многочлена: (n) Элементы: (M)

Результат: (S); value N, n;

integer N, n; real S; array M;

begin integer p, q, s, t; array r [0:N-n+1];

p := N - n + 1;

r [0] := 0;

for q := 1 step 1 until p do r [q] := 1;

comment Произвелась засылка начальных значений в массив r рабочих ячеек;

for s := 1 step 1 until n do

for t := 1 step 1 until p do

r [t] := r [t] × M [s + t - 1] + r [t - 1];

S := r [p]

end ЭСМ ;

§ 2. Описание алгоритма вычисления сумм (2)

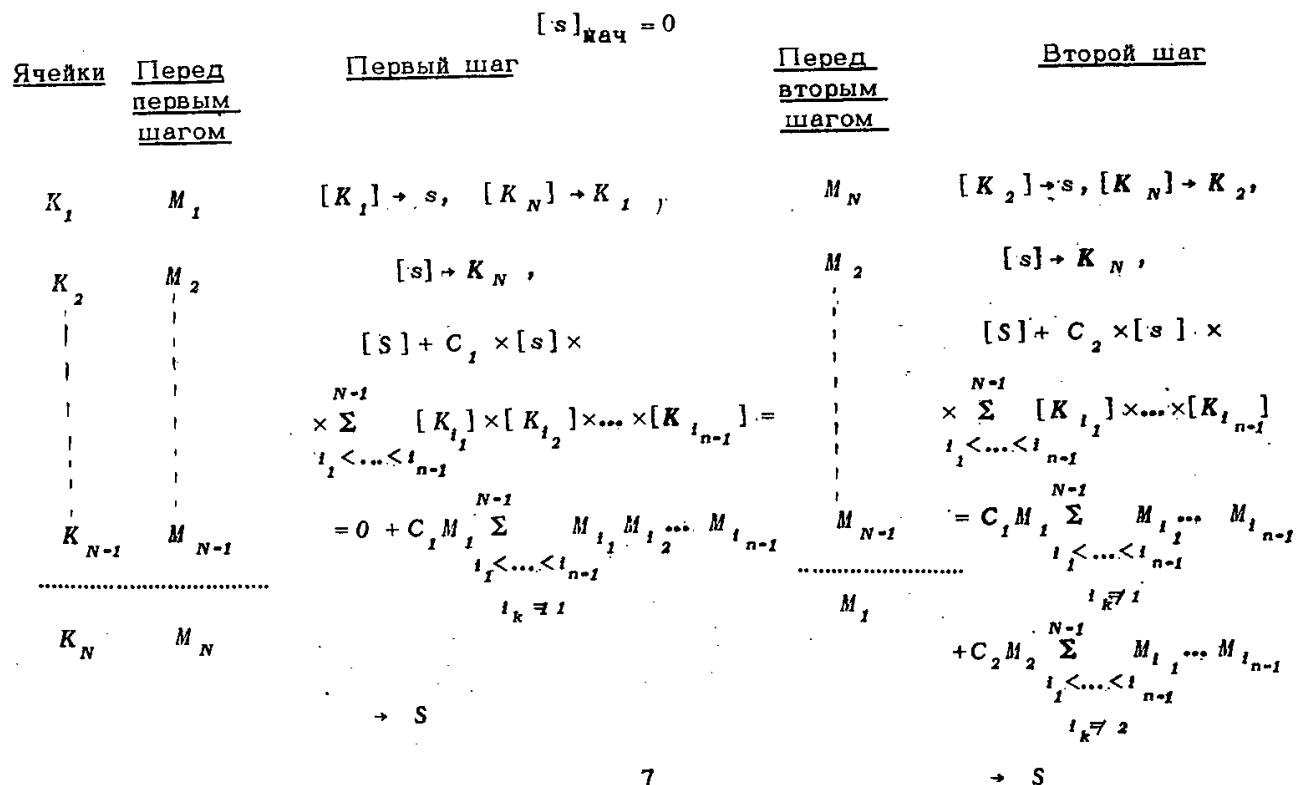
Суммы (2) с параметрами n и N подсчитываем на основании (6) при помощи сумм (1) с параметрами n-1 и N-1, используя при этом основное свойство симметрических функций<sup>1/</sup> по отношению к сомножителям M<sub>i</sub>.

Для счета (2), помимо (N-1)-(n-1)+2 = N-n+2 рабочих ячеек вычисления сумм (1), необходимы одна рабочая ячейка s и одна ячейка для суммы (2).

Вычислительная схема алгоритма вычисления сумм (2) выглядит следующим

образом:

Расположение массива M<sub>i</sub>, i = 1, 2, ..., N в памяти машины во время счета



Procedure ЭСМ (N). Порядок многочлена: (n) Элементы: (M)

Результат: (S); value N, n;

integer N, n; real S; array M;

begin integer p, q, s, t; array r [0:N-n+1];

p := N - n + 1;

r [0] := 0;

for q := 1 step 1 until p do r [q] := 1;

comment Произвелась засылка начальных значений в массив r рабочих ячеек;

for s := 1 step 1 until n do

for t := 1 step 1 until p do

r [t] := r [t] × M [s + t - 1] + r [t - 1];

S := r [p]

end ЭСМ ;

§ 2. Описание алгоритма вычисления сумм (2)

Суммы (2) с параметрами n и N подсчитываем на основании (6) при помощи сумм (1) с параметрами n-1 и N-1, используя при этом основное свойство симметрических функций<sup>1/1</sup> по отношению к сомножителям M<sub>i</sub>.

Для счета (2), помимо (N-1)-(n-1)+2 = N-n+2 рабочих ячеек вычисления сумм (1), необходимы одна рабочая ячейка s и одна ячейка для сумм (2).

Вычислительная схема алгоритма вычисления сумм (2) выглядит следующим

образом:

Расположение массива M<sub>i</sub>, i = 1, 2, ..., N в памяти машины во время счета

Ячейки	Перед первым шагом	Первый шаг	Перед вторым шагом	Второй шаг
K <sub>1</sub>	M <sub>1</sub>	[K <sub>1</sub> ] → s, [K <sub>N</sub> ] → K <sub>1</sub>	M <sub>N</sub>	[K <sub>2</sub> ] → s, [K <sub>N</sub> ] → K <sub>2</sub>
K <sub>2</sub>	M <sub>2</sub>	[s] → K <sub>N</sub>	M <sub>2</sub>	[s] → K <sub>N</sub>
		[S] + C <sub>1</sub> × [s] ×		[S] + C <sub>2</sub> × [s] ×
		× ∑ <sub>i<sub>1</sub>&lt;...&lt;i<sub>n-1</sub></sub> <sup>N-1</sup> [K <sub>i<sub>1</sub></sub> ] × [K <sub>i<sub>2</sub></sub> ] × ... × [K <sub>i<sub>n-1</sub></sub> ] =		× ∑ <sub>i<sub>1</sub>&lt;...&lt;i<sub>n-1</sub></sub> <sup>N-1</sup> [K <sub>i<sub>1</sub></sub> ] × ... × [K <sub>i<sub>n-1</sub></sub> ]
K <sub>N-1</sub>	M <sub>N-1</sub>	= 0 + C <sub>1</sub> M <sub>1</sub> ∑ <sub>i<sub>1</sub>&lt;...&lt;i<sub>n-1</sub></sub> <sup>N-1</sup> M <sub>i<sub>1</sub></sub> M <sub>i<sub>2</sub></sub> ... M <sub>i<sub>n-1</sub></sub>	M <sub>N-1</sub>	= C <sub>1</sub> M <sub>1</sub> ∑ <sub>i<sub>1</sub>&lt;...&lt;i<sub>n-1</sub></sub> <sup>N-1</sup> M <sub>i<sub>1</sub></sub> ... M <sub>i<sub>n-1</sub></sub>
		i <sub>k</sub> ≠ 1		i <sub>k</sub> ≠ 1
K <sub>N</sub>	M <sub>N</sub>	→ S	M <sub>1</sub>	+ C <sub>2</sub> M <sub>2</sub> ∑ <sub>i<sub>1</sub>&lt;...&lt;i<sub>n-1</sub></sub> <sup>N-1</sup> M <sub>i<sub>1</sub></sub> ... M <sub>i<sub>n-1</sub></sub>
				i <sub>k</sub> ≠ 2

<u>Перед</u> <u>N-ым шагом</u>	<u>Подготовка</u> <u>для N-го шага</u>	<u>Для N-го шага</u> <u>и после него</u>	<u>N-ый шаг</u>
$M_N$	$[K_1] \rightarrow s;$	$M_1$	$[S] + C_N \times [s] \times$
$M_1$	Общий сдвиг:	$M_2$	$\times \sum_{i_1 < \dots < i_{n-1}}^{N-1} M_{i_1} \dots M_{i_{n-1}} =$
$M_2$	$[K_{i+1}] \rightarrow [K_i],$	$M_3$	$i_1 \neq N$
$M_{N-2}$	$i = 1, \dots, N-1;$	$M_{N-1}$	$= \sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_n}^N M_{i_1} \dots M_{i_n} (C_{i_1} + \dots + C_{i_n})$
$M_{N-1}$	$[s] \rightarrow K_N$	$M_N$	$\rightarrow S$

Описание алгоритма вычисления суммы (2) даем на языке Алгол-60, называя соответствующую процедуру ЭСМВ (Элементарный Симметрический Многочлен с Весом), делая для большей ясности одно отступление от формализма этого языка: мы привели описание процедуры ЭСМ, которая используется в процедуре ЭСМВ не в описаниях тела процедуры ЭСМВ, как диктует Алгол-60, а отдельно в гл. 2, § 1.

Procedure ЭСМВ (N) Порядок: (n) Элементы: (M) Веса: (C)

Результат: (S); value N, n;

integer N, n; real S; array M, C;

begin integer p, q; real s, S1; procedure ЭСМ;

S := 0;

for p := 1 step 1 until N do

begin

if p < N

then begin s := M[p]; M[p] := M[N]; M[N] := s end

else begin s := M[1];

for q := 1 step 1 until N-1 do  
 M[q] := M[q+1];

M[N] := s

end

После этого все  $M_i$  стали точно на свои места как перед началом процедуры ЭСМВ;

ЭСМ(N-1, n-1, M, S1);

S := S + C[p] \* s \* S1

end

end ЭСМВ;

Примечание. Если среди  $M_i$  находятся некоторые очень большие числа, удобно предварительно поделить (если это возможно) все  $M_i$  на  $2^k$ , чтобы избежать переполнения. Тогда  $\Sigma = 2^{kn} \Sigma'$ , где  $\Sigma'$  полученная сумма с введенным масштабом.

В заключение мы предлагаем формулы подсчета количества операций, реализующих предлагаемый алгоритм счета сумм (1) для трехадресной машины с индексным регистром:

$n(N - n + 1)$	сложений,
$n(N' - n + 1)$	умножений и
$(n+2)(N - n + 5)$	служебных операций.

#### Л и т е р а т у р а

1. Л.Я.Окунев. Высшая алгебра. Учпедгиз, 1958.
2. М.К.Волков, А.Павликовский, Р.Рыбарска, В.Г.Соловьев. О точности расчетов свойств сильно деформированных ядер на основе сверхтекучей модели. Известия АН СССР, сер. физическая, т. XXII, 7, 1963.
3. Я.Г.Заставенко. Метод вычисления фазовых объемов. Препринт ОИЯИ Р-311, Дубна, 1959.
4. И.Н.Кухтина, Р.Рончка. Исследование  $K^+$ -р взаимодействий при больших энергиях с помощью теории множественного решения. Препринт ОИЯИ Р-1462, Дубна, 1963.
5. Сообщение об алгоритмическом языке Алгол-60. ЖВММФ, т.1, № 2, 1961.

Рукопись поступила в издательский отдел  
23 декабря 1963 г.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3469.      ¶      Тираж 300. Январь 1964 г.  
Техн. ред. Н.Н.Зрелова.



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

В.Г. Гришин, М.И. Подгорецкий



STAT

РЕЗОНАНСНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ С ЯДРАМИ

Дубна 1964



Гришин В.Г., Подгорецкий М.И.

Резонансные взаимодействия быстрых частиц с ядрами.

**Препринт Объединенного института ядерных исследований.**  
Дубна. 1964.

Grishin V.G., Podgoretsky M.I.

**Resonance Interactions of Fast Particles with Nuclei**

**Preprint, Joint Institute for Nuclear Research.**  
Dubna. 1964.

В.Г. Гришин, М.И. Подгорецкий



STAT

РЕЗОНАНСНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ С ЯДРАМИ

Дубна 1964

А н н о т а ц и я

Рассмотрены характерные черты резонансного взаимодействия быстрых мезонов с ядрами в той области энергий, где возможно образование изобар  $N^*$  или  $Y^*$ . Показано, что при этом возможно также образование так называемой ядерной изобары. В случае упругого рассеяния ширина и масса ядерной изобары определяются только шириной соответствующего резонанса и взаимодействием изобары с нуклонами ядра. Увеличение ширины изобарного состояния ядер, связанное с движением нуклонов в ядре, отсутствует. Аналогичное заключение справедливо и для неупругих двухчастичных реакций. Изучение положения и ширины максимума в сечении взаимодействия мезонов с ядрами позволяет получить сведения о характере  $Y^*N$  и  $NN^*$  взаимодействий. Особенно интересны с этой точки зрения исследования реакций типа  $K^-d \rightarrow \Lambda n$ ,  $K^-He_2^4 \rightarrow \Lambda H_1^3$  и т.п.

Abstract

Some characteristic features of the resonance interaction of fast mesons with nuclei in the energy region, where the  $N^*$  and  $Y^*$  isobar production is possible, are considered. It is shown that the so-called nuclear isobar is also likely to be produced. In the case of elastic scattering the width and the mass of the nuclear isobar are determined only by the width of the corresponding resonance and by the interaction of the isobar with the nucleons of the nucleus. There is no increase in the width of the isobar state of nuclei due to the nucleon motion in the nucleus. A similar conclusion holds also for inelastic two-particle reactions. The study of the position and the width of the maximum in the cross section for meson interaction with nuclei allows to obtain some information about the character of  $Y^*N$  and  $NN^*$  interactions. From this point of view it is especially interesting to investigate reactions of the type  $K^-d \rightarrow \Lambda n$ ,  $K^-He_2^4 \rightarrow \Lambda H_1^3$  and the like.

В последние годы при исследовании взаимодействия элементарных частиц с нуклонами была открыта целая серия резонансов<sup>1/</sup>. В настоящее время известны шесть ( $\pi N$ ) резонансов /в дальнейшем они будут обозначаться, как  $N^*$  /, три ( $K^+ N$ ) резонанса ( $Y^*$ ), три резонансных системы  $\pi$ -мезонов с гиперонами и несколько резонансных систем мезонов.

Цель настоящей работы заключается в выяснении свойств аналогичных ядерных резонансных состояний, в которых один из нуклонов ядра заменен какой-либо изобарой<sup>2/</sup>. В дальнейшем обсуждается образование ядерных изобар как в процессах упругого рассеяния мезонов на ядрах, так и в соответствующих неупругих взаимодействиях.

### § 1. Резонансные взаимодействия быстрых частиц с ядрами

Взаимодействие быстрых частиц с ядрами рассмотрим для простоты в двух предельных случаях: "узкого" и "широкого" резонансов. В первом случае время жизни резонанса много больше характерного ядерного времени, т.е. его ширина мала по сравнению с расстояниями:  $\Delta$  между ядерными уравнениями  $\Gamma < 5-10 \text{ Мэв}$  /, во втором - имеет место обратная ситуация<sup>х/</sup>. Все известные  $N^*$  и  $Y^*$  - изобары имеют  $\Gamma \approx 100 \text{ Мэв}$  и только  $Y^*$  с  $M = 1520$  -  $\Gamma = 16 \text{ Мэв}$ . В последнем случае не исключено появление некоторых свойств, характерных для "узкого" резонанса.

Процесс взаимодействия мезонов с ядрами  $A$  в случае "узкого" резонанса можно рассматривать как две последовательные реакции - образование изобарного ядра  $A'$  и его распад. Вероятность образования  $A'$  определяется амплитудой реакции



и формфактором

---

<sup>х/</sup> Аналогичное разделение используется в литературе при обсуждении каскадных процессов с участием  $\gamma$ -квантов, например,  $\gamma\gamma$ -переходов или резонансного рассеяния  $\gamma$ -квантов на ядрах, входящих в состав молекул или кристаллов. Роль  $\Delta$  в этом случае играет расстояние между уровнями молекулы, кристалла и т.д.

$$F_1(q_1) = \int \Psi_{A'}^* \Psi_A e^{\frac{i\vec{q}_1 \cdot \vec{r}}{\hbar}} dr . \quad /2/$$

Здесь  $\Psi_A$  - и  $\Psi_{A'}$  - волновые функции соответствующих состояний ядер  $A$  и  $A'$ ,  
 $\vec{q}_1$  - импульс, переданный ядру в реакции



Распад ядра  $A'$  определяется формфактором

$$F_2(q_2) = \int \Psi_{i'}^* \Psi_{A'} e^{\frac{i\vec{q}_2 \cdot \vec{r}}{\hbar}} dr , \quad /4/$$

где  $\psi_i$  - волновая функция конечного состояния  $\vec{q}_2$  - импульс, переданный ядру при распаде. Таким образом, для долгоживущего резонанса процесс взаимодействия мезонов с ядрами определяется двумя формфакторами  $F_1$  и  $F_2$  и сечением реакции

/1/. Из всех возможных состояний ядра  $A'$  в силу закона сохранения энергии реализуется обычно только одно состояние /основное или возбужденное/. В случае же его распада может образоваться целый спектр возможных состояний. Вероятность распада изобарных ядер по различным каналам определяется формфактором  $F_2(q_2)$ .

В случае "широкого" резонанса взаимодействие быстрых частиц с ядрами уже не имеет смысла рассматривать как две последовательные реакции ввиду малого времени жизни изобарного ядра. Поэтому весь процесс описывается теперь одним формфактором

$$F(q) = \int \Psi_A \Psi_{i'}^* e^{\frac{i\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}} dr , \quad /5/$$

где  $q$  - импульс, переданный ядру, и амплитудой соответствующего элементарного процесса /см. § 2 и § 3/.

## § 2. Упругое рассеяние

При упругом рассеянии быстрых частиц на ядрах в области "узкого" резонанса  $\Psi_A = \Psi_{i'}$ ,  $|\vec{q}_1| = |\vec{q}_2|$  и

$$F_1(q_1) = F_2(q_2) = \int \Psi_A^* \Psi_A e^{\frac{i\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}} dr , \quad /6/$$

т.е. сечение рассеяния определяется одним формфактором.

Следует отметить, что ядерные изобары будут образовываться при другой энергии падающих частиц, чем в случае свободных нуклонов. Частично смещение

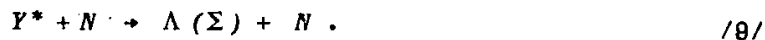
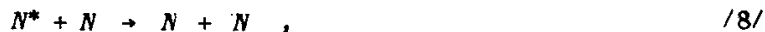
вызвано различием масс нуклонов и ядер, т.е. является чисто кинематическим. Во-вторых, смещение резонансов будет также определяться возможным различием в энергиях связи нуклона и изобары в ядре. В связи с этим представляется интересным измерить сечение рассеяния  $K^-$ -мезонов на легких ядрах в области  $Y^*$  резонанса с  $M = 1520$  Мэв и  $\Gamma = 16$  Мэв. Здесь можно ожидать смещения положения резонанса, например, из-за того факта, что однопионный обмен между  $Y^*$  и  $N$  запрещен /изотопический спин  $Y^*$  - резонанса  $I = 0$  /, в то время как в  $NN$  - взаимодействии он играет существенную роль. Таким образом, исследование положения ядерных резонансов дает возможность изучить некоторые характеристики взаимодействия изобар с нуклонами.

В случае "широкого" резонанса упругое рассеяние описывается формфактором /5/ с  $\Psi_i = \Psi_A$ , и в борновском приближении амплитуда этого процесса  $F(q, E)$  будет иметь вид /3/

$$F(q, E) = \Psi(q, E) F_3(q), \quad /7/$$

где  $\Psi(q, E)$  - амплитуда рассеяния мезонов на свободных нуклонах. Существенно, что при достаточно малых углах рассеяния переданный импульс также мал и поэтому сечение может быть значительным.

В обоих разобранных выше предельных случаях ширина изобарных состояний ядер, как видно из формул /2/ и /7/, будет приблизительно равна ширине соответствующего резонанса. При выводе /2/ и /7/, конечно, предполагалось, что время жизни свободных и связанных изобар одинаково. Если же для изобар, входящих в состав ядер, имеются новые каналы распада, то будет наблюдаться увеличение ширины ядерных резонансов. Укажем в качестве примера реакции



Возможны также и соответствующие многонуклонные процессы. Изучение уширения ядерных резонансов дает возможность оценить сечение этих реакций, которые с интересующей нас точки зрения аналогичны безмезонным распадам гиперфрагментов.

Дифракционное рассеяние быстрых частиц на ядрах несколько усложняет картину резонансного рассеяния. Та часть дифракционного рассеяния, которая соответствует неупругим резонансным реакциям, будет давать пик в сечении рассеяния, ширина которого больше ширины резонанса. Это "размытие" пика вызвано

влиянием фермиевского движения нуклонов в ядре. Оценки показывают, что дифракционный пик для "узкого" резонанса будет иметь  $\Gamma \approx 60$  Мэв при  $p \approx 300$  Мэв<sup>/4/</sup>. Остальные неупругие процессы будут давать гладкий фон в сечении рассеяния.

При рассеянии быстрых частиц на средних и тяжелых ядрах, когда вероятность столкновения велика, ядра становятся практически "черными" для широкого интервала значений энергий частиц, поэтому никаких резонансных особенностей в сечениях не будет. В связи с этим все замечания, сделанные выше, относятся в основном к легким ядрам.

Имеющиеся экспериментальные данные по сечениям упругого рассеяния  $\pi$ -мезонов на ядрах очень скудны и не позволяют сделать какие-либо заключения о свойствах ядерных резонансов. Отдельные значения сечений, полученные в области  $N^*$ -резонанса, свидетельствуют, по-видимому, о возникновении ядерной изобары при  $p \approx 300$  Мэв<sup>/5/</sup>. Полностью отсутствуют данные о рассеянии  $\bar{k}$ -мезонов на ядрах в области  $Y^*$ -резонансов. В связи со сказанным ясно, что экспериментальное изучение рассеяния быстрых частиц на ядрах в области резонансов представляет в настоящее время большой интерес.

### § 3. Неупругие процессы

Различного рода неупругие процессы взаимодействия быстрых частиц с ядрами будут также иметь резонансный характер, если элементарный процесс взаимодействия частиц с нуклонами ведет к образованию изобар; ширина и положение ядерных резонансов определяются характером соответствующих реакций.

Рассмотрение начнем с процессов неупругого рассеяния быстрых частиц на ядрах, например,



или



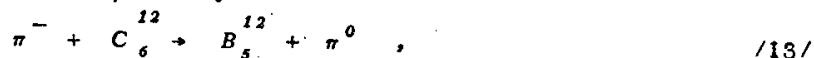
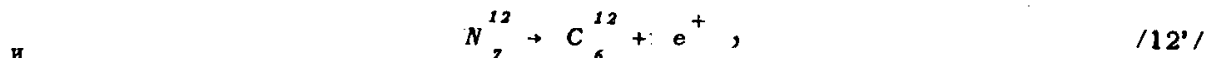
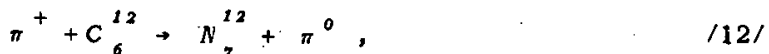
Здесь  $C_6^{12*}$  обозначает возбужденное состояние ядра углерода. Вероятность этого процесса определяется формфактором /5/ для "широкого" резонанса и соответственно двумя формфакторами /2/ и /4/ для "узкого" резонанса. Все заключения, сделанные выше относительно положения и ширины ядерного резонанса для упругого рассеяния, остаются справедливы и в этом случае, если выделяется определенное состояние возбужденного ядра<sup>x/</sup>.

<sup>x/</sup> Выделение определенных состояний возбужденных ядер практически можно провести для низких уровней легких ядер, когда  $\Delta \approx /5 - 10/$  Мэв.

Однако следует подчеркнуть, что в отличие от упругого рассеяния, где имеется фон, связанный с дифракционным рассеянием, в рассматриваемом случае фон, связанный с другими неупругими процессами, будет отсутствовать.

Это обстоятельство делает особенно перспективным исследование реакций типа /10/ и /11/ с целью изучения вопросов, связанных с  $Y^*N$  и  $NN^*$  взаимодействием.

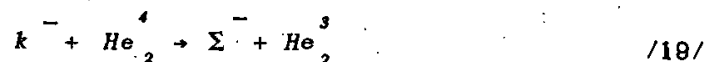
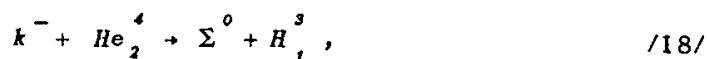
Аналогичная ситуация имеет место и для процессов типа



и 
$$B_5^{12} \rightarrow C_6^{12} + e^-. \quad /13'/$$
  
 которые очень удобны для изучения с помощью методов, связанных с регистрацией  $\beta$ -распада.

Известно, что ядра  $N_7^{12}$ ,  $B_5^{12}$  и  $C_6^{12*}$  / с энергией возбуждения 15, 11 Мэв/ составляют изотопический триплет /6/. Отсюда в силу изотопической инвариантности сечения реакций /10/, /12/ и /13/ должны быть равны между собой. Это обстоятельство может быть использовано при совместном изучении этих процессов.

Приведем еще ряд неупругих реакций, которые удобны для изучения ядерных резонансов, т.к. в этом случае также нет "размытия" резонанса из-за ферми-евского движения нуклонов в ядре:

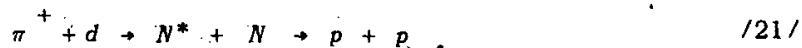




и т.п. Между сечениями некоторых из перечисленных выше реакций существуют определенные изотопические соотношения, которые могут оказаться полезными при исследовании этих процессов. Так сечения реакций /15/ и /15'/, /16/ и /16'/ равны между собой, а между сечениями реакций /18/ и /19/ имеется соотношение

$$2\sigma(k^- \text{He}_2^4 + \Sigma^0 \text{H}_1^3) = \sigma(k^- \text{He}_2^4 + \Sigma^- \text{He}_2^3). \quad /20/$$

Экспериментальное исследование реакции /14/ показало, что имеется пик в сечении при  $p_s \approx 280$  Мэв с  $\Gamma \approx 100$  Мэв<sup>/7/</sup>. Характеристики этого резонанса совпадают с характеристиками известной  $N^*$  - изобары. Теоретические расчеты<sup>/8,9,10/</sup> показывают, что поведение сечения реакции /14/ хорошо согласуется с предположением о следующем механизме



Имеющиеся данные о сечениях реакции /15/ также указывают на наличие максимума, соответствующего резонансному взаимодействию  $\pi^-$  - мезонов с нуклонами<sup>/11/</sup>. В отношении реакций /16/ - /19/ в настоящее время ничего не известно, хотя их исследование кажется весьма интересным.

Изучение энергетической зависимости полного неупругого сечения взаимодействия быстрых мезонов с ядрами также представляет интерес с точки зрения исследования свойств изобарных ядер.

В случае "узкого" резонанса сечение неупругого взаимодействия будет иметь ряд резонансных пиков, соответствующих образованию изобары на нижних уровнях ядра, ширина которых определяется шириной изобары и вероятностью ее распада по новым каналам /см. /8/ и /9//. Кроме отдельных пиков, в сечении будет наблюдаться широкий максимум, связанный с образованием изобары в свободном состоянии. В этом случае следует учитывать и фермиевское движение нуклонов в ядре, которое приведет к дополнительному уширению максимума<sup>/4/</sup>. Вся эта резонансная картина будет наблюдаться на гладком фоне нерезонансного хода сечения.

В случае широкого резонанса картина неупругого взаимодействия будет еще более сложной, и выделение резонансных пиков в сечении представляет большие трудности.

Экспериментальные данные по сечениям неупругого взаимодействия  $\pi^-$  - мезонов с ядрами Be и C показывают, что имеется широкий максимум при  $p \approx 190$  Мэв/с с  $\Gamma \approx 200$  Мэв<sup>/12/</sup>. Такое значительное уширение резонанса

ижением нуклонов в ядре, с новыми каналами распада изобары и т. п. Сечение неупругого взаимодействия  $\pi^-$ -мезонов с ядрами свинца имеет почти постоянное значение в интервале энергий от 70 до 300 Мэв. Этот результат, по-видимому, связан с тем фактом, что ядро свинца является практически черным телом для  $\pi^-$ -мезонов в этом интервале энергий /см. § 2/. Таким образом, изучение полного сечения неупругого взаимодействия частиц с ядрами не является очень удобным для наших целей.

Однако и в этом случае можно выделить такую часть неупругих взаимодействий, которая будет обогащена резонансными событиями. Действительно, если, например, отбирать только те  $\pi^+C$  взаимодействия, в которых есть быстрые протоны и нет  $\pi^-$ -мезонов, то тем самым выделяются события в основном связанные с резонансными реакциями типа /21/. Для контроля можно использовать изотопические соотношения. Например, вычисления по схеме, аналогичной /21/, показывают, что для ядер с одинаковым числом протонов и нейтронов число быстрых протонов будет в 10 раз больше, чем число быстрых нейтронов, если пренебречь интерференционными явлениями. Аналогичные соображения можно привести и для случая взаимодействия  $\bar{K}$ -мезонов с ядрами.

В заключение отметим, что для выделения ядерных изобарных состояний можно также использовать приемы, которые употребляются для выделения резонансных состояний элементарных частиц. Например, вычисление эффективных масс соответствующих систем, кинематику процессов и т.п. С помощью этих методов можно изучать не только ядерные изобары, но и возможные связанные состояния ядер и бозонных резонансов.

Мы признательны Б.Н. Валуеву, В.И. Москалеву, В.И. Огиевскому, Н.И. Петрову, О.В. Савченко, Д.С. Чернавскому за полезные обсуждения и помощь в работе.

#### Л и т е р а т у р а

1. M. Roos. Rev. Mod. Phys., 35, 314 (1963).
2. A.N.Diddens, E.W.Jenkins, T.E.Kycia and K.F.Filey. Phys. Rev. Lett., 10, 262 (1963);
- И.М. Граменицкий, М.И. Подгорецкий, О.А. Хрусталеv. Препринт ОИЯИ Р-699, Дубна, 1961.
3. Г.Бете. Проблемы современной физики 6, 21, 1958.
4. В.М. Мальцев. Препринт ОИЯИ Р-132, Дубна, 1958.
5. А.Е. Игнатенко, А.И. Мухин, Б.М. Понтекорво. ДАН, 103, 395, 1955. ; ЖЭТФ, 31, 345, 1956.

6. F.Aizenberg-Selove, T.Lauritsen. Nucl. Phys., 11, (1959).
7. М.Г. Мешеряков, Б.С. Неганов. ДАН, 100, 677, 1955,  
Б.С. Неганов, Л.Б. Парфенов ЖЭТФ, 34, 766, 1958,
8. S.Matsuyama, H.Miyazawa, Progr. of Theor. Phys. 9, 492 (1963).
9. S.Mandelstam. Proceedings of the Roy. Soc., 244, 491 (1958).
10. Z.Fraenkel. Phys. Rev. 130, 2407 (1963).
11. Ю.К. Акимов, О.В. Савченко, Л.М. Сороко. Препринт ОИЯИ Р-716, 55, Дубна,  
1961.
12. А.Е. Игнатенко, А.И. Мухин, Е.Б. Озеров, Б.М. Понтекорво. ЖЭТФ 31,  
545, 1956; ДАН, 103, 395, 1955.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3476. ~ ~ ~ Тираж 400. Январь 1964 г.  
0,7 уч.-изд.л. Техн. ред. Н.Н.Зрелова.



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**  
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

---

К.Я. Громов, А.С. Данагулян, А.Т. Стригачев, Чжоу Мо-лун



STAT

КОНВЕРСИОННЫЕ ЭЛЕКТРОНЫ  
ИЗОТОПОВ ИТТРИЯ

Дубна 1963

Громов К.Я., Данагулян А.С., Стригачев А.Т.,  
Чжоу Мо-лун.

STAT

Конверсионные электроны изотопов иттрия.

Спектр конверсионных электронов изотопов иттрия изучался с помощью  $\beta$ -спектрометра с постоянным магнитом и фото-регистрацией. Изотопы иттрия были получены путем облучения металлического ниобия протонами с энергией 660 Мэв и выделены радиохимически без носителя. Уточнена энергия уровня 478,6 кэв в изомере  $Y_{85m}^{90m}$ .

Уточнены энергии уровней 231,9 и 239,1 кэв изомера  $Sr^{85m}$ , и вычислен баланс интенсивностей при распаде  $Sr^{85m}$ .

**Препринт Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна. 1963.**

Gromov K.Ja., Danagulian A.S., Strygachev A.T.,  
Chou Mo-lung

STAT

Conversion Electrons of Yttrium Isotopes

A spectrum of conversion electrons of yttrium isotopes was studied with the help of a  $\beta$  spectrograph with the constant magnet and photoplates. The yttrium isotopes were obtained by bombarding the metallic niobium by 660 MeV protons and separated by the radiochemical method without a carrier. The level energy was found to be 478.6 keV in the  $Y_{85m}^{90m}$  isomer.

The level energies for  $Sr^{85m}$  isomer were obtained to be 231.9 and 239.1 keV. A balance of the intensities in  $Sr^{85m}$  decay is calculated.

**Preprint, Joint Institute for Nuclear Research.  
Dubna. 1963.**

К.Я. Громов, А.С. Данагулян, А.Т. Стригачев, Чжоу Мо-лун



STAT

КОНВЕРСИОННЫЕ ЭЛЕКТРОНЫ  
ИЗОТОПОВ ИТТРИЯ

Дубна 1963

Спектр конверсионных электронов изотопов иттрия изучался с помощью  $\beta$  - спектрографа с постоянным магнитом и фоторегистрацией.

Изотопы иттрия были получены облучением металлического ниобия протонами с энергией 660 Мэв и выделены радиохимически без носителя /1/. Источники радиоактивного  $\gamma$  были приготовлены электроосаждением на платиновую проволочку диаметром 0,1 мм.

Исследования спектров конверсионных электронов выполнены в области энергии от 20 до 900 кэв при разрешающей способности 0,08%.

Из оценки периодов полураспада по убыванию интенсивности конверсионных линий на последовательно экспонированных пластинках и из сопоставления наших результатов с результатами других работ мы установили, что в спектрах конверсионных электронов использованных препаратов иттрия наблюдались линии, возникающие при распаде следующих изотопов:  $\gamma^{90m}$ ,  $\gamma^{87m}$ ,  $\gamma^{87}$  и  $\gamma^{85}$  (рис. I).

Результаты, относящиеся к распаду  $\gamma^{90m}$  ( $T_{1/2} = 11,16$  ксек), приведены в таблице Ia. Изомерное состояние  $\gamma^{90m}$  было обнаружено и изучено несколькими группами исследователей /2,3,4,5,6/.

Было установлено, что при распаде изомера  $\gamma^{90m}$  возникают два  $\gamma$  - перехода с энергиями 202,4 кэв /3/ и  $480 \pm 5$  кэв (в среднем, по работам /2,4,5,6/). Мультипольность этих переходов установлена путем определения коэффициента конверсии на K-оболочке: M1 для перехода 202,4 кэв и M4 для перехода 480 кэв. Предполагается, что изомерное состояние имеет характеристики  $7^+$  и уровень 202,4 кэв - характеристики  $3^-$ . Основное состояние имеет характеристики  $2^-$ .

Полученные нами результаты позволяют уточнить энергии



$\gamma$ - переходов:  $202,4 \pm 0,3$  и  $478,6 \pm 0,7$  кэв. Отношение интенсивностей К- и L- линий  $\gamma$ - перехода с энергией 478,6 кэв, равное 6,8, хорошо согласуется с теоретическим для перехода типа М4 (6,7). Это подтверждает сделанный в работах [2,4] вывод о мультипольности этого перехода.

Конверсионные линии, которые мы относим к распаду изомера  $\gamma^{87m}$ , перечислены в табл. I б. Изомерный переход типа М4 с энергией 381 кэв, возникающий при распаде  $\gamma^{87m}$ , известен давно (см. таблицы изотопов [7]).

Распаду основного состояния  $\gamma^{87}$  ( $T_{1/2} = 288$  ксек) мы приписываем переходы 388,2 и 483,6 кэв (табл. I в). Эти переходы наблюдались раньше (см. табл. изотопов [7]).

К распаду  $\gamma^{85}$  ( $T_{1/2} = 11,7$  ксек) мы относим линии, перечисленные в табл. I г. Схема распада  $\gamma^{85}$  изучалась Патро и Басу [9]. Распад изомерного состояния  $S_2^{85}$  ( $T_{1/2} = 4,2$  ксек) изучался Саньяром и др. [10] и Тер-Погосяном и Портером [11]. Схема распада этой цепочки по данным Патро и Басу приведена на рис. 2а.

Наблюдаемый нами переход 150,8 кэв происходит в ядре  $R_6$ . Это установлено по разности энергии К- и L- линий. Очевидно, что этот переход идет в основное состояние  $R_6^{85}$  (рис. 2). Переходы 231,9 и 239,1 Мэв происходят в ядре  $S_2$ . По-видимому, это самые интенсивные переходы, которые возникают при распаде  $\gamma^{85}$ , т.е. переходы, возникающие при распаде изомерного состояния  $S_2^{85}$ . Энергия переходов, возникающих при распаде  $S_2^{85m}$ , измерялась Саньяром и др. [10] в 1952 году. Они получили значения 225 и 232,5 кэв. Обращает на себя внимание равенство разности энергий этих  $\gamma$ -переходов  $7,5 \pm 1,0$  кэв и разности энергий  $\gamma$ -переходов 231,9 и 238,1 кэв, обнаруженных нами,  $7,2 \pm 0,1$  кэв. Рассмотрение работы Саньяра и др. [10] заставляет нас сделать вывод, что в этой работе была сделана ошибка при определении энергии  $\gamma$ -

переходов с изомерного состояния  $Sz^{85m}$ . Следует считать, что изомерное состояние  $Sz^{85m}$  имеет энергию  $239,1 \pm 0,3$  кэв, и при его распаде возникают  $\gamma$ -переходы с энергиями  $239,1$  и  $231,9$  кэв. Используя наши данные об относительных интенсивностях К-линий  $\gamma$ -переходов  $150,1$ ,  $231,9$  и  $239,1$  кэв и значения коэффициентов конверсии на К-оболочке для перехода  $150,1$  кэв из работы Тулина<sup>/12/</sup> ( $d_k = 0,041 \pm 0,004$ ); для перехода  $231,9$  кэв, измеренное Саньяром<sup>/10/</sup> ( $d_k = 0,027$ ), и для перехода  $239,1$  кэв по Сливу для М4<sup>/13/</sup> ( $d_k = 1,62$ ), мы подсчитали интенсивности этих переходов и оценили отношение распадов изомера  $Sz^{85m}$  в основное состояние  $Sz^{85}$  и непосредственно в  $Rb^{85}$ . Оказалось, что  $Sz^{85m}$  в 6,4 % случаев превращается прямо в  $Rb^{85}$ . В 93% случаев  $Sz^{85}$  переходит в состояние с энергией  $231,9$  кэв  $Sz^{85}$  и затем в основное состояние с энергией  $231,9$  кэв. В 0,6 % случаев происходит изомерный переход типа М4 с энергией  $239,1$  кэв (схема рис. 26).

#### Л и т е р а т у р а

1. Н.Г. Зайцева, Чжоу Мо-лун. Программа и тезисы докладов XIII ежегодного совещания по ядерной спектроскопии в г. Киеве, стр.28 (1983).
2. L.Haskin and R.Vandenbosch. Phys. Rev., 123, 184 (1961).
3. Y.E.Kim, D.I.Horen and I.M.Hollander. Nucl. Phys., 31, 447 (1962).
4. R.Heath, I.Cline, C.Reich, E.Yates and E.Turk. Phys. Rev., 123, 903 (1961).
5. W.Lion, I.S.Eldridge, and L.Bate. Phys. Rev., 123, 1747 (1961).
6. W.L.Alford, D.R.Köhler, and C.E.Mandewille. Phys. Rev., 123, 1365 (1961).
7. D.Strominger, I.M.Hollander, and G.T.Seaborg. Rev. of Mod. Phys., 30, 2, P II (1958).
8. I.Yamazaki, H.Ikegami, and M.Sakai. Nucl. Phys., 30, 68 (1962).
9. A.P.Patro and B.Basu. Nucl. Phys., 37, 272 (1962).
10. A.W.Sunjar, I.W.Mihelich, G.Scharff-Goldhaber, and M.Goldhaber. Phys. Rev., 86, 1023 (1952).
11. M.Ter-Pogossian and F.T.Parter. Phys. Rev., 81, 1057 (1951).
12. S.Thulin. Arkiv for Fysik, 9, 137 (1966).
13. А.А.Слив, И.М.Банд. Таблицы коэффициентов внутренней конверсии, ч.1, К-оболочка. Изд. АН СССР, М-Л (1958).

Рукопись поступила в издательский отдел  
23 декабря 1983 г.

Т а б л и ц а I

Результаты исследования спектров конверсионных электронов  
изотопов иттрия

Энергия электронов, к э в	Идентификация ( $E_{\gamma}$ , кэВ)	Относительная интенсивность
а) 185,3	К 202,4	2,6
200,0	Л 202,4	слабая
461,5	К 478,6	8,5
476,5	Л 478,6	1,7
б) 171,9	К 188,9	0,45
174,6	К 191,7	1,3
363,0	К 380,1	> 500
377,8	Л 380,1	108
379,7	М 380,1	14,3
в) 372,1	К 388,2	24,8
386,0	Л 388,2	3,3
387,9	М 388,2	слабая
467,5	К 483,6	0,81
481,4	Л 483,6	слабая
г) 135,6	К 150,8	1,6
148,5	Л 150,8	слабая
215,8	К 231,9	15
229,7	Л 231,9	2,0
222,9	К 239,1	2,2
236,9	Л 239,1	слабая

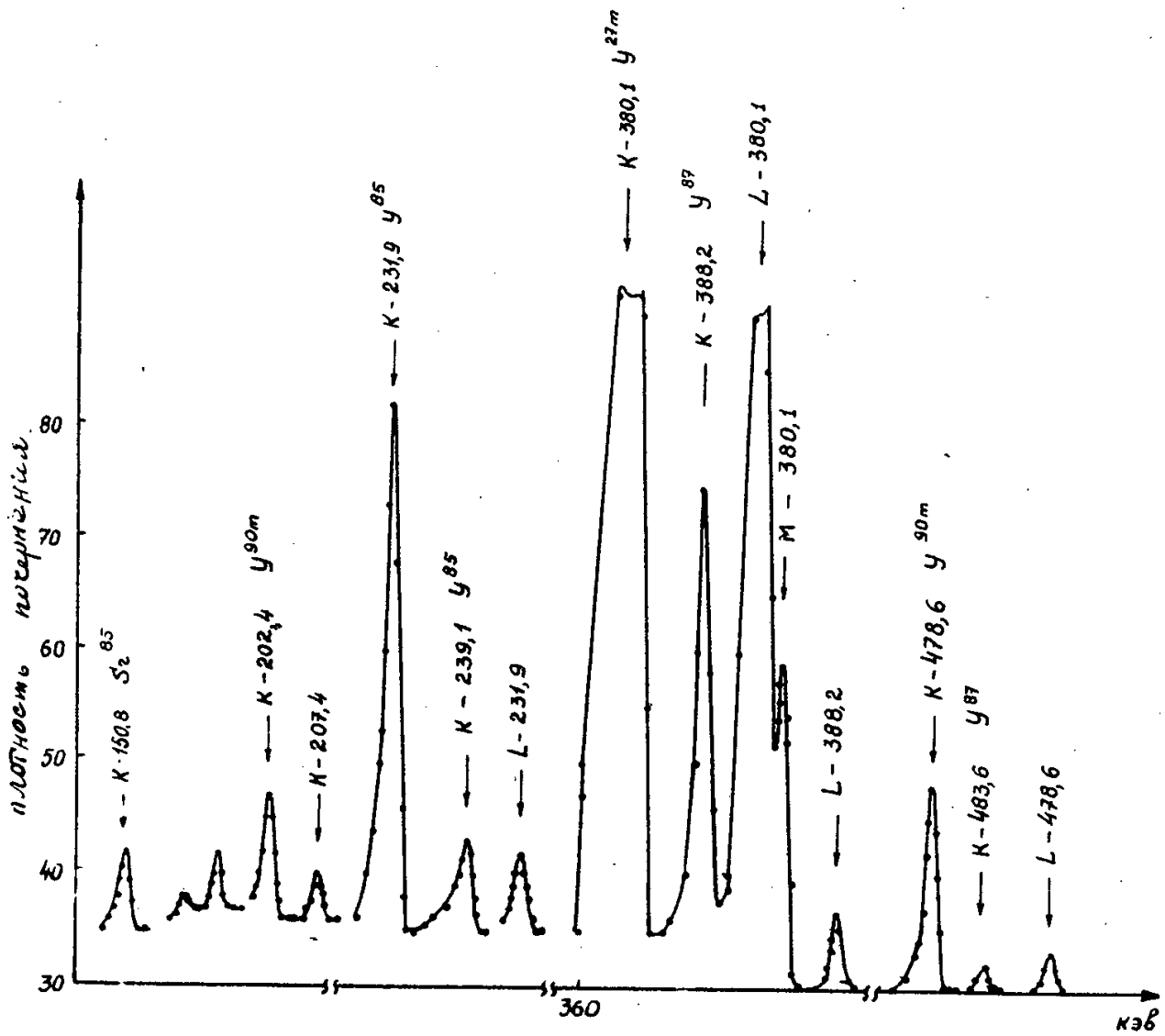


Рис. 1.

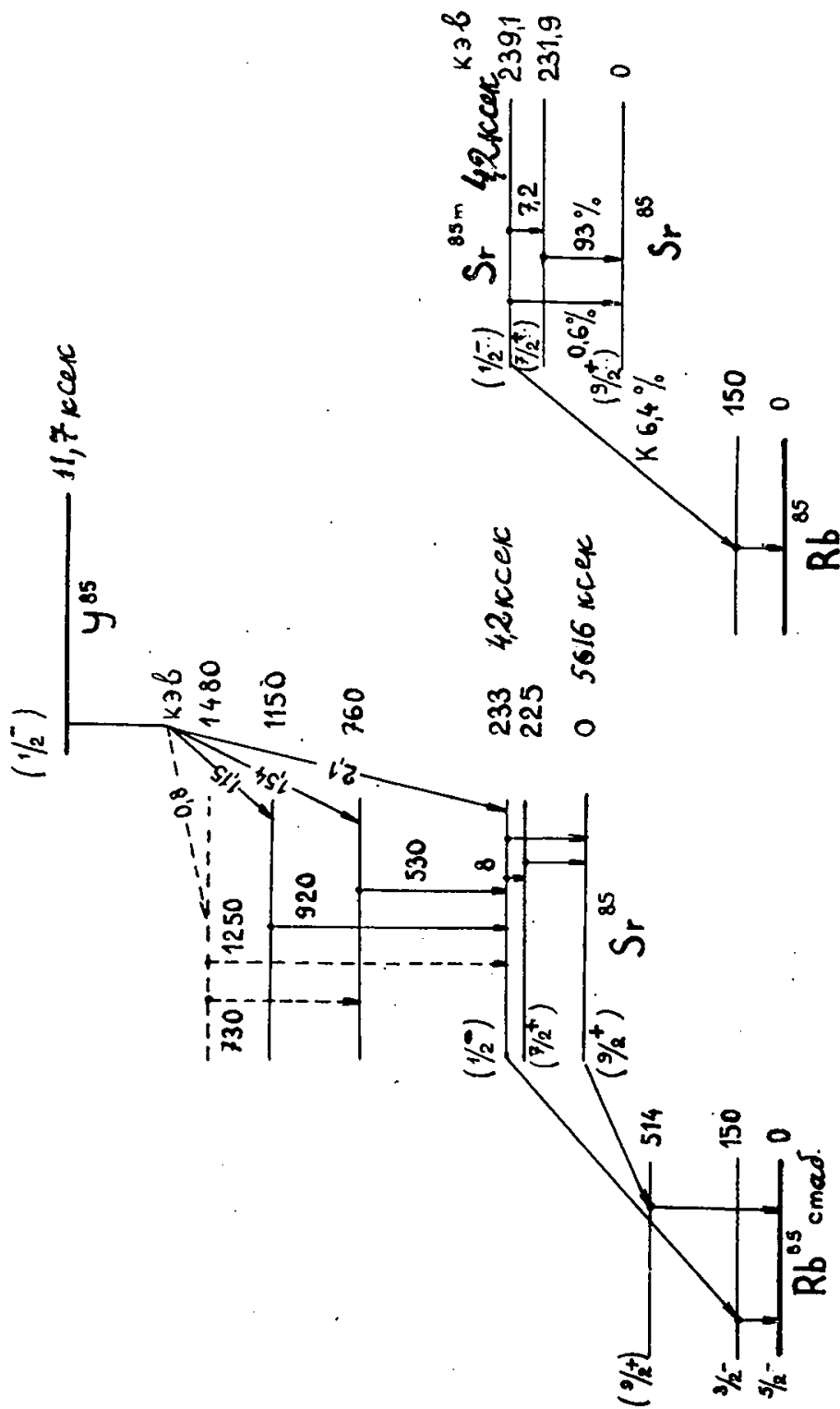


Рис. 2.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3459. Тираж 300. Декабрь 1963 г.  
Техн. ред. Н.Н.Зрелова.



# ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

В.Л. Любошиц, М.И. Подгорецкий



STAT

О ВОЗМОЖНОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
МАГНИТНОГО МОМЕНТА  $\Sigma^+$ -ГИПЕРОНА

Дубна 1964

STAT

Любошин В.Л., Подгорецкий М.И.

О возможном методе определения магнитного момента  $\Sigma^+$  гиперона.

Предложен метод определения магнитного момента  $\Sigma^+$  гиперона, не требующий применения сильных магнитных полей. В основе этого метода лежит явление деполаризации положительно заряженных частиц в конденсированных средах. Показано, что величина магнитного момента  $\Sigma^+$  гиперона в принципе может быть найдена из анализа экспериментальных данных по асимметрии в распаде  $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$  на лету и при остановке.

**Препринт Объединенного института ядерных исследований.**

Дубна 1964

STAT

Lyuboshits V.L., Podgoretsky M.I.

On a Possible Method for Determining the Magnetic Moment of a  $\Sigma^+$  Hyperon

A method is proposed to determine the magnetic moment of a  $\Sigma^+$  hyperon which does not require strong magnetic fields. This method is based on the depolarization of charged particles in condensed media. It is shown that the magnitude of the magnetic moment of a  $\Sigma^+$  hyperon can be, in principle, found from the analysis of experimental data on asymmetry in the decay  $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$  in flight or at stop.

**Preprint Joint Institute for Nuclear Research.**

Dubna, 1964.



В.Л. Любошиц, М.И. Подгорецкий



STAT

О ВОЗМОЖНОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
МАГНИТНОГО МОМЕНТА  $\Sigma^+$ -ГИПЕРОНА

Направлено в ЖЭТФ

Дубна 1964

1. В настоящее время существует вполне понятный интерес к измерению магнитного момента  $\Sigma^+$ -гиперона. Однако применение для этой цели стандартных методов, в которых используется прецессия спина во внешнем магнитном поле, связано с большими трудностями, так как из-за малого времени жизни  $\Sigma^+$ -гиперона и малой величины магнитного момента для наблюдения прецессии необходимы поля, напряженность которых лежит на пределе современных технических возможностей.

В связи с этим мы хотим обратить внимание на другой подход к данной проблеме, позволяющий обойтись без внешнего магнитного поля или ограничиться магнитными полями порядка нескольких тысяч гаусс.

Основная идея этого подхода заключается в замене внешнего магнитного поля внутриатомным полем. Речь идет о хорошо известном явлении деполяризации положительно заряженных частиц в конденсированных средах. В согласии с теорией и экспериментом большинство замедлившихся частиц образует водородоподобные системы в основном состоянии. Если пока что отвлечься от ряда осложняющих факторов, деполяризация вызывается магнитным полем электрона, действующим на магнитный момент данной частицы. Степень этого воздействия может быть вычислена теоретически.

2. Процесс деполяризации неоднократно рассматривался применительно к атому мюония /см., например, <sup>1-5/</sup> /.

Пока мы имеем ввиду поляризацию, не усредненную по времени, весь ход рассуждений можно повторить и для  $\Sigma^+$ -гиперона /см. также <sup>5/</sup> /. Переходы между синглетным и триплетным состояниями атома "сигмиония" с нулевой проекцией спина на первоначальное направление поляризации приводят к осцилляции поляризации во времени по закону

$$\vec{P} = \vec{P}_0 \frac{1}{2} (1 + \cos \omega_0 t), \quad //1/$$

где  $\omega_0$  - величина сверхтонкого расщепления, пропорциональная магнитному моменту  $\Sigma^+$ -гиперона  $\omega_0 = \frac{32}{3} \frac{\mu \Sigma \mu_e}{a_0^3}$ , здесь  $a_0$  - радиус Бора/.

В случае  $\mu^+$ -мезона, когда вероятность распада в единицу времени во много раз меньше частоты сверхтонкого расщепления, при усреднении по времени получаем

$$\langle \vec{P} \rangle = \frac{1}{2} \vec{P}_0 .$$

Для  $\Sigma^+$ -гиперона время жизни  $\tau$  может оказаться сравнимым с величиной  $\frac{1}{\omega_0}$ , и средняя поляризация описывается формулой:

$$\langle \vec{P} \rangle = P_0 \int \frac{1}{2} (1 + \cos \omega_0 t) \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} dt = \quad /2/$$

$$= \frac{1}{2} P_0 \left( 1 + \frac{1}{1 + \omega_0^2 \tau^2} \right).$$

Физический смысл соотношения /2/ заключается в том, что половина  $\Sigma^+$ -гиперонов, захвативших электроны с направлением спина, параллельным направлению начальной поляризации, полностью сохраняет поляризацию, а вторая половина  $\Sigma^+$ -гиперонов, захвативших электроны с противоположным направлением спина, в отличие от  $\mu^+$ -мезонов, не успевает полностью деполаризоваться. Таким образом,  $\langle \vec{P} \rangle > \frac{1}{2} P_0$ .

Для нас важно, что соотношение /2/ явным образом зависит от величины сверхтонкого расщепления "сигмения", а, следовательно, и от магнитного момента  $\Sigma^+$ -гиперона. На опыте может быть измерена величина, пропорциональная  $|\langle \vec{P} \rangle|$ , а именно, асимметрия вылета протона в распаде  $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$  относительно направления поляризации. Зная отношение коэффициентов асимметрии в распадах при остановке и на лету, мы можем в принципе определить магнитный момент  $\Sigma^+$ -гиперона. В том приближении, которым мы пока пользуемся, это отношение имеет вид:

$$\beta = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{1 + \omega_0^2 \tau^2} \right). \quad /3/$$

Из /3/ ясно, что  $\beta$  не зависит от абсолютного значения начальной поляризации  $\Sigma^+$ -гиперона.

3. В области  $(\omega_0 \tau)^2 \ll 1$  / небольшие магнитные моменты/ формула /3/ мало чувствительна к величине  $\omega_0 \tau$ . Однако не исключено, что магнитный момент  $\Sigma^+$ -гиперона по порядку величины равен магнитному моменту протона или даже превышает его<sup>x/</sup>. При этом  $\omega_0 \tau \sim 1$ . В частности, если  $\omega_0 \tau = 1$ ,  $\beta = \frac{3}{4}$ , т.е. отклонение  $\beta$  от 1 и от 1/2 становится ощутимым.

При больших  $(\omega_0 \tau)$  величина  $\beta$  становится практически не отличимой от 1/2. В этом случае для определения  $\omega_0$  целесообразно наложить слабое продоль-

<sup>x/</sup> Основной вклад в магнитный момент  $\Sigma^+$ -гиперона, по-видимому, вносит виртуальная диссоциация типа  $\Sigma^+ \rightarrow \Sigma^0 + \pi^+$ . Аналогичная диссоциация  $p \rightarrow p + \pi^+$  имеет место и для протона. Поэтому у нас нет никаких оснований заранее считать, что магнитный момент у  $\Sigma^+$  существенно меньше, чем у протона. В связи с этим следует отметить, что у  $\Lambda^0$ -частицы диссоциация с испусканием заряженного  $\pi$ -мезона в состоянии с  $L = 1$  невозможна. Может быть, этим объясняется малая величина магнитного момента  $\Lambda^0$ , которая была получена в недавних опытах<sup>/6/</sup>.

ное магнитное поле. При наложении магнитного поля  $\beta$  увеличивается, и его зависимость от  $\omega_0$  выражается формулой

$$\beta' = \frac{1}{2(1+x^2)} \left( 1 + 2x^2 + \frac{1}{1+(1+x^2)\omega_0^2\tau^2} \right), \quad /4/$$

где  $x = \frac{eH}{m_0 c \omega_0} = \frac{\omega'}{\omega_0}$ ;  $\omega' = \frac{eH}{\pi_0 c}$ . /4а/

При  $\omega_0 \tau \gg 1$  /4/ переходит в известную формулу Орира и др. /2/, которая широко используется при анализе деполяризации  $\mu^+$ -мезонов.

4. До сих пор мы рассматривали атом "сигмниония" как изолированный, пренебрегая его взаимодействием с окружающей средой. Между тем в реальных условиях это взаимодействие может оказаться существенным, и формулы /3/ и /4/ становятся непригодными для анализа экспериментальных результатов.

Различного рода осложнения, меняющие ту схему деполяризации, которой мы придерживались выше, подробно исследованы в случае мюония многими авторами, в частности Носовым и Яковлевою /3/. К этим осложнениям относится деполяризация электрона мюония за счет обмена со свободными электронами среды, с электронами атомных оболочек, за счет взаимодействия с кристаллическими полями, перезарядки, образования отрицательного иона мюония с последующей потерей электрона и т.д. Кроме того, на деполяризацию  $\mu^+$ -мезона существенное влияние может оказать химическое взаимодействие мюония с атомами среды.

Те же факторы в принципе существенны и для деполяризации  $\Sigma^+$ -гиперона. Однако из-за малого времени жизни  $\Sigma^+$  можно ожидать, что в ряде веществ связанная с ними деполяризация не успевает произойти.

Для того, чтобы имел место чисто "сигмниониевый" механизм деполяризации, достаточно, чтобы частота переворачивания электронного спина  $\nu$  и время химической релаксации  $\tau_{\text{хим.}}$  удовлетворяли следующим неравенствам:

$$\nu \ll \omega_0; \quad \nu \ll \frac{1}{\tau}, \quad /5/$$
$$\tau_{\text{хим.}} \gg \tau,$$

$$\text{или } \nu \ll 10^{10} \text{ сек.}^{-1}, \quad \tau_{\text{хим.}} \gg 10 \text{ сек.}^{-10} \quad \text{х/}$$

Подробный анализ /7/ показывает, что для фотоэмульсий, жидкого аргона и криптона при скоростях "сигмниония" порядка  $10^5 - 10^6$  см/сек неравенства /5/, по-види-

---

х/ Для мюония ограничения, которые накладывают неравенства /5/, носят более жесткий характер:  $\nu \ll 10^6 \text{ сек.}^{-2}$  при  $\tau_{\text{хим.}} > \tau_{\mu^+}$  или  $\nu \tau_{\text{хим.}} \ll 1$ , если  $\tau_{\text{хим.}} < \tau_{\mu^+}$ . В случае  $\text{AgBr} - \nu \tau_{\text{хим.}}^{-1} > 10^2$  т.е. неравенства /5/ заведомо не выполняются.

тому выполняются. Судя по всему, они имеют место и для ряда других диэлектриков с диамагнитными свойствами<sup>х/</sup>, если последние химически не взаимодействуют с водородом или взаимодействуют не очень активно. Оценки показывают, что для "сигмиев", замедлившихся до скоростей порядка  $10^6 - 10^5$  см/сек, величина  $\nu$  не превышает  $10^6 - 10^8$  сек<sup>-1</sup>.

Вместе с тем малое время жизни  $\Sigma^+$  - гиперона может привести к осложнениям другого рода, которых нет в случае  $\mu^+$  - мезона. Дело в том, что при скоростях порядка  $10^8$  см/сек.  $\Sigma^+$  - гиперон уже не образует видимого следа, т.е. трактуется, как остановившийся. В то же время выполнение неравенства /5/ можно гарантировать только в той области скоростей  $v_{\Sigma^+}$ , при которых вероятность ионизации, обмена с возбуждением и других неупругих процессов, дающих вклад в  $\nu$ , достаточно мала /  $v_{\Sigma^+} \sim 10^5 - 10^6$  см/сек./.

Как показывают простые оценки, время замедления  $\Sigma^+$  - гиперонов в фотоэмульсиях, жидком аргоне или криптоне от  $v_{\Sigma^+} \sim 10^8$  см/сек до  $v_{\Sigma^+} \sim 10^6 - 10^5$  см/сек составляет примерно  $10^{-11} - 10^{-10}$  сек, т.е. сравнимо с  $\tau$ . Это приводит к тому, что значительная доля  $\Sigma^+$  - гиперонов может распадаться или в свободном состоянии, или в таких условиях, когда чисто "сигмиевый" механизм деполяризации не имеет места.

Заметим, однако, что из-за очень резкого спада сечений неупругих процессов при скоростях  $v_{\Sigma^+} \ll 10^8$  см/сек /по закону, близкому к экспоненциальному/ область скоростей, где  $\nu \sim \omega_0$ , является довольно узкой.  $\Sigma^+$  - гиперон проходит эту область скоростей за время, малое по сравнению с временем жизни /оценки дают  $t \sim 10^{-12}$  сек/. При больших скоростях  $\nu \gg 10^{10}$  сек<sup>-1</sup>, и  $\Sigma^+$  - гиперон распадается почти недеполяризованным. При меньших скоростях  $\nu \ll 10^{10}$  сек<sup>-1</sup> выполняются неравенства /5/, и, так как при этом практически все  $\Sigma^+$  - гипероны образуют атомы "сигмиев" в основном состоянии<sup>/7/</sup>, можно пользоваться формулами /3/ и /4/. Исходя из этого, можно ввести дополнительный параметр  $f$ , который определяет долю  $\Sigma^+$  - гиперонов, распавшихся до начала деполяризации. Хотя введение этого параметра приводит к некоторому усложнению расчетных формул, его определение само по себе представляет физический интерес. С учетом сказанного соотношение /3/ записывается в виде:

---

<sup>х/</sup> В этом случае обмен электронами с переворотом спина при упругих соударениях практически невозможен, так как концентрация свободных электронов ничтожна, а спины атомных электронов насыщены. В металлах и парамагнетиках из-за интенсивного обмена  $\nu \gg 10^{10}$  сек<sup>-1</sup> связь между электроном и  $\Sigma^+$  - гипероном разрывается, и  $\Sigma^+$  - гиперон вообще не деполяризуется. Поэтому металлические и парамагнитные среды для нашей цели совершенно непригодны.

$$\beta = f + \frac{1-f}{2} \left( 1 + \frac{1}{1 + \omega_0^2 r^2} \right). \quad /6/$$

Два параметра  $f$  и  $\omega_0 r$  мы можем в принципе определить, привлекая результаты опытов с магнитным полем. В связи с этим имеет смысл рассмотреть задачу о деполаризации  $\Sigma^+$  в атоме "сигмнионя", помещенном в магнитное поле произвольного направления.

5. Система уравнений для поляризационных параметров "сигмнионя" имеет вид /ср. /3/ /:

$$\frac{dp_i^{(1)}}{dt} = \frac{1}{2} \omega_0 \epsilon_{ist} T_{st}^{(1,2)} - \frac{e}{m \Sigma c} \epsilon_{ist} H_s p_t^{(1)}, \quad /a/ \quad /7/$$

$$\frac{dp_i^{(2)}}{dt} = \frac{1}{2} \omega_0 \epsilon_{ist} T_{st}^{(1,2)} + \frac{e}{m_e c} \epsilon_{ist} H_s p_t^{(2)}, \quad /6/$$

$$\frac{dT_{st}^{(1,2)}}{dt} = \frac{1}{2} \omega_0 (\epsilon_{sll} p_l^{(1)} - \epsilon_{stl} p_l^{(2)}) - \quad /с/$$

$$- \frac{e}{m \Sigma c} \epsilon_{smn} H_m T_{nt}^{(1,2)} + \frac{e}{m_e c} \epsilon_{tmn} H_m T_{sn}^{(1,2)}$$

$(i, s, t, m, n = 1, 2, 3).$

Здесь  $\vec{p}^{(1)}$  - вектор поляризации  $\Sigma^+$  - гиперона,  $\vec{p}^{(2)}$  - вектор поляризации электрона,  $T_{st}^{(1,2)}$  - тензор корреляции поляризаций электрона и  $\Sigma^+$  - гиперона,  $\epsilon_{ist}$  - абсолютно антисимметричный тензор.

В дальнейшем мы будем считать, что величина  $x$ , введенная в /4/, удовлетворяет неравенству  $\frac{m_e}{m \Sigma} x \ll 1$  /непосредственное взаимодействие  $\Sigma^+$  - гиперона с внешним магнитным полем мало по сравнению с взаимодействием спинов  $\Sigma^+$  и электрона/. В этом приближении члены  $\frac{e}{m \Sigma c} \epsilon_{ist} H_s p_t^{(1)}$  в уравнении 7-а и  $\frac{e}{m \Sigma c} \epsilon_{smn} H_m T_{nt}^{(1,2)}$  в уравнении 7-с могут быть отброшены. Полученную таким образом приближенную систему линейных уравнений мы будем решать при начальных условиях

$$\vec{p}^{(1)}(0) = \vec{p}_0, \quad \vec{p}^{(2)}(0) = 0, \quad T_{st}^{(1,2)}(0) = 0. \quad /8/$$

В результате для зависимости вектора поляризации  $\Sigma^+$  от времени получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \vec{P}(t) = & \vec{n} (\vec{P}_0 \vec{n}) \frac{1}{2(1+x^2)} \{ 1 + 2x^2 + \cos \omega^{(1)} t \} + \\ & + \vec{m} (\vec{P}_0 \vec{m}) \left\{ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right) (\cos \omega^{(2)} t + \cos \omega^{(3)} t) + \right. \\ & + \left. \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right) (\cos \omega^{(4)} t + \cos \omega^{(5)} t) \right\} + \quad /9/ \\ & + \vec{l} (\vec{P}_0 \vec{l}) \left\{ \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right) (\sin \omega^{(2)} t + \sin \omega^{(3)} t) + \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right) (\sin \omega^{(4)} t + \sin \omega^{(5)} t) \right\}. \end{aligned}$$

Здесь  $\vec{n}$  - единичный вектор вдоль направления магнитного поля,  $\vec{m}$  - единичный вектор, перпендикулярный направлению магнитного поля в плоскости  $(\vec{P}_0, \vec{H})$ ,  $\vec{\ell} = [\vec{m}, \vec{n}]$ ,

$$\omega^{(1)} = \omega_0 \sqrt{1+x^2}, \quad \omega_{2,3} = \frac{\omega_0}{2} (x \pm 1 - \sqrt{1+x^2}), \quad \omega_{4,5} = \frac{\omega_0}{2} (x \pm 1 + \sqrt{1+x^2}).$$

При усреднении по времени  $\tau$  получаем:

$$\langle \vec{P}^{(1)} \vec{n} \rangle = (\vec{P}_0 \vec{n}) \frac{1}{2(1+x^2)} (1 + 2x^2 + \frac{1}{1+(1+x^2)\omega_0^2\tau^2}); \quad /10/$$

$$\langle \vec{P}^{(1)} \vec{m} \rangle = (\vec{P}_0 \vec{m}) \frac{1}{4} [(1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}) (\frac{1}{1+(\omega^{(2)}\tau)^2} + \frac{1}{1+(\omega^{(3)}\tau)^2}) + \quad /11/$$

$$+ (1 - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}) (\frac{1}{1+(\omega^{(4)}\tau)^2} + \frac{1}{1+(\omega^{(5)}\tau)^2})];$$

$$\langle \vec{P}^{(1)} \vec{\ell} \rangle = (\vec{P}_0 \vec{m}) \frac{1}{4} [(1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}) (\frac{\omega^{(2)}\tau}{1+(\omega^{(2)}\tau)^2} + \frac{\omega^{(3)}\tau}{1+(\omega^{(3)}\tau)^2}) + \quad /12/$$

Заметим, что коэффициент при  $\vec{P}_0 \vec{n}$  в /10/ совпадает с правой частью /4/.

Формулы /11/-/12/ являются слишком громоздкими. Однако они существенно упрощаются при  $x \gg 1$ . Пренебрегая членами порядка  $1/x^2$ , однако по-прежнему считая, что  $x \ll \frac{m \Sigma x}{m_0}$ , получим:

$$\langle \vec{P}^{(1)} \vec{m} \rangle = (\vec{P}_0 \vec{m}) \frac{4}{4 + \omega_0^2 \tau^2}, \quad \langle \vec{P}^{(1)} \vec{\ell} \rangle = 0. \quad /13/$$

Мы видим, что формула /12/ вообще не содержит величины магнитного поля. Это связано с тем, что в рассматриваемом приближении стационарными состояниями электрона являются состояния с определенной проекцией спина на направление  $\vec{H}$ ; непосредственным же воздействием внешнего магнитного поля на спин  $\Sigma^+$  - гиперона мы пренебрегаем, считая его малым по сравнению с магнитным полем электрона. Заметим, что поскольку половина электронов обладает проекцией спина на направление  $\vec{H}$ , равной  $+\frac{1}{2}h$ , а половина - проекцией спина на направление  $\vec{H}$ , равной  $-\frac{1}{2}h$ , в данном приближении имеет место симметрия относительно направления внешнего магнитного поля, что приводит к равенству  $\vec{P}(t) \vec{m} = 0$  <sup>xx/</sup>, которое, естественно, сохраняется и при усреднении по времени жизни.

x/ Напряженность внешнего магнитного поля должна при этом иметь порядок величины  $10^4$  гс.

xx/ Для проекции на вектор  $\vec{m}$  мы будем иметь:  

$$\vec{P}(t) \vec{m} = (\vec{P}_0 \vec{m}) \cos \frac{\omega_0 t}{2}.$$

Авторы благодарят С.С. Герштейна и И.И. Гуревича за важные замечания.

Л и т е р а т у р а

1. I.Friedman, Y.Telegdi. Phys. Rev., 106, 1290 (1957).
2. I.Orear, G.Harris, E.Biermann. 107, 322(1957).
3. В.Г. Носов, И.В. Яковлева. ЖЭТФ, 43, 1750 /1962/.
4. А.О. Вайсенберг. УФН, 70, 429 /1960/.
5. А.М. Переломов. ЖЭТФ, 40, 1418 /1961/.
6. R.L.Cool, E.W.Jenkins, T.F.Kucia, D.A.Hill, L.Marshall, R.A.Schluter. Phys. Rev., 127, 2223 (1962).
7. В.Л. Любошиц. Препринт ОИЯИ /в печати/.

Рукопись поступила в издательский отдел  
27 декабря 1963 г.



6. Рассмотрим теперь возможную процедуру опытов для определения магнитного момента  $\Sigma^+$  - гиперона.

Пусть на анализатор попадает пучок  $\Sigma^+$  - гиперонов с некоторой усредненной по углам вылета поляризацией  $\vec{P}_0$ . Угловое распределение распадных протонов имеет вид:

$$dw = [1 + a(\vec{P}_0 \vec{k})] d\Omega, \quad /14/$$

где  $\vec{k}$  - единичный вектор в направлении вылета протона.

Выберем теперь ось  $z$  вдоль некоторого направления  $\vec{i}$  и проинтегрируем /14/ по азимутальному углу. В результате мы получим:

$$dw_{\vec{i}} = (1 + a(\vec{P}_0 \vec{i}) \cos \theta) d(\cos \theta), \quad /14/$$

где  $\cos \theta = \cos(\vec{k}, \vec{i})$ .

Таким образом, коэффициент асимметрии  $\gamma_{\vec{i}}$  относительно некоторого направления  $\vec{i}$  пропорционален проекции вектора поляризации на это направление

$$\gamma_{\vec{i}} = a(\vec{P}_0 \vec{i}). \quad /15/$$

Сначала рассмотрим распады  $\Sigma^+$  - гиперонов в отсутствие внешнего магнитного поля. В этом случае, независимо от выбора  $\vec{i}$ , отношение коэффициентов асимметрии в распаде при остановке и на лету определяется по формуле /6/.

Далее включим магнитное поле  $\vec{H}$  и определим коэффициенты асимметрии в распаде на лету ( $\gamma_{\vec{H}}^{(0)}$ ) и при остановке ( $\gamma_{\vec{H}}^{(1)}$ ) относительно направления  $\vec{H}$ . Легко видеть, что

$$\beta_{\vec{H}} = \frac{\gamma_{\vec{H}}^{(1)}}{\gamma_{\vec{H}}^{(0)}} = f + \frac{1-f}{2} \frac{1}{1+x^2} (1 + 2x^2 + \frac{1}{1+(1+x^2)\omega_0^2 r^2}). \quad /16/$$

Этой серии измерений в принципе уже достаточно для того, чтобы определить  $f$  и  $\omega_0 r$ . Внешнее магнитное поле при этом может иметь напряженность порядка нескольких сотен гаусс, что соответствует  $x \approx 1$ .

Мы можем поступить и иначе, а именно, измерить коэффициенты асимметрии  $\gamma_{\vec{t}}^{(1)}$  и  $\gamma_{\vec{t}}^{(0)}$  относительно некоторого направления  $\vec{t}$ , перпендикулярного  $\vec{H}$ , при абсолютной величине  $H \approx 10^4$  Гс. С учетом /13/ отношение  $\beta_{\vec{t}}$  в этом случае будет иметь вид:

$$\beta_{\vec{t}} = \frac{\gamma_{\vec{t}}^{(1)}}{\gamma_{\vec{t}}^{(0)}} = f + (1-f) \frac{4}{4+(\omega_0 r)^2}. \quad /17/$$

Из равенств /17/ и /16/ также можно определить  $f$  и  $\omega_0 r$ . Если окажется, что  $\omega_0 r \approx 2-3$ , наиболее целесообразно комбинировать измерения, приводящие к /17/ и /16/.

<sup>x/</sup> Разумеется, геометрия опыта должна быть такой, чтобы  $\vec{P}_0$  не было равно нулю.

Авторы благодарят С.С. Герштейна и И.И. Гуревича за важные замечания.

Л и т е р а т у р а

1. I.Friedman, Y.Telegdi. Phys. Rev., 106, 1290 (1957).
2. I.Orear, G.Harris, E.Bicrman. 107, 322(1957).
3. В.Г. Носов, И.В. Яковлева. ЖЭТФ, 43, 1750 /1962/.
4. А.О. Вайсенберг. УФН, 70, 429 /1960/.
5. А.М. Переломов. ЖЭТФ, 40, 1418 /1961/.
6. R.L.Cool, E.W.Jenkins, T.F.Kucia, D.A.Hill, L.Marshall, R.A.Schluter. Phys. Rev., 127, 2223 (1962).
7. В.Л. Любошиц. Препринт ОИЯИ /в печати/.

Рукопись поступила в издательский отдел  
27, декабря 1963 г.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3481. Тираж 400. 0,6 уч.-изд.л.  
Техн.редактор Н.Н.Зрелова, январь 1964 г.



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

---

М. Углирж



STAT

ЗАМЕЧАНИЯ К ПРОБЛЕМЕ  
ГЕОМЕТРИЗАЦИИ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

Дубна 1963

Замечания к проблеме геометризации скалярного поля

В работе даны релятивистские уравнения движения классической точечной частицы, которые можно геометрически интерпретировать как уравнения геодезических в конформно-евклидовом пространстве Римана. Уравнения могут быть написаны в форме Гамильтона, Лагранжа, Гамильтона-Якоби. Это позволяет написать волновые уравнения частиц во внешнем скалярном поле. Теория приводит к заключению, что масса частиц является не постоянной, а функцией скалярного поля в уравнениях движения.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.

Дубна.1963 .

Uhlir (Milos)

STAT

Note on the Problem of Geometrization of a Scalar Field.

In the paper relativistic equations of motion of a classical point-particle in a scalar field are given, allowing geometric interpretation as equations of geodesics in a conformal-euclidean Riemannian space. The equations can be transformed into the form of Hamilton Lagrange or Hamilton-Jacobi. This allows to give wave equations of particles in an external scalar field. The theory leads to conclusion, that the mass of particles is not a constant, but a function of a scalar field in the equations of motion.

Preprint Joint Institute for Nuclear Research.

М. Углирж



STAT

ЗАМЕЧАНИЯ К ПРОБЛЕМЕ  
ГЕОМЕТРИЗАЦИИ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

Направлено в Acta Physica Polonica

Дубна 1963

### В в е д е н и е

В последние годы физики снова начали изучать проблему инвариантности основных законов физики при конформных преобразованиях и вытекающие из нее физические следствия.

Например, в работе<sup>/1/</sup> приводится краткий исторический обзор и список некоторых работ на эту тему. Объясняется связь между конформно-метрическим преобразованием

$$g_{ij} \rightarrow g_{ij}^C = \sigma(x) g_{ij}$$

и 15-параметрической группой Ли  $S_0$ , здесь называемой "ограниченной (*restricted*) группой конформных преобразований", введенной Куннингемом<sup>/2/</sup> и Бэйтменом<sup>/3/</sup>. Эти авторы показали, что уравнения Максвелла инвариантны при преобразованиях группы  $S_0$ , содержащей однородную собственную группу Лоренца, пространственно-временные смещения, постоянную дилатацию (или масштабное преобразование) и так называемые преобразования ускорения. Группа  $S_0$  является подгруппой группы  $S$ , которая содержит все метрически-конформные преобразования:

$$g_{ij} \rightarrow g_{ij}^C$$

и все координатные преобразования.

В работе<sup>/1/</sup> показана инвариантность уравнений Максвелла и законов сохранения для электромагнитного поля при преобразованиях группы  $S$ . Но уравнения Лоренца инвариантны только при предположении, что масса покоя электрона преобразуется при конформных преобразованиях следующим образом:

$$m \rightarrow m_C = \frac{m}{\sqrt{\sigma(x)}}$$

Физические причины такого поведения массы покоя иллюстрируются авторами<sup>/1/</sup> в частном случае: ускорение эквивалентно введению постоянного однородного гравитационного поля. Масса покоя частицы в гравитационном поле изменится следующим образом:

$$m \rightarrow m_C = m + \frac{mgh(x)}{c^2} = \frac{m}{1 + \frac{gh(x)}{c^2}},$$

т.е. так же, как в случае конформной инвариантности.

Другое физическое истолкование метрически-конформных преобразований дает Дике<sup>/4/</sup>. В ряде работ он и Бранс стремятся использовать идею Дирака (по которой гравитационная постоянная в действительности не является постоянной) и изменить

общую теорию относительности таким образом, чтобы она не противоречила принципу Маха. Насколько нам известно, Дике и авторы<sup>/1/</sup> первые дали физический смысл скалярной функции, осуществляющей конформное преобразование.

Настоящая работа сделана независимо от вышеупомянутых работ. В ней решается следующая задача: постулируем (в плоском пространстве Минковского) уравнения движения классической релятивистской частицы в скалярном поле; есть возможность дать пространству такую геометрическую структуру (в рамках геометрии Римана), что геодезические в этом римановом пространстве  $V_4$  являются траекториями частиц в плоском пространстве. Эта задача может быть решена и приводит к пространству Римана  $V_4$ , которое и находится в конформном соответствии к пространству Минковского. Пространственные компоненты геодезических (по параметру  $t$ ) в таком  $V_4$  те же самые, как пространственные компоненты уравнений движения частицы в скалярном поле (по тому же параметру), которые обыкновенно считаются правильными в рамках специальной теории относительности. Введением нового инвариантного параметра в уравнения геодезических получаем наши постулированные уравнения движения, пространственные компоненты которых (по параметру  $t$ ) тоже тождественны тем же компонентам обыкновенных уравнений. С геометрической точки зрения введение нового параметра  $ds$  эквивалентно переходу к пространству  $L_4$ , которое находится в проективном соответствии к  $V_4$ .

Следствием этой теории является то, что масса покоя частицы зависит от скалярного поля  $\phi(x)$  следующим образом:

$$m = m_0 e^{k\phi(x)}.$$

Похожие результаты получили многие авторы<sup>/1/-/8/,/10/</sup>, но на основе более формальных рассуждений.

Непротиворечивость этой теории доказана тем, что ее можно представить в форме уравнений Гамильтона, Лагранжа и Гамильтона-Якоби.

#### А. Классические уравнения движения

Будем рассматривать пространство Римана, определенное метрическим тензором

$$g_{ij} = \mu_{ij} e^{2k\phi(x)}.$$

Здесь  $\phi(x)$  - скалярная функция пространственно-временных переменных  $x^i$  ( $i=1,2,3,4$ ) и  $\mu_{ij}$  - метрический тензор второго риманова пространства  $V_4^0$ .  $V_4^0$  находится в конформном соответствии к  $V_4$ . Будем предполагать, что  $V_4^0$  - псевдоевклидово пространство. В таком случае уравнения геодезических, которые можно получить из вариационного принципа



$\delta \int \sqrt{-g_{ij}} dx^i dx^j = 0$   
 (сигнатура нашего пространства  $+++ -$ ), имеют форму

$$\frac{d^2 x^\ell}{d\tau^2} + \tilde{\Gamma}_{ij}^\ell \frac{dx^i}{d\tau} \frac{dx^j}{d\tau} = 0. \quad (1)$$

Здесь  $\tau$  - инвариантный параметр, и  $\tilde{\Gamma}_{ij}^\ell$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{ij}^\ell &= \Gamma_{ij}^{\ell 0} + \kappa (\phi_i \delta_j^\ell + \phi_j \delta_i^\ell - \phi^\ell \mu_{ij}), \\ \Gamma_{ij}^{\ell 0} &= \frac{1}{2} \mu^{\ell m} \left( \frac{\partial \mu_{mi}}{\partial x^j} + \frac{\partial \mu_{mj}}{\partial x^i} - \frac{\partial \mu_{ij}}{\partial x^m} \right), \\ \phi_i &= \frac{\partial \phi}{\partial x^i}, \quad \phi^\ell = \mu^{\ell m} \frac{\partial \phi}{\partial x^m}. \end{aligned}$$

В псевдоевклидовом пространстве существует система координат, в которой

$$\Gamma_{ij}^{\ell 0} = 0.$$

В дальнейшем будем работать в такой системе координат.

Теперь мы введем новый инвариантный параметр <sup>/9/</sup>

$$ds = e^{a\phi} d\tau \quad (2)$$

ради получения уравнений движения в самой простой форме. Если определим

$$\frac{dx^i}{d\tau} = \dot{x}^i, \quad \frac{dx^i}{ds} = x'^i,$$

тогда

$$dx'^i = d(e^{-a\phi} \dot{x}^i) = -ae^{-a\phi} d\phi \dot{x}^i + e^{-a\phi} d\dot{x}^i. \quad (3)$$

Но в силу уравнения (1)  $d\dot{x}^i = -\tilde{\Gamma}_{jk}^i \dot{x}^j dx^k$ , и потому

$$\begin{aligned} dx'^i &= -ae^{-a\phi} d\phi \dot{x}^i - e^{-a\phi} \tilde{\Gamma}_{jk}^i \dot{x}^j dx^k = \\ &= -\kappa e^{-a\phi} \left( \frac{a}{\kappa} \phi_k \dot{x}^k \dot{x}^i - 2\phi_k \dot{x}^k \dot{x}^i - \phi^i \mu_{jk} \dot{x}^j \dot{x}^k \right) d\tau. \end{aligned} \quad (4)$$

С другой стороны,  $dx'^i$  определено другим коэффициентом связности  $\Gamma_{jk}^i$ :

$$dx'^i = -\Gamma_{jk}^i x'^j dx^k. \quad (5)$$

Если положить  $a = -2\kappa$  и сравнить (4) и (5) видно, что

$$\Gamma_{jk}^i = -\kappa \mu^{\ell m} \frac{\partial \phi}{\partial x^m} \mu_{jk}^\ell, \quad (6)$$

уравнения движения принимают вид:

$$\frac{d^2 x^\ell}{ds^2} = -\Gamma_{ij}^\ell \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} = \kappa \mu^{\ell m} \frac{\partial \phi}{\partial x^m} \mu_{ij}^\ell \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds}. \quad (7)$$

Определим параметр  $r$  уравнением

$$dr = \sqrt{-g_{ij} dx^i dx^j} = e^{\kappa\phi} \sqrt{-\mu_{ij} dx^i dx^j},$$

тогда

$$g_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j = -1$$

и 
$$\mu_{ij} \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} = e^{4\kappa\phi} \mu_{ij} \frac{dx^i}{dr} \frac{dx^j}{dr} = -e^{2\kappa\phi}.$$

Уравнения (1) принимают таким образом простую форму:

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} = -\kappa \mu^{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x^j} e^{2\kappa\phi}, \quad ds = e^{-\kappa\phi} \sqrt{-\mu_{ij} dx^i dx^j} = e^{-\kappa\phi} \sqrt{1-v^2} dt. \quad (8)$$

Эти уравнения могут считаться без дальнейшего рассмотрения релятивистскими уравнениями движения частицы с массой покоя, равной  $m_0$  в скалярном поле  $\phi(x)$ , если константа связи (или заряд частицы)  $g$  масса  $m_0$  и  $x$  связаны уравнением:

$$\kappa = \frac{g}{m_0}$$

(в единицах, в которых  $c=1$ ). Пространственные компоненты уравнения (8)

$$\frac{d^2 x^\sigma}{dt^2} = -\kappa (1-v^2) \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial x^m} \mu^{\sigma m} + \frac{\partial \phi}{\partial t} v^\sigma \right\}, \quad \sigma = 1, 2, 3$$

в точности равны пространственным компонентам уравнений

$$\frac{d^2 x^\ell}{d\sigma^2} = \kappa \mu^{\ell m} \frac{\partial \phi}{\partial x^m}, \quad d\sigma = \sqrt{1-v^2} dt,$$

которые считаются правильными в рамках специальной теории относительности. Но различие в четвертых компонентах и форма инвариантного параметра имеют принципиальное значение и позволяют дать всей теории каноническую форму Гамильтона. Уравнения (8) можно записать в форме:

$$\frac{dp^\ell}{dt} = \mu^{\ell m} F_m, \quad (9)$$

$$p^\ell = \frac{m_0 e^{\kappa\phi} v^\ell}{\sqrt{1-v^2}} \quad (v^4 = 1), \quad (10)$$

$$F_m = -g \sqrt{1-v^2} e^{\kappa\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x^m}. \quad (11)$$

Величины  $p^\ell$  можно считать обобщенными импульсами, которые удовлетворяют следующему уравнению:

$$p^2 - p_4^2 = -m_0^2 e^{2\kappa\phi}.$$

В случае  $\phi \rightarrow 0$  это соотношение принимает вид, хорошо знакомый из специальной теории относительности. Если мы определим

$$p_4 = -H = -\sqrt{\vec{p}^2 + m^2 e^{2\kappa\phi}},$$

потом уравнение (9) можно написать в канонической форме Гамильтона:

$$\frac{dx^i}{dx^4} = \frac{\partial H}{\partial p^i} \mu^{im}, \quad (12)$$

$$\frac{dp^i}{dx^4} = -\frac{\partial H}{\partial x^i} \mu^{i\ell}, \quad (13)$$

действительно,

$$\vec{p} = \frac{m_0^2 e^{2\kappa\phi} \vec{v}}{1 - v^2},$$

и потому

$$v^2 = \frac{\vec{p}^2}{p^2 + m_0^2 e^{2\kappa\phi}}$$

и

$$\sqrt{1 - v^2} = \frac{m_0 e^{\kappa\phi}}{\sqrt{p^2 + m_0^2 e^{2\kappa\phi}}}, \quad \frac{p^\sigma}{v^\sigma} = \sqrt{p^2 + m_0^2 e^{2\kappa\phi}}, \quad \sigma = 1, 2, 3.$$

Элементарным вычислением получим:

$$\frac{\partial H}{\partial p^\ell} = \frac{p^\ell}{\sqrt{p^2 + m_0^2 e^{2\kappa\phi}}}, \quad \mu_{k\ell} = v^k \mu_{k\ell}.$$

Отсюда вытекает, что уравнение (12) является тождеством. Таким же путем можно показать, что уравнение (13) совпадает с (8). С целью доказать тот факт, что эта теория не противоречит классической нерелятивистской механике, выведем классический нерелятивистский принцип Мопертюа.

Из справедливости уравнений

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} = \frac{m_0 g_{ij} \frac{dx^j}{dt}}{\sqrt{-g_{kl} \dot{x}^k \dot{x}^l}} = m_0 e^{\kappa\phi} \mu_{ij} \dot{x}^j,$$

$$L = -m_0 \sqrt{-g_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j} = + \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \dot{x}^i = p_i \dot{x}^i$$

прямо следует, что интеграл действия может быть преобразован к криволинейному интегралу

$$S = \int L dt = \int p_i dx^i$$

отсюда непосредственно вытекает принцип Мопертюи в релятивистской механике.

Если  $\phi(x)$  не зависит от  $x^4$  в явном виде,  $p_4 =$  константе /уравнение (13)/

и

$$\delta \int p_i dx^i = \delta \int p_\sigma dx^\sigma = 0 \quad \sigma = 1, 2, 3. \quad (14)$$

Здесь

$$p_\sigma dx^\sigma = 2 \frac{\frac{1}{2} m_0 e^{\kappa\phi} v^2}{\sqrt{1-v^2}} dt$$

Определим величины

$$m \equiv m_0 e^{\kappa\phi},$$

$$T \equiv \frac{\frac{1}{2} m v^2}{\sqrt{1-v^2}},$$

$$E \equiv \frac{m}{\sqrt{1-v^2}}.$$

Ясно, что  $dt = \sqrt{\mu_{\sigma\kappa} dx^\sigma dx^\kappa} \cdot \frac{1}{v}$ ,

и потому

$$2 T dt = \frac{m v}{\sqrt{1-v^2}} \sqrt{\mu_{\sigma\kappa} dx^\sigma dx^\kappa} = \sqrt{2m \frac{\frac{1}{2} m v^2}{1-v^2}} dl$$

Если  $\kappa\phi$  мала в некотором участке пространства, тогда  $m \approx m_0$ ; вариационный принцип (14), который теперь принимает вид

$$\delta \int \sqrt{2m \frac{\frac{1}{2} m v^2}{1-v^2}} dl = 0,$$

переходит в случае малых  $v$  в хорошо знакомый принцип Мопертюи:

$$\delta \int \sqrt{2m_0 (E_n - V_n)} dl = 0,$$

$E_n, V_n$  - нерелятивистские полная и потенциальная энергии.

В действительности, если  $\kappa\phi$  и  $v$  одинакового порядка и могут считаться малыми, тогда (в первом нетривиальном приближении)

$$T \approx \frac{1}{2} m_0 v^2 \equiv T_n \quad \text{и}$$

$$E = m_0 (1 + \kappa\phi + \dots)(1 + \frac{1}{2} v^2 + \dots) \approx m_0 + g^2 \phi + \frac{1}{2} m_0 v^2 = m_0 + V_n + T_n = m_0 + E_n.$$

Поэтому принцип Мопертюи может считаться геометрическим принципом, определяющим уравнения геодезических в конформно-евклидовом пространстве  $V_3$ , метрика которого дана

$$g_{\sigma\kappa} = 2m_0 (E_n - V_n) \mu_{\sigma\kappa} \quad \sigma, \kappa = 1, 2, 3.$$

### В. Волновые уравнения

На основе предшествующих рассуждений можно непосредственно записать уравнения Гамильтона-Якоби классической точечной частицы во внешнем скалярном поле:

$$g^{ij} \frac{\partial S}{\partial x^i} \frac{\partial S}{\partial x^j} + m_0^2 = 0.$$

В этой форме оно связано с пространством  $V_4$ , в котором, как мы сначала неявно предполагали,  $m_0$  является постоянной. Подстановкой  $g^{ij} = \mu^{ij} e^{-2\kappa\phi}$  получим такое же соотношение в  $R_4$ :

$$\mu^{ij} \frac{\partial S}{\partial x^i} \frac{\partial S}{\partial x^j} + m^2 = 0.$$

Теперь мы в состоянии писать волновое уравнение частицы во внешнем поле:

$$\left( \square - \frac{m_0^2 e^{2\kappa\phi}}{h^2} \right) \psi = 0. \quad (15)$$

Аналогично, уравнение Дирака частицы со спином во внешнем поле дано <sup>/5/</sup>

$$\left\{ \alpha^i \left( \partial_i - \frac{2\kappa}{3} \frac{\partial \phi}{\partial x^i} \right) + i\beta \frac{m_0}{h} e^{\kappa\phi} \right\} \psi = 0.$$

Отсюда видно, что геометрические соображения определяют тип взаимодействия спинного поля с внешним скалярным полем.

### Сводка результатов

В работе показано, что влияние физической сущности - скалярного поля - на частицы можно описать либо в терминах физически приемлемых уравнений движения в плоском пространстве, либо в терминах уравнений геодезических в конформно-евклидовом пространстве Римана. В этом смысле задача геометризации скалярного поля решена: всякое скалярное поле  $\phi(x)$  изменяет метрические свойства пространства-времени (метрический тензор которого  $g_{ij} = e^{2\kappa\phi} \mu_{ij}$ ).

Скалярное поле описывается в этой картине уравнениями в плоском пространстве. Взаимодействие с гравитационным полем не включено. Работа представляет аргумент в пользу идеи, что масса покоя в уравнениях движения является не постоянной, а функцией скалярного поля.

В заключение хочу поблагодарить К. Кухаржа и проф. В. Вотрубю за интерес, проявленный к работе, проф. Я.А. Смородинского за полезные обсуждения и дискуссии, а также А. Ванчурю за многочисленные дискуссии и чтение рукописи.

Л и т е р а т у р а

1. T.Fulton, F.Rohrlich, L.Witten. Rev. Mod. Phys., 34, 442 (1962).
2. E.Cunningham, Proc. Lond. Math. Soc., 8, 77 (1909).
3. H.Bateman. Proc. Lond. Math. Soc. 8, 223 (1910).
4. R.H.Dicke. Phys. Rev., 156, 2163 (1962).  
Здесь приведены ссылки на другие работы о конформных трансформациях.
5. H.Nariai, Y.Ueno. Progr. Theor. Phys., 24, 593 (1960).
6. G.Kalman, Phys. Rev., 123, 384 (1961).
7. H.Rund. Nuovo Cim., 23, 227 (1962).
8. R.H.Dicke. Science, 138, 3541 (1962).
9. П.К.Рашевский. Риманова геометрия и тензорный анализ. ГИТТЛ, Москва, 1953.
10. N.Rosen. Ann. Phys., 22, 1 (1963).

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 октября 1963 г.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3458. Тираж 400. Декабрь 1963 г.  
Техн. ред. Н.Н.Зрелова.



# ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

В.Ф. Вишнеvский, Ду Юань-цай, А.Ф. Лукьянцев, В.И. Мороз,  
А.В. Никитин, Г.Н. Тентюкова, Ю.А. Троян, Цзян Шао-цзюн,  
Чжан Вэнь-юй, Б.А. Шахбазян, Янь У-гуан



STAT

СХЕМА ОБРАБОТКИ ТРЕКОВ В ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ,  
СФОТОГРАФИРОВАННЫХ ДВУХОБЪЕКТИВНОЙ СТЕРЕОГОЛОВКОЙ

Дубна 1963



В.Ф. Вишнеvский, Ду Юань-цай, А.Ф. Лукьянцев, В.И. Мороз,  
А.В. Никитин, Г.Н. Тентюкова, Ю.А. Троян, Цзян Шао-цзюи,  
Чжан Вэнь-юй, Б.А. Шахбазян, Янь У-гуан



STAT

СХЕМА ОБРАБОТКИ ТРЕКОВ В ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ,  
ФОТОГРАФИРОВАННЫХ ДВУХОБЪЕКТИВНОЙ СТЕРЕОГОЛОВКОЙ

Дубна 1983

А н н о т а ц и я

Описанная в настоящей работе схема обработки треков отличается от изложенной в <sup>1,2/</sup> тем, что:

1/ используются устойчивые к  $y$ -смещению симметричные формулы вычисления пространственных координат;

2/ введена компенсация деформации пленки и ошибок оптической головки;

3/ предложена методика определения пространственных характеристик трека минимизацией функционала, построенного в плоскости левого и правого кадров. Указанная методика распространена на следы, проекции которых направлены вдоль базы;

4/ осуществлена выдача характеристик следов на перфокарты, и разработана система критериев для отбора правильных измерений;

5/ рассмотрена методика накопления библиотеки хороших измерений в памяти ЭСМ, с их последующим обходом по любой программе /или программам/ идентификации;

6/ использован метод усреднения при вычислении начальных параметров функционала идентификации  $V$ -события.

A b s t r a c t

A scheme for analyzing the tracks is described which is different from that of <sup>1,2/</sup>.

1) In our scheme use is made of the symmetrical formulae for calculating the spatial coordinates insensitive to the  $y$ -displacement.

2) Corrections for the film deformation and for the errors due to the optical misalignment are introduced.

3) A technique is suggested for determining the spatial characteristics of the track by minimizing the functional constructed of quantities taken in the plane of the left and right pictures. This technique is extended to the tracks whose projections are directed along the base.

4) The track characteristics are punched on cards. A system of criteria for selecting correct measurements is developed.

5) A technique for storing good measurements in the computer memory and their subsequent analysis by any program are considered.

6) The initial parameters of the functional of the  $V^0$  event identification are averaged.

В Лаборатории высоких энергий ОИЯИ имеется значительное количество снимков событий в пузырьковых камерах, сделанных при помощи двухобъективной стереоголовки. Методика обработки этих фотографий ранее была рассмотрена в работах <sup>/1,2,3,4/</sup>. Переход к измерениям следов на автомате <sup>/5/</sup> потребовал разработать такую программу обсчета, которая позволяет обрабатывать как следы, направленные вдоль оси  $y$  /проекция этих следов образуют с осью  $y$  угол от  $0^\circ$  до  $\approx 70^\circ$ /, так и следы, направленные вдоль оси  $x$  /проекция этих следов образуют с осью  $x_{\lambda, \rho}$  угол от  $0^\circ$  до  $\approx 20^\circ$ /.

Определение пространственного направления следа, проекции которого направлены вдоль оси  $x_{\lambda, \rho}$ , возможно лишь в том случае, если на нем измерены по крайней мере две соответствующие точки /включая первую/ и эта информация введена в счетную машину.

Таким образом, в ЭСМ вводятся следующие сведения, пробитые на перфоленте автомата:

- 1/ № события;
- 2/ № зоны /измерения/;
- 3/ число следов, измеренных в зоне, и их нумерация;
- 4/ указание о необходимости вычислять импульс определенных следов по их пробегу;
- 5/ координаты реперных крестов стереоголовки на левом и правом кадрах;
- 6/ координаты точек следов; если эти точки соответствующие, то пробивается специальный признак.

Введенные в машину координаты точек левого и правого кадров переводятся в систему реперных крестов, как это описано в <sup>/1/</sup>, и специальная программа проверяет гладкость измеренных точек отдельно на левом и правом кадрах. Точки, выпадающие из общего хода кривых, программа исключает.

По координатам крестов вычисляется деформация пленки. Путем анализа соответствующих точек следов на левом и правом снимках вычисляется величина  $y$ -смещения, которое возникает из-за некоторой деформации головки и неточной разметки реперных крестов. Определив величины, характеризующие деформацию пленки и величину  $y$ -смещения, машина вносит соответствующие поправки в координаты всех измеренных точек всех следов в зоне.

Теперь для следов, направленных вдоль оси  $y$ , способом, изложенным в <sup>/1/</sup>,

можно найти для каждой точки на левом кадре "соответствующую" ей на правом и таким образом перейти в пространство камеры. Нужно иметь в виду, что приведенные в /1/ несимметричные формулы для пространственных координат очень чувствительны даже к весьма малым  $u$  - смещениям, поэтому для восстановления пространственных координат, измеренных на левом и правом кадрах соответствующих точек, в программе использованы симметризованные выражения, получаемые ниже.

Обозначим через 
$$r_{\lambda i} = \sqrt{x_{\lambda i}^2 + y_{\lambda i}^2}$$

расстояние от точки пересечения оптической оси с плоскостью левого кадра до проекции  $i$ -той точки следа на левый кадр /см. рис. 1/;

$a = k r_{\lambda i} \psi(r_{\lambda i})$  - расстояние между точками пересечения нижней поверхности стекла камеры с оптической осью и линией проектирования точки  $i$  /  $k$  - константа

$\psi(0) = 1, \psi(r_{\lambda}) = \psi_{\lambda}$  /;  $\operatorname{tg} \theta = k r_{\lambda i} \psi_i(r_{\lambda i})$  - тангенс угла между линией проектирования  $i$ -той точки в рабочем объеме камеры и оптической осью /  $k_i$  - константа,  $\psi_i(0) = 1, \psi_i(r_{\lambda}) = \psi_{\lambda}$  /.

Коэффициенты  $k$  и  $k_i$ , функции  $\psi$  и  $\psi_i$  могут быть определены экспериментально или расчетом; нужно отметить, что  $\psi(r)$  и  $\psi_i(r)$  являются слабыми функциями только четных степеней  $r$ .

$X_i, Y_i, Z_i$  - пространственные координаты  $i$ -той точки.

Если оптические оси стереоголовки параллельны  $OZ$  и лежат в плоскости  $XOY$  и ось  $Z$  направлена вглубь камеры от стекла, получим:

$$\left. \begin{aligned} x_{\lambda} &= \frac{X - B_{\lambda}}{Z k_i \psi_{i\lambda} + k \psi_{\lambda}} \\ y_{\lambda} &= \frac{Y}{Z k_i \psi_{i\lambda} + k \psi_{\lambda}} \end{aligned} \right\} \quad /1/$$

$$\left. \begin{aligned} x_n &= \frac{X - B_n}{Z k_i \psi_{in} + k \psi_n} \\ y_n &= \frac{Y}{Z k_i \psi_{in} + k \psi_n} \end{aligned} \right\} \quad /2/$$

$B_{\lambda}$  и  $B_n$  - координаты точек пересечения оптических осей и оси  $X$  /. Так как  $u$  - параллакс мал, то почти вся информация о  $Z$  - координате заключена в  $X$  - параллаксе, что фактически сводит систему 4-х уравнений к 3-м,

х/у таких "соответствующих" точек  $u$  - смещение точно равно 0, по способу их получения.

из которых можно определить пространственные координаты следующим образом:

$$Z = \frac{B_n - B_\lambda - (x_\lambda k \psi_\lambda - x_n k \psi_n)}{x_\lambda k \psi_\lambda - x_n k \psi_n}, \quad /3/$$

$$X = \frac{1}{2} [x_n (Z k \psi_n + k \psi_n) + x_\lambda (Z k \psi_\lambda + k \psi_\lambda) + B_\lambda + B_n],$$

$$Y = \frac{1}{2} [y_n (Z k \psi_n + k \psi_n) + y_\lambda (Z k \psi_\lambda + k \psi_\lambda)].$$

Из этих формул очевидно, что замена  $y_n$  на  $y_n + d$ , где  $d$  есть остаточное  $y$ -смещение, приведет к очень малому изменению пространственных координат, значительно меньшему, чем допустимые ошибки.

Если рассматривать  $X, Y, Z$  в выражениях 1/ и 2/ как точки винтовой линии

$$X = \frac{1}{g} \sin(gj + \beta) - \frac{1}{g} \sin \beta + X_0,$$

$$Y = -\frac{1}{g} \cos(gj + \beta) + \frac{1}{g} \cos \beta + Y_0,$$

$$Z = (\lg d)j + Z_0, \quad |j \geq 0|,$$

заданной в параметрической форме /  $j$  - параметр/, где  $g$  - кривизна проекции на плоскость  $XOY$ ,  $\beta$  и  $\alpha$  - углы в первой точке,  $X_0, Y_0, Z_0$  - первая точка, то получим:

$$\left. \begin{aligned} x_\lambda &= x_\lambda(j, g, \beta, d, X_0, Y_0, Z_0) \\ y_\lambda &= y_\lambda(j, g, \beta, d, X_0, Y_0, Z_0) \end{aligned} \right\} \quad /4/$$

$$\left. \begin{aligned} x_n &= x_n(j, g, \beta, d, X_0, Y_0, Z_0) \\ y_n &= y_n(j, g, \beta, d, X_0, Y_0, Z_0) \end{aligned} \right\} \quad /5/$$

Обозначим через  $A$  /см. рис. 2/ функционал

$$\begin{aligned} A &= \sum_i \min_j [(x_{\lambda i} - x_\lambda)^2 + (y_{\lambda i} - y_\lambda)^2] + \\ &+ \sum_j \min_j [(x_{\lambda j} - x_n)^2 + (y_{\lambda j} - y_n)^2] + \\ &+ \sum_q \min_j [(x_{nq} - x_n)^2 + (x_{nq} - x_\lambda)^2 + (y_{nq} - y_n)^2 + (y_{nq} - y_\lambda)^2] \end{aligned}$$

Если взять такие значения  $g, \beta, d, X_0, Y_0, Z_0$ , которые обращают  $A$  в минимум, то эти значения определяют винтовую линию, наилучшим образом приближенную к следу частицы в однородном магнитном поле, направленном по оси  $Z$ , многократным рассеянием которой и ионизационными потерями можно пренебречь.

Начальные параметры для вычисления функционала

а/ Определение  $X_0$  нач.,  $Y_0$  нач.,  $Z_0$  нач.

За параметры начального приближения можно принять:  $X_0, Y_0, Z_0$ , определенные по формулам /3/ для первой точки следа /по этим же формулам можно определить  $X_q, Y_q, Z_q$  - для всех соответствующих точек/.

б/ Определение  $\alpha$  нач. и  $\beta$  нач.

Из выражений /4/ и /5/ можно найти для всех соответствующих точек на левом и правом кадрах:  $(\bar{i}a_l)$  и  $(\bar{i}a_n)$  - орты проекции на кадр вектора скорости текущей точки винтовой линии;  $(\bar{u}v_l)$  и  $(\bar{u}v_n)$  - кривизну проекций винтовой линии. Подобрав методом наименьших квадратов гладкую кривую /например, параболу/, наилучшим образом проходящую через все измеренные точки проекции следа на левом /соответственно - правом/ кадре, мы можем в каждой соответствующей точке /1, ..., q, .../ определить:  $(\bar{i}b_l)$  и  $(\bar{i}b_n)$  - орты проекции скорости частицы на левом и правом кадре, считая, что проекция скорости частицы направлена по касательной к определенной выше гладкой кривой;  $(\bar{u}b_l)$  и  $(\bar{u}b_n)$  - кривизну проекций трека, считая, что она равна кривизне гладкой кривой.

Приравнявая выражения  $(\bar{i}a_l)$  и  $(\bar{i}b_l)$ ,  $(\bar{i}a_n)$  и  $(\bar{i}b_n)$ , получим для каждой соответствующей точки два уравнения, из которых определяются;  $tg\alpha$ , и  $\beta$ , - в первой точке следа,  $tg\alpha_q$  и  $\beta_q$  - в  $q$ -той точке следа.

Для следов, проекции которых точно направлены вдоль  $X_{an}$ , выражение, определяющее  $\alpha$ , превращается в неопределенность типа  $\frac{0}{0}$ , однако, используя дополнительную информацию  $X_q, Y_q, Z_q$ , получим:

$$tg\alpha_q = \frac{2(Z_0 - Z_q) \sin \frac{q^2 \varphi}{2}}{g^2 \sqrt{(X_0 - X_q)^2 - (Y_0 - Y_q)^2}}$$

В качестве начальных значений берем

$$\alpha_{нач.} = \arctg(\bar{tg}\alpha),$$
$$\beta_{нач.} = \bar{\beta},$$

где под  $\bar{tg}\alpha$  и  $\bar{\beta}$  подразумевается усредненное значение по всем вычислениям с учетом веса.

в/ Определение  $g$  нач.

Для определения начального значения  $g$ , приравняем выражения  $(\bar{u}v_l)$  и  $(\bar{u}v_n)$ ,  $(\bar{u}b_l)$  и  $(\bar{u}b_n)$  во всех соответствующих точках /считая  $X_0, Y_0, Z_0, \alpha, \beta$  равными начальным значениям/. Каждое из полученных уравнений линей-

но относительно  $g_q$ , и за  $g_{нзн.}$  мы примем  $\bar{g}$ , усредненное по всем  $g_q$ .

Указанная методика определения параметров трека /и их ошибок/ через минимизацию  $A$  по  $g, a, \beta, X_0, Y_0, Z_0$  может быть с успехом применена и для следов, проекция которых направлены вдоль оси  $u_{A,l}$ . Очевидно, что в этом случае нет необходимости иметь на следе измерения дополнительных соответствующих точек.

#### Организация измерений на автоматах и полуавтоматах

При переводе измерений с микроскопов на полуавтоматы резко увеличивается объем информации, который должен быть обработан, а некоторое ухудшение точности измерения пространственных координат, вызванное тем, что на полуавтоматах производится измерение не соответствующих точек, требует более тщательного отбора правильно измеренных треков.

Событие, состоящее из  $n$  следов, может считаться измеренным правильно:

а/ если каждый из следов измерен не менее двух раз, а результаты отличаются не более чем на одну-две стандартные ошибки, или

б/ если каждый след измерен один раз, но удовлетворяет таким критериям, которые гарантируют, что второе измерение этого следа /удовлетворяющее этим же критериям/ будет с вероятностью  $w$  отличаться не более чем на одну-две ошибки от результатов первого измерения, где  $w$  достаточно близко к 1 /требования к  $w$  вытекают из условий физической задачи/. Следовательно, является необходимым после вычисления геометрической части программы, но еще до начала расчетов по каким-либо программам, дающим заключение о событии в целом, произвести проверку /сверку/ измерений следов, с тем, чтобы получить набор правильно измеренных следов хотя бы и из разных зон /измерений/.

Для исключения работы по переписыванию измерений и для значительного облегчения сверки измерений на счетной машине осуществлена выдача основных данных расчета геометрической программы следа на две перфокарты и задействована так называемая "программа сравнения" и программа "качество" отдельного измерения<sup>x/</sup>.

На 1-ой перфокарте пробиваются:

1. № пленки, № кадра; 2. № зоны; 3. № следа; 4. импульс  $P$ ;
5. Ошибка импульса  $(\Delta P_p)$ , угловая ошибка  $(\Delta \beta)^2$ ;
6. Ошибка импульса  $(\Delta P_p)$ , угловая ошибка  $(\Delta \alpha)^2$ ;

<sup>x/</sup> Последняя программа может задерживать выдачу перфокарт тех следов, измерения которых не удовлетворяют ее критериям.

- 7.  $\ell$  }
- 8.  $m$  } Направляющие косинусы;
- 9.  $n$  }
- 10.  $X$  }
- 11.  $Y$  } Координаты первой точки
- 12.  $Z$  }

На 2-ой перфокарте пробиваются:

- 1. № пленки, № кадра;
- 2. № зоны и длина следа  $L$  ;
- 3. № следа и величина  $\frac{\sigma g}{g}$  ;
- 4. }
- 5. } дополнительные характеристики следа ;
- 6. }
- 7. }
- 8. }
- 9. } дополнительные характеристики следа ;
- 10. }
- 11. }
- 12. Контрольная сумма двух перфокарт.

Полученные перфокарты обрабатываются по "программе чтения", которая, сравнив сумму отпечатанных на перфокарте величин с контрольной суммой, проверяет правильность работы перфоратора и выдает на печать данные, пробитые на перфокартах.

Отдельно машина указывает на те перфокарты, на которых она обнаружила сбой в пробивке; такие перфокарты вынимаются из массива и перепробиваются /опыт показывает, что таких перфокарт бывает не более 2% /.

По окончании проверки правильности пробивки перфокарт можно приступить к сравнению результатов измерения следов в "разных зонах" /так называемая "программа сравнения" /; для этого перфокарты вновь вводят в машину, и она для карт следов, у которых совпадают номера пленки-кадра и следа, вычисляет величины  $a_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).

$$a_1 = \frac{(P_1 - P_2)^2}{P_1^2 \left(\frac{\sigma g}{g}\right)^2 + P_2^2 \left(\frac{\sigma g}{g}\right)^2} ,$$
$$a_2 = \frac{L_1 + L_2}{L_1 + L_2 + c} \arccos \cos(\ell_1 \ell_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2) ;$$



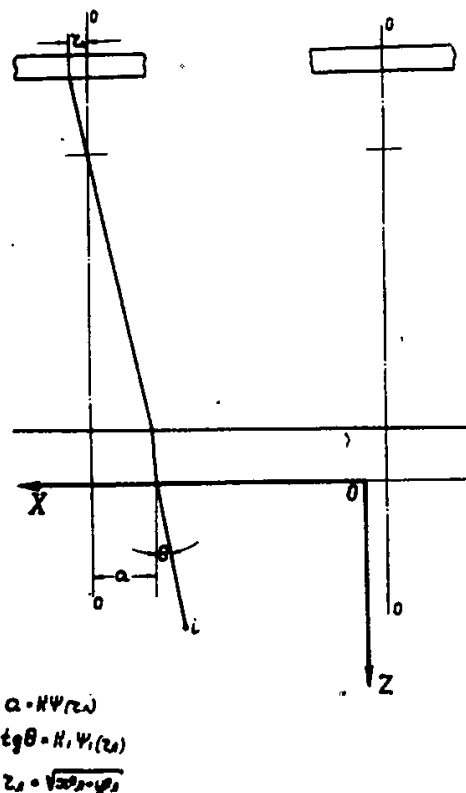
$$a_3 = \sqrt{(X_{01} - X_{02})^2 + (Y_{01} - Y_{02})^2 + (Z_{01} - Z_{02})^2}$$

$$a_4 = \left| \frac{P_1^2 \left(\frac{\sigma_2}{g}\right)_1}{P_2^2 \left(\frac{\sigma_2}{g}\right)_2} \right| \quad (a_4 > 1 \text{ х/})$$

Трек считается измеренным правильно в зонах 1 и 2, если для всех  $a_i$  выполнено условие

$$a_i < a'_i \quad i = 1, 2, 3, 4$$

где  $a'_i$  - заданные критерии; если хотя бы один из критериев не удовлетворяется, то необходимо выполнить еще одно измерение. В "программу сравнения" введена определенная логика, благодаря которой машина сама указывает, какие зоны в случае двух и трех измерений одного трека следует считать хорошими.



Р и с. 1. Расположение оптических осей и линии проектирования.

х/ Если отношение меньше 1, то меняются местами номера зон.

Программа работы с магнитной лентой

Настоящая программа предназначена для исключения основной массы ручной работы по разбору и сортировке выдачи счетной машины, по ведению архива измерений и учета измерений.

Для изучаемой группы событий, найденных при просмотре камерной пленки, вводим на магнитную ленту все номера событий /пленки-кадра/ и номера треков, подлежащих измерению в этих событиях /в группе событий должно быть не более 2000 треков/. Магнитная лента устанавливается на счетной машине во всех случаях обработки /обсчета/ перфолент с измерительных автоматов или полуавтоматов, относящихся к событиям указанной группы. Перфолента обчисляется по геометрической программе, и результаты расчета заносятся на магнитную ленту в объеме перфокарт следов и некоторых величин из программы контроля, после чего сразу начинает работать программа "качество отдельного измерения", отмечающая плохие измерения по величине среднего разброса точек около подобранного следа, по величине ошибки стрелы прогиба следа и т.д. Если какое-либо измерение трека не удовлетворяет критериям, заложенным в программу "качество отдельного измерения", то это измерение не используется в дальнейшем ни в программе усреднения, ни в программах идентификации. /Предусмотрена блокировка против повторного обсчета и записи на магнитную ленту обработанных ранее зон, и проверка правильности записи каждого из следов по контрольным суммам/. После этого начинает работать программа "сравнения" <sup>х/</sup>, результаты работы ее в виде цифрового материала и заключения "хорошее измерение" или "измерения следа в данных зонах не совпадают" для каждого из треков заносятся на магнитную ленту. При этом проводится сравнение и тех измерений следов, которые были отмечены как плохие программой "качество отдельного измерения", что даст возможность проверять качество ее работы, необходимость иметь два или более измерений одного трека.

Следующая программа /так называемая программа "архивариус"/ работает по вызову, то есть если ее номер набирается с пульта счетной машины, она просматривает записи на магнитной ленте и выдает на печать следующие сведения:

а/ какие следы правильно измерены;

---

х/ Если работа ее необходима.

б/ сколько измерений и каких следов в каких зонах не совпадают;

в/ какие следы и сколько раз еще необходимо измерить,

По вызову с пульта может работать и программа "выдачи сведений", которая выдает на печать числа, стоящие на указанных в запросе местах "перфокарт" следов, программы сравнения или контроля; при этом выдача ведется отдельно для групп "хорошее измерение" и "измерения следа в данных зонах не совпадают".

Если в результате трех измерений /не считая отмеченных как плохие программой "качество отдельного измерения"/ программа сравнения не дает заключения "хорошее измерение" ни для одного из них, то все имеющиеся материалы этих трех измерения /вместе с соответствующим указанием/ выдаются программой "архивариусом" на печать для анализа их физикам.

Программой работы с магнитной лентой предусматривается возможность:

- 1/ из указанных трех измерений оставить одно или два и их вновь ввести на магнитную ленту;
- 2/ заменить в любом измерении любого следа любое число или числа по желанию экспериментатора;
- 3/ заключения по указанию экспериментатора относительно любого измерения следа, что оно является "хорошим измерением";
- 4/ направления экспериментатором материала, определенного события /из указанных им зон для каждого из следов/ на обсчет по идентификационным программам;
- 5/ выдачи на перфоратор и /или/ печать данных "хороших измерений" материалов программы сравнения.

После комплектации группы событий правильно измеренными следами /по вызову с пульта/ включается программа "усреднения", которая, анализируя хорошие измерения, проводит их усреднение, сопоставляя каждому следу только одно усредненное измерение. Имеющиеся на магнитной ленте правильно измеренные события автоматически /или по вызову с пульта/ направляются на обсчет по одной или нескольким идентификационным программам:

- идентификация  $V$  - события,
- идентификация  $V_p$  - рассеяния,
- расчет эффективной массы,
- выделение канала заданной реакции и т.д.

#### Программы идентификации события

Таким образом после окончания работы с программами "чтения", "сравнения" и "усреднения" каждому следу события сопоставляются две перфокарточки, на

которые выведены основные данные, характеризующие правильно измеренный трек события /кроме карточек следов на каждое событие имеется карточка управления/.

Теперь можно, введя в машину "усредненные" перфокарты, приступить к обсчету события в целом, который начинается для "вилочных" программ с уточнения координат звезды, вершины вилки и первых точек следов. В качестве уточненной вершины вилки /звезды/ берется точка скрещивания следов, взятых с весами, соответствующими их точностям измерения, а уточненная первая точка следа - как проекция первой точки на винтовую линию, приближающую след /указанная программа составлена А. Лукьянцевым/.

Если требуется идентификация вилки, как  $\Lambda^0$  или  $K^0$  события, то автоматически после программы А. Лукьянцева включаются программа расчета вилок и программа идентификации  $V$  - события. Используемая в данном случае программа идентификации  $V$  - события отличается от ранее использовавшейся программы /2/ тем, что для устранения возможности попадания в ложный минимум в процессе итераций, введено усредненное определение начальной точки /нулевая итерация/, что устранило имевшуюся ранее неоднозначность в определении  $\chi^2$  и, следовательно, облегчило идентификацию.

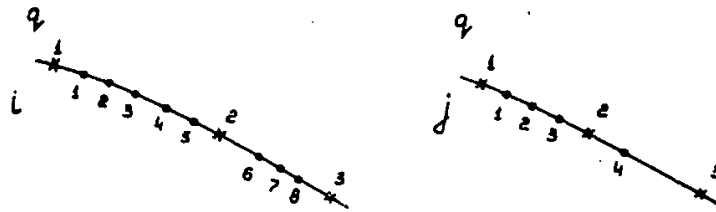
Результаты расчета по программе идентификации выдаются на печать, а некоторые данные, характеризующие "вилку", выводятся и на перфокарточку в следующем порядке:

1. № пленки и № кадра;
2. № зоны /если он есть/;
3. № следа входящего в звезду, относительно которой рассматривается вилка, и первый след вилки. Гипотеза идентификации /  $\Lambda$  ,  $K^0$  или  $Y$  /.

Номер набора констант ( $\overline{\Delta X}$  ,  $\overline{\Delta y}$  ,  $\overline{\Delta Z}$

4. }  
5. } подобранный импульс и его ошибки  
6. }
7.  $\ell$  }  
8.  $m$  } направляющие косинусы  
9.  $n$  } нейтрального следа  $V$  - события
10. }  
11. } координаты звезды откуда вылетела  $V$   
12. } частица, пролетная длина,  $\chi^2$  для  
сделанной гипотезы.

На второй перфокарточке печатается контрольная сумма.



Левый кадр.

Правый кадр.

Р и с. 2. Размещение измеренных точек на левой и правой проекциях трека.

- $x$  - соответствующие точки,  $q$  - их номера,  
 $i$  - номера точек на левом кадре,  
 $j$  - номера точек на правом кадре.

В составлении программ принимали участие Л.И. Лепилова, Шень Чун-хуа, О.В. Благонравова, Н.С. Новикова, В.Ф. Хлапонина, Р. Агапова, И.В. Попова, которым авторы выражают свою глубокую благодарность.

#### Л и т е р а т у р а

1. Е.Н. Кладницкая. Препринт ОИЯИ № 786, 1961.
2. Т. Хофмоэль. Препринт ОИЯИ № 786, 1961.
3. В.И. Векслер и др. Отчет ЛВЭ ОИЯИ Б2-1133, 1961.
4. Н.Н. Говорун, Е.П. Жидков, Л.И. Лепилова, Г.И. Макаренко, Г.Н. Тентюкова. Препринт ОИЯИ, № 1102, 1962.
5. Ю.А. Каржавин, И.В. Чувило и др. ПТЭ, 1963, № 5, 54.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 ноября 1963 г.

Вишневский В.Ф., Ду Юань-цай, Лукьянцев А.Ф., Мороз В.И.,  
Никитин А.В., Тентюкова Г.Н., Троян Ю.А., Цзян Шао-цзюн,  
Чжан Вэнь-юй, Шахбазян Б.А., Янь У-гуан.

Схема обработки треков в пузырьковой камере, сфотографи-  
рованных двухобъективной стереоголовкой.

**Препринт Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна. 1963 . .**

Vishnevsky V.F., Du Yuan-cai, Luk'yantsev A.F., Moroz V.I.,  
Nikitin A.V., Tentyukova G.N., Trojan Yu.A., Chiang Shao-  
chun, Chang W.Y., Shahbazian B.A., Yen Wu-kuang.

A Scheme for Analyzing the Tracks Taken with Two  
Cameras in a Bubble Chamber.

**Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.  
Dubna 1963**

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3461. - - - Тираж 320. Январь, 1964 г.  
Техн. редактор Зрелова Н.Н.



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

A.F.Dunaitsev, V.I.Petrukhin, Yu.D.Prokoshkin



STAT

MEASUREMENT OF STOPPED  $\pi^-$  MESON ABSORPTION  
PROBABILITY BY BOUND HYDROGEN NUCLEI

Дубна 1963



Дунайцев А.Ф., Петрухин В.И., Прокошкин Ю.Д.

Измерение вероятности поглощения остановившихся  $\pi^-$ -мезонов ядрами связанного водорода.

Вероятность захвата остановившихся  $\pi^-$ -мезонов ядрами водорода в полиэтилене ( $CH_2$ ) измерена относительным методом, свободным от влияния систематических погрешностей, присущих ранее проводившимся опытам.

Работа издается только на английском языке.

**Препринт Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна, 1963 .**

STAT

Dunaitsev A.F., Petrukhin V.I., Prokoshkin Yu.D.

Measurements of Stopped  $\pi^-$  Meson Absorption  
Probability by Bound Hydrogen Nuclei

The probability of stopped  $\pi^-$ -meson capture by hydrogen nuclei in polythene ( $CH_2$ ) has been measured by the relative method free of systematic errors characteristic of the earlier experiments.

**Preprint, Joint Institute for Nuclear Research.**

A.F.Dunaitsev, V.I.Petrukhin, Yu.D.Prokoshkin



STAT

MEASUREMENT OF STOPPED  $\pi^-$  MESON ABSORPTION  
PROBABILITY BY BOUND HYDROGEN NUCLEI

Направлено в *Nuovo Cimento*

Дубна 1963

### Introduction

The investigation of stopped pion absorption in various hydrogenous substances<sup>/1,2/</sup> has shown that in this case the following processes occur:



which are analogous to those observed earlier for free hydrogen, but their probability  $W$  turned out to be essentially suppressed (for instance, for polythene  $CH_2$  by two orders). A sharp dependence of the probability  $W$  upon the charge  $Z$  of the nucleus of the atom chemically bound with the hydrogen atom (approximately as  $Z^{-3}$ ) was the most interesting feature of the phenomenon found out. Thus, when passing from  $LiH$  to  $CH$  the probability  $W$  is reduced 8 times, while  $Z$  changes only 2 times. The data available for  $Z$ -dependence of the value  $W$  were obtained in the first investigation by the relative method<sup>/2/</sup> by measuring the counting rates of  $\gamma$ -quanta pairs from the decay of  $\pi^0$  mesons emitted from various targets of equal stopping power and in the conditions of the same experiment geometry, which eliminated a possibility of appearing essential systematic errors. Then the data were confirmed in other experiments<sup>/3/</sup>.

The measurements of the absolute value of the probability  $W$  were carried out in the first experiments by methods which were not free of systematic errors in the determination of the number of negative pion stops in the target and the efficiency of  $\gamma$ -quanta detection. They provided different results for  $W_{CH_2}$ :  $4.4 \cdot 10^{-3}$ <sup>/2/</sup>,  $8.4 \cdot 10^{-3}$ <sup>/4/ x</sup>,  $5.7 \cdot 10^{-3}$ <sup>/5/ x</sup>. Even larger value of  $W_{CH_2}$  has been obtained in the experiments performed recently at CERN<sup>/3/</sup>. In order to refine the results of the first experiments we performed measurements of the value  $W_{CH_2}$  by the relative method free of the influence of systematic errors characteristic of the experiments made earlier.

### Experimental Procedure

For detecting  $\gamma$ -quanta pairs use was made of a device containing Čerenkov total absorption spectrometers<sup>/1/</sup>. The value  $W_{CH_2}$  was found earlier by comparing the counting rates of  $\gamma$ -quanta pairs formed when negative pion stopped

---

x) The above probability has been obtained from the probability  $W_{CH}$  found in the experiment and the known ratio  $W_{CH} / W_{CH_2}$  (see Table 3 of the present paper).

in liquid hydrogen and polythene targets<sup>1,2</sup> A correction taking into account the difference in the number of negative pion stops in these targets and various target dimensions was introduced into the obtained ratio of counting rates. The measured probability  $W$  is related to the  $\gamma$ -quanta coincidence counting rate by

$$W = \frac{N_{\gamma\gamma}^*}{N_{\pi}} \Omega \epsilon f k s g \quad (2)$$

where  $N_{\gamma\gamma}^*$  is the number of  $\gamma\gamma$  coincidences detected when negative pions stopped in the target,  $N_{\pi}$  is the number of negative pions detected by monitor counters placed in front of the target,  $\Omega$  and  $\epsilon$  is the solid angle and the efficiency of  $\gamma$ -quanta detection with spectrometers,  $f k s$  is a fraction of negative pions stopped in the target,  $f$  is the factor taking into account the dependence of the number of  $\pi^-$  meson stops upon the target form,  $k$  - stopping power of the target determined as an integral of  $\pi^-$  meson range distribution  $n(R)$  over the thickness of the target,  $s$  and  $g$  take into account  $\pi^-$  meson scattering and  $\gamma$ -quanta absorption in the target. Since the target densities differed by an order of a magnitude (liquid hydrogen density is only  $0.07 \text{ gr/cm}^3$ ), the above correction was large, and this was fraught with large systematic errors.

In order to avoid these errors in the present investigations polythene targets were employed whose density was as small as that of liquid hydrogen. When measuring  $W_{CH_2}$  liquid hydrogen and "light" polythene was placed alternatively into one and the same vessel placed between spectrometers. Thus, the comparison of  $\gamma$ -quantum yields was performed in conditions of the same geometry and with the similar number of negative pion stops in the targets. In this case relation (2) is considerably simplified:

$$W_{CH_2} = \frac{(N_{\gamma\gamma}^*)_{CH_2}}{(N_{\gamma\gamma}^*)_{H_2}} \frac{k_{H_2}}{k_{CH_2}} \frac{s_{H_2}}{s_{CH_2}} \frac{g_{H_2}}{g_{CH_2}} \quad (3)$$

and includes, besides a directly measured  $\gamma$ -quanta counting rate ratio, the factors which only slightly differ from unity and are determined accurately enough. So, the difference of the values  $g_{H_2} / g_{CH_2}$  and  $s_{H_2} / s_{CH_2}$  from unity in the described experiments was not larger than 2%.

Since the polythene targets had small density,  $\gamma$ -quanta coincidence counting rate was comparatively small. In performing the experiment it was necessary to ultimately reduce the detected background. With this aim for registering

$\gamma$ -quanta coincidences use was made of a nanosecond circuit on tunnel diodes with a time resolution curve having sharp slopes<sup>6/</sup>. In the chosen regime of operation the coincidence counting rate was reduced 50,000 times on removing a liquid hydrogen target. When an empty glass vessel was put into a negative pion beam the detected  $\gamma\gamma$  coincidence counting rate (from the negative pion charge exchange in flight) was 5,000 times smaller than in the case of liquid hydrogen.

#### Pion Beam Targets

The accuracy of determination of the value  $k_{CH_2}/k_{H_2}$  depends upon the structure of negative pion beam—the higher the accuracy, the smaller the beam range spread. In order to reduce this spread the negative pion beam was formed by means of lead diaphragms placed at the exit of the accelerator chamber. The negative pion range distribution  $n(R)$  measured with a telescope of scintillation counters the last of which was switched in anticoincidence, is shown in Fig. 1 (along with the negative pions, as is seen from Fig. 1, the beam has also  $\mu^-$ -meson admixture which was not essential in our experiments). The obtained distribution coincides with the distribution  $n(R)$  found in the experiments where the dependence of  $\gamma\gamma$ -coincidence counting rate upon the thickness  $R$  of the filter slowing down negative pions was measured with a thin lithium hydride plate used as a target. (Fig. 1).

In measuring  $W_{CH_2}$  polythene targets of various density were employed. In order to prepare targets use was made of small thinwalled polythene cylinders fastened on  $0.01 \text{ gr/cm}^3$  styrofoam rods. The relative stopping power of the targets  $q = k_{CH_2}/k_{H_2}$  was varied from 0.5 to 2. In the most unfavourable case ( $q = 2$ ) the error in  $W_{CH_2}$  caused by the inaccuracy in the determination of the range curve  $n(R)$  was as small as 3%. The accuracy of determination of  $q$  was 4%.

Substances used as target material, according to certified data, did not contain noticeable contamination. For additional checking of their purity test experiments were carried out in which the values of  $W'$  for targets made by pressing polythene of small density and styrofoam ( $CH$ ) were compared directly with the value  $W_{CH_2}$  for a target of polythene the chemical composition of which was exactly known. All the targets had similar stopping power, their sizes practically coincided. The obtained results,  $W'_{CH_2}/W_{CH_2} = 1.02 \pm 0.06$  and  $W'_{CH}/W_{CH} = 1.2 \pm 0.2$ , show that materials used for making targets of small density were of sufficient purity.

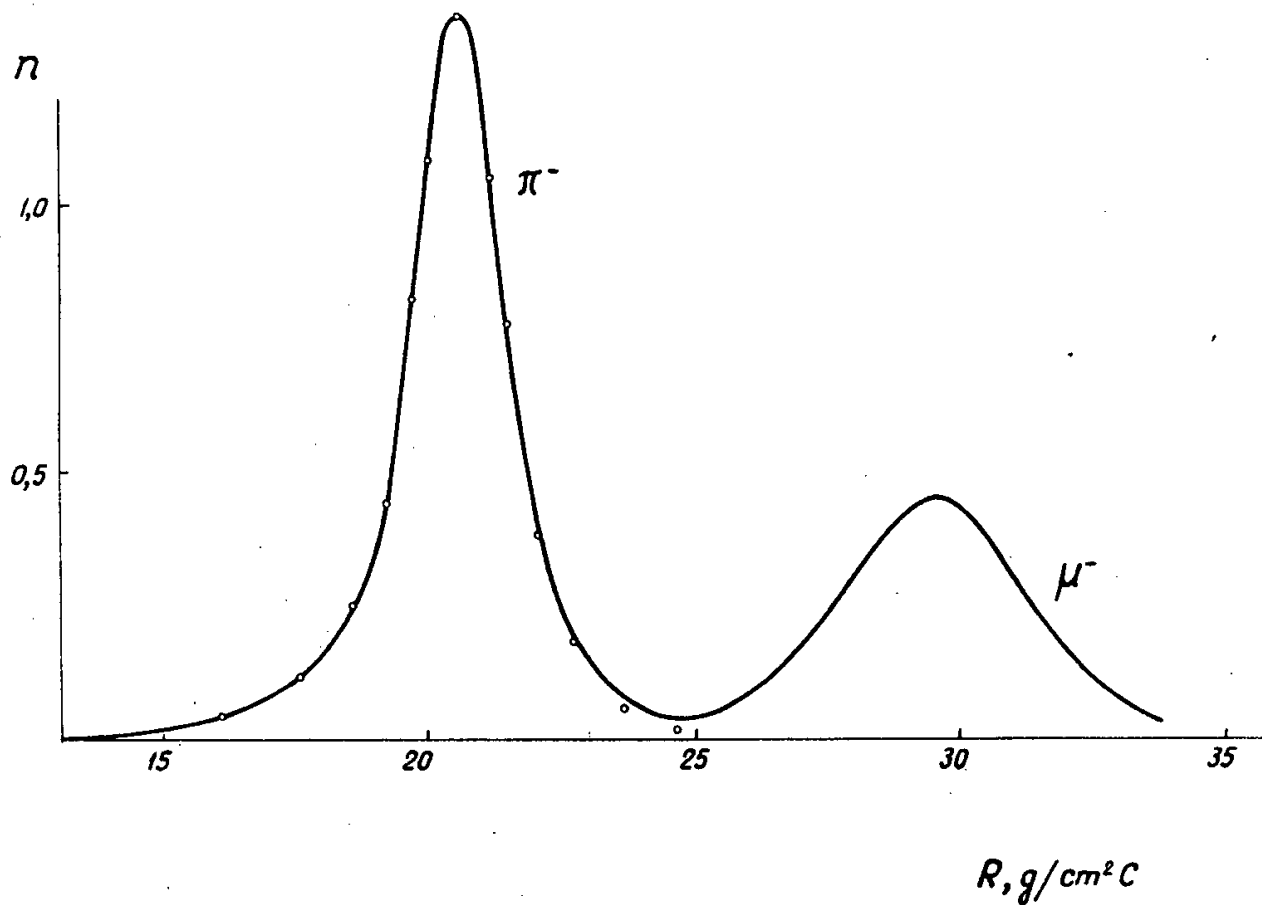


Fig.1. Meson range distribution. Curve - the dependence  $n(R)$  measured with a telescope. o-  $\pi^-$  meson stops in a thin lithium hydride target.

Determination of  $W_{CH_2}$  by the Relative Method

In order to determine the values of  $N_{\gamma\gamma}^*$  the  $\gamma\gamma$  coincidence counting rates  $N_{\gamma\gamma}$  were measured with various thickness of  $R$  of the filter slowing down negative pions ( Fig. 2). Some experiments were repeated at sharply reduced negative pion beam intensity, which allowed to be convinced in the absence of nonlinear instrumental effects. The values of  $N_{\gamma\gamma}^*$  were found by taking into account a small contribution from negative pion charge exchange in flight <sup>/2/</sup>. The obtained dependences  $N_{\gamma\gamma}^*(R)$  are shown in Fig. 3. The comparison of these dependences with the curves calculated basing on the measured pion range distribution and on the distribution of pion stop points in the target <sup>/2/</sup> makes it possible to additionally check the validity of the determination of the factor  $q = k_{CH_2} / k_{H_2}$  in formula (3). With increasing the density of the polythene target the maximum of the curve  $N_{\gamma\gamma}^*(R)$  is shifted to smaller values of  $R$ , and the curve width  $\delta$  is increased. As is seen from Table 1, the measured and calculated widths  $\delta$  and the maximum shifts  $\Delta R_{max}$  are well consistent.

Table 1

Target	q	$\Delta R_{max}, \text{gr/cm}^2\text{C}$		$\delta, \text{gr/cm}^2\text{C}$	
		Experim.	Calculated	Experim.	Calculated
Polythene	1.80	-0.43 ± 0.08	-0.46 ± 0.05	3.1 ± 0.3	3.2 ± 0.1
Polythene	1.40	-0.26 ± 0.08	-0.22 ± 0.05	2.8 ± 0.3	2.7 ± 0.1
Polythene	1.15	-0.30 ± 0.10	-0.08 ± 0.05	2.7 ± 0.3	2.5 ± 0.1
Hydrogen	1	0	0	2.5 ± 0.2	2.3 ± 0.1
Polythene	0.96	-0.01 ± 0.08	+0.02 ± 0.05	2.5 ± 0.2	2.3 ± 0.1
Polythene	0.62	+0.20 ± 0.10	+0.18 ± 0.05	2.1 ± 0.2	2.1 ± 0.1
Styrofoam	0.07	+0.25 ± 0.15	+0.35 ± 0.05	-	2.0 ± 0.1

In determining the values  $q$  and  $N_{\gamma\gamma}^*$  from the measured values a small con-

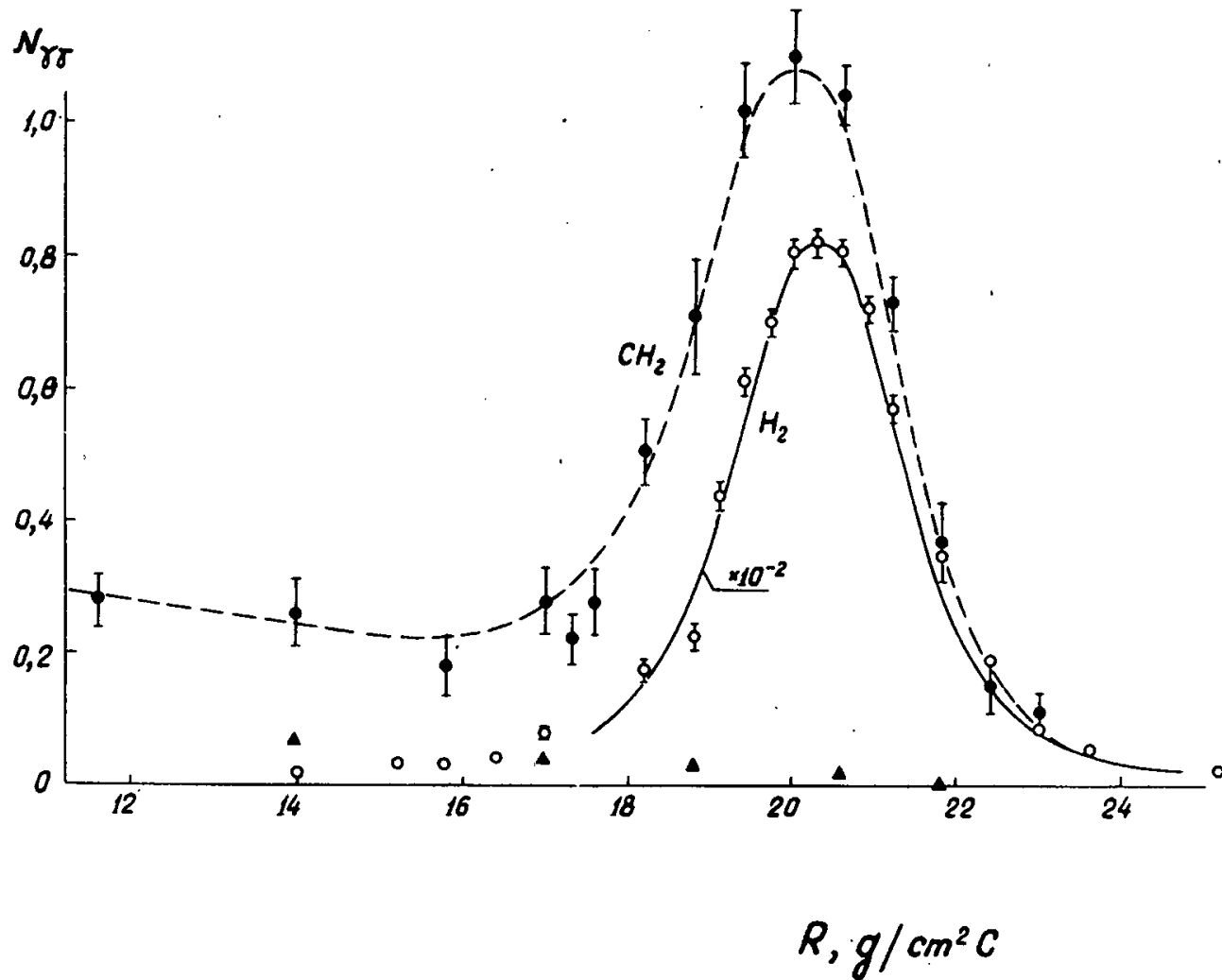


Fig.2.  $\gamma\gamma$  - coincidence counting rate  $N_{\gamma\gamma}$  with various thicknesses  $R$  of a filter slowing  $\pi^-$  mesons down.  
○ - a liquid hydrogen target ( scale: 1:100).  
● - a polythene target with  $\alpha = 1.15$ ,  
▲ - an empty vessel. Curves - the calculated dependences  $N_{\gamma\gamma} ( R )$ .



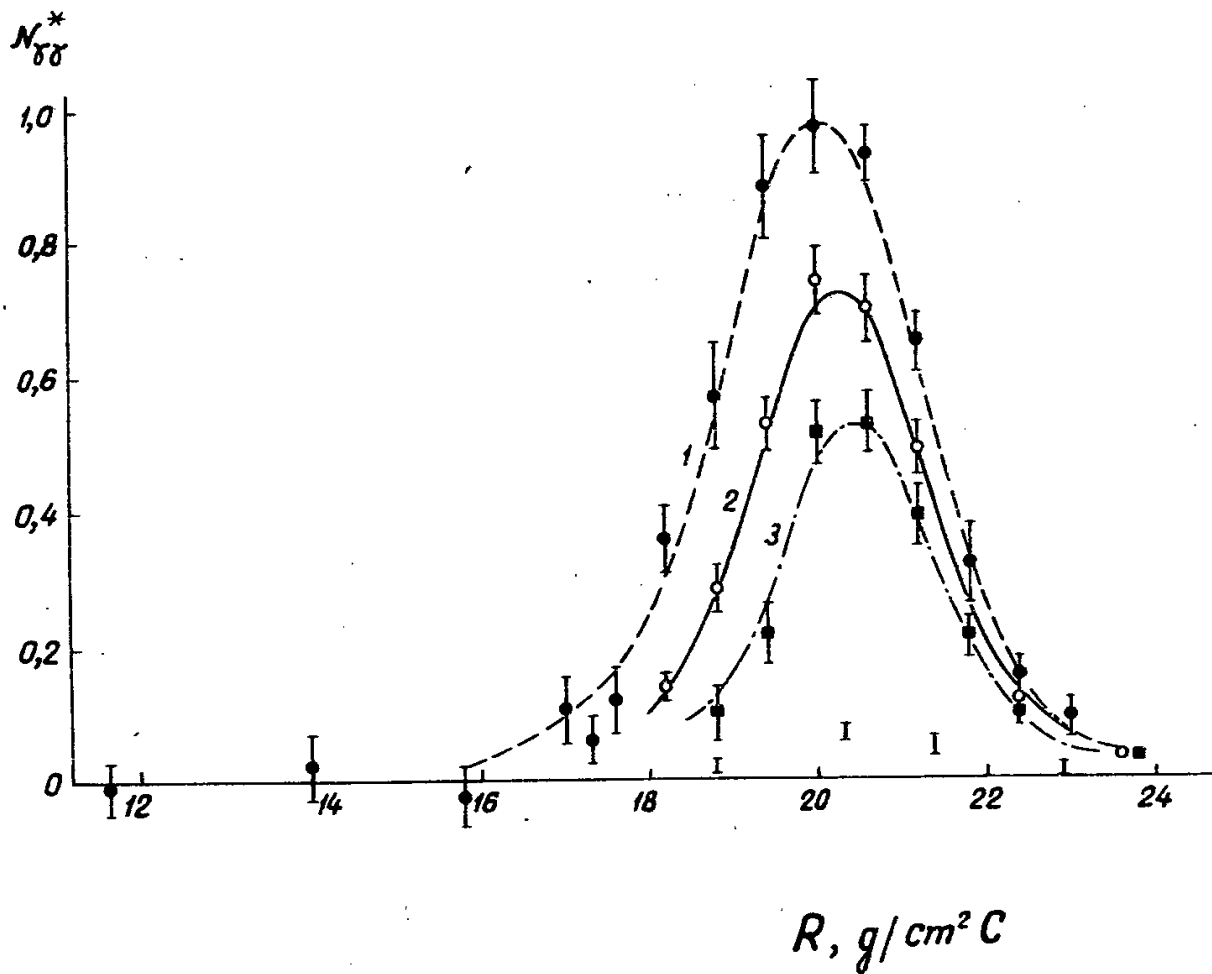


Fig.3. Gamma-quanta yield from negative pion stops in polythene targets with  $\varphi = 1.15$  ( $\bullet$ ),  $0.96$  ( $\circ$ ) and  $0.62$  ( $\blacksquare$ ). Curves 1-3 - the calculated dependences  $N_{\gamma\gamma}^* (R)$ , I - a styrofoam target,  $\varphi = 0.07$ .

tribution due to styrofoam rods was subtracted. The corresponding correction to  $W_{CH_2}$  was from 1.5 to 5%.  $W_{CH_2}$  found with various values of  $q$  turned out to be equal to each other (Fig. 4). The probability of negative pion absorption by hydrogen nuclei bound in polythene was found to be

$$W_{CH_2} = (9.6 \pm 0.9) 10^{-3}.$$

Side by side with the determination of  $W_{CH_2}$  by the relative method the measurements of  $W_{CH_2}$  were carried out which were analogous to the earlier ones<sup>/2/</sup>. In this case the ratios of the yields of  $\gamma$ -quanta from liquid hydrogen and "normal" polythene targets were compared. With the account of the measured target formfactors  $f$  and other factors entering into formula (2), the value  $W_{CH_2}$  was obtained to be

$$W_{CH_2} = (9.2 \pm 1.3) 10^{-3}.$$

The last value is two times larger than the value of  $W_{CH_2}$  obtained earlier by the same method<sup>/2/</sup>. The reason for this was an arithmetic error made in calculating the ratio of the number of  $\pi^-$  meson stops in liquid hydrogen and polythene targets. The use of the correct  $\pi^-$  meson range curves changes the earlier obtained results by  $W_{CH_2} = (7.7 \pm 1.3) 10^{-3}$ , which is in agreement with the data of the present paper.

Simultaneously with the measurements of  $W_{CH_2}$  the relative measurements of the probability  $W$  for lithium hydride (LiH), styrole (CH) and water were performed. The values  $W_{LiH} / W_{CH_2}$  and  $W_{CH} / W_{CH_2}$  coincided with those found earlier<sup>/2/</sup>, the value  $W$  for water turned out to be somewhat larger

$$W_{H_2O} / W_{CH_2} = 0.25 \pm 0.04.$$

#### Measurements with a $\gamma$ - Telescope

Along with the above-described measurements the experiments have been performed in which the value  $W$  was determined on the basis of measurements of the  $\gamma$ -quantum flux from the target by means of a  $\gamma$ -telescope with a known efficiency.  $\gamma$ -quanta produced in the lithium hydride target when negative pions stopped in it were collimated with a lead diaphragm and hit the lead convertor. Electron-positron pairs produced in the convertor were detected with a scintillation counter and a Cerenkov spectrometer placed behind the convertor and connected to a fast coincidence circuit together with counters registering

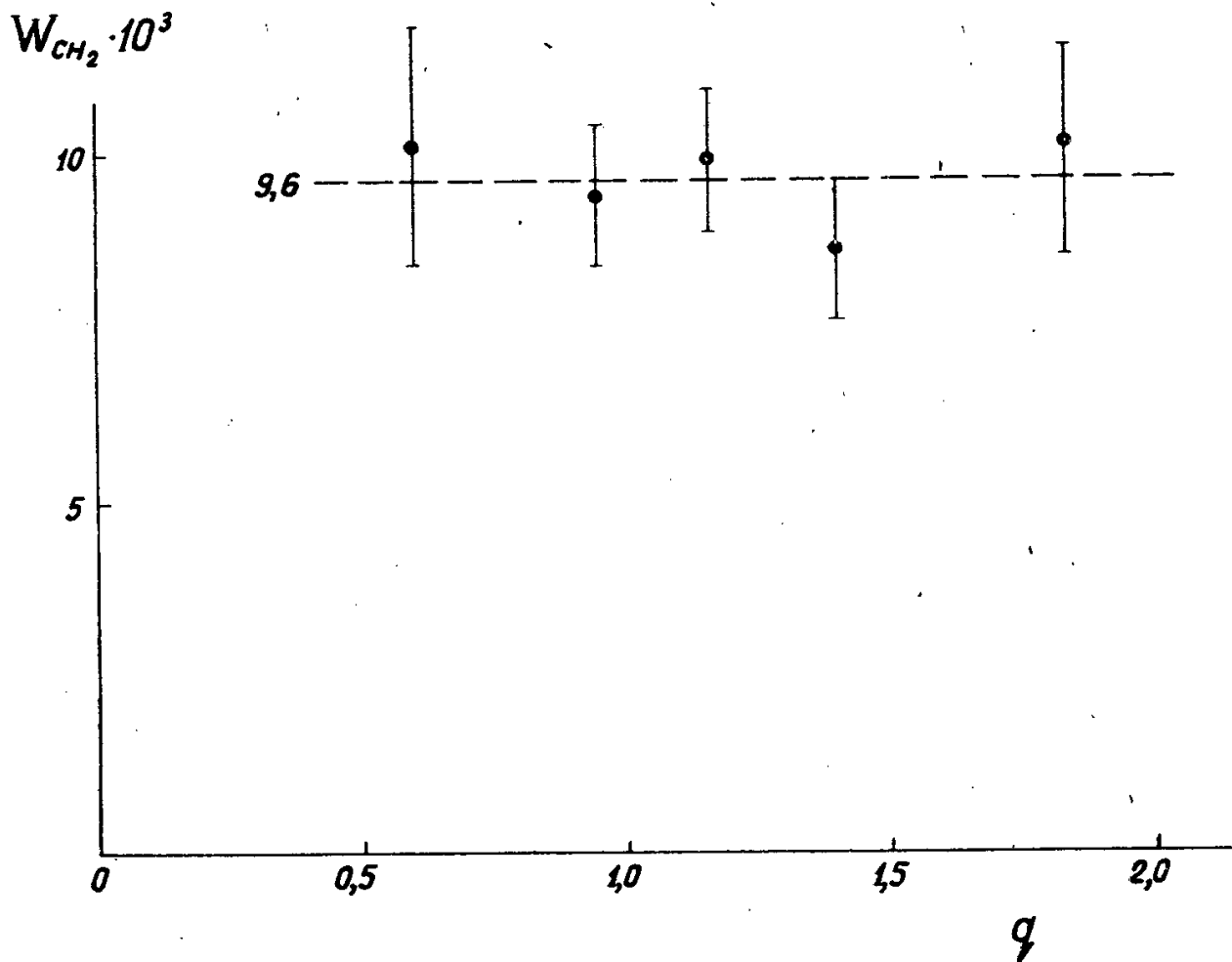


Fig.4. The values  $W_{CH_2}$  found with various values of  $q$ .

negative pion stops. In order to reduce the background between the convertor and the diaphragm an anticoincidence scintillation counter was placed. The adjustment of the  $\gamma$ -telescope and test measurements were made with a liquid hydrogen target. On removing the target from the beam the  $\gamma$ -telescope counting rate was reduced 500 times; "convertor in / convertor out" ratio was 15-20. The measurements were carried out with convertors 3 and 5 mm thick.

The  $\gamma$ -telescope efficiency  $\epsilon$  was determined basing on the experiments performed with a monoenergetic electrons. For  $d = 3$  mm it turned out to be  $0.24 \pm 0.01$ . The  $\gamma$ -telescope efficiency ratios found experimentally for convertor thicknesses  $d=3$  and 5 mm proved to be the same in the case of lithium hydride and liquid hydrogen targets and were as follows:

$$\left. \frac{\epsilon(d=5\text{mm})}{\epsilon(d=3\text{mm})} \right\}_{\text{experim.}} = 1.35 \pm 0.05,$$

which coincides with the calculated ratio

$$\left. \frac{\epsilon(d=5\text{mm})}{\epsilon(d=3\text{mm})} \right\}_{\text{calcul.}} = 1.33 \pm 0.02.$$

The number of  $\pi^-$  meson stops in the target was determined by the same method as in measuring the range curve ( see above).

Test experiments confirmed the validity of the determination of the apparatus efficiency and the absence of noticeable systematic errors: the measured value

$W_{H_2}$  turned out to be

$$W_{H_2} = 1.07 \pm 0.14.$$

The value  $W_{LiH}$  was determined by the subtraction method basing on the measurements of  $\gamma$ -quanta yields from targets made of lithium hydride and lithium. It was found to be  $(3.0 \pm 0.4) \cdot 10^{-2}$ . For the targets employed  $W_{CH_2} / W_{LiH} = 0.35 \pm 0.02$ , hence

$$W_{CH_2} = (10.4 \pm 1.5) \cdot 10^{-3},$$

which is in good agreement with the value  $W_{CH_2}$  obtained by the relative method.

#### Discussion

The value obtained in the present experiment by various methods for the probability

$$W_{CH_2} = (9.6 \pm 0.8) \cdot 10^{-3}$$

differs one and a half time from that obtained at CERN<sup>/3/</sup> (see Table 2). The reason for this discrepancy is, probably, the overestimation of the accuracy of the efficiency determination<sup>/3/</sup> which was obtained by calculations.

Table 2

Paper	$W_{CH_2}, 10^{-3}$
Nuovo Cimento <u>28</u> , 99, 1963	$(4.4 \pm 0.4) \rightarrow 7.7 \pm 1.3^x)$
Phys. Letters <u>2</u> , 23, 1962	$8.4^{xx)}$
Phys. Rev. Lett. <u>9</u> , 400, 1962	$5.7^{xx)}$
Phys. Lett. <u>5</u> , 67, 1963	$13.9 \pm 1.5$
The present paper:	
a) measurements by the relative method	$9.6 \pm 0.9$
b) measurements by the method <sup>/2/</sup>	$9.2 \pm 1.3$
c) measurements with a $\gamma$ -telescope	$10.4 \pm 1.5$

x) A corrected value (see above).

xx) See a footnote on page 1.

The probability  $W$  ratios for various substances obtained earlier<sup>/2/</sup>, in the present paper and in the experiments at CERN<sup>/3/</sup> are in good agreement (Table 3).

Table 3

Target	LiH	CH <sub>2</sub>	CH	H <sub>2</sub> O	C <sub>4</sub> O <sub>2</sub> H <sub>8</sub>
JINR <sup>x)</sup> $W, 10^{-3}$	$25 \pm 3$ $29 \pm 4^{xx)}$	$9.6 \pm 0.8$	$3.8 \pm 0.5$	$2.4 \pm 0.4$	$3.0 \pm 0.4$
JINR <sup>/2/</sup> $W, \text{rel. units}$	$2.6 \pm 0.2$ $3.1 \pm 0.3^{xx)}$	1	$0.39 \pm 0.04$	$0.25 \pm 0.04^x)$	$0.31 \pm 0.04$
CERN <sup>/3/</sup> - "-	$2.8 \pm 0.3$ -	1	$0.39 \pm 0.05$	-	-

x) Data of the present paper.

xx) With the account of a small admixture of absorbed water.

R e f e r e n c e s

1. A.F.Dunaitsev, V.I.Petrukhin, Yu.D.Prokoshkin, V.I.Rykalin. JETP, 42, 1680, 1962.
2. V.I.Petrukhin, Yu.D.Prokoshkin. Nuovo Cim., 28, 99, 1963;  
Preprint P-1081, Dubna, 1962.
3. M.Chabre, P.Depommier, J.Heintze, V.Soergel. Phys. Letters, 5, 67, 1963.
4. P.Depommier, J.Heintze, A.Mukhin, C.Rubbia, V.Soergel, K.Winter. Phys. Rev  
Lett., 2, 23, 1962.
5. R.Bacastow, T.Elioff, R.Larsen, C.Wiegand, T.Ypsilantis. Phys. Rev. Lett.,  
9, 400, 1962.
6. A.F.Dunaitsev, PTE ( to be published); Preprint P-1437, Dubna, 1963.

Received by Publishing Department  
on November 22, 1963.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3451. Тираж 300. Декабрь 1963 г.  
Перевод Н.И.Надеждиной.



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

---

В.А. Никитин



STAT

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ  
ОПЫТА ПО *p-p* УПРУГОМУ РАССЕЙНИЮ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВНУТРЕННЕЙ МИШЕНИ  
СИНХРОФАЗОТРОНА

Дубна 1963



STAT

Никитин В.А.

Некоторые методические особенности опыта по  $p-p$  упругому рассеянию с использованием внутренней мишени синхротрона

В работе описывается метод математической обработки энергетических спектров протонов отдачи, идущих под фиксированным углом с внутренней мишени ускорителя. Обработка ведется на ЭВМ. Результат вычислений - сечение упругого  $p-p$  рассеяния.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна, 1963 .

STAT

Nikitin V.A.

Some Technical Details of Elastic  $p-p$  Scattering Experiment Employing an Internal Target.

A method is proposed for a mathematical analysis of the energy spectra of the recoil protons travelling at a fixed angle from the internal target of the accelerator. The data were analysed on the electronic computer. The purpose of our calculations is to find the magnitude of elastic  $p-p$  scattering.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.

В.А. Никитин



STAT

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ  
ОПЫТА ПО  $P-P$  УПРУГОМУ РАССЕЯНИЮ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВНУТРЕННЕЙ МИШЕНИ  
СИНХРОФАЗОТРОНА

Дубна 1963

### В в е д е н и е

Опыты по упругому рассеянию частиц со времен знаменитых опытов Резерфорда играют принципиальную роль в физике элементарных частиц. Новейшее развитие теории - анализ амплитуды рассеяния в комплексной плоскости момента количества движения - получило, в частности, свое экспериментальное апробирование на данных по упругому рассеянию частиц. Фундаментальная гипотеза современной теории - причинность, лежащая в основе дисперсионных соотношений, требует дальнейшего экспериментального обоснования путем исследования амплитуды упругого рассеяния частиц.

Недавно в работах <sup>/1,2,3/</sup> была предложена новая методика исследования упругого  $p$ - $p$  рассеяния, заключающаяся в использовании внутренней мишени ускорителя и фотоэмульсии в качестве регистратора протонов отдачи. В работе <sup>/4/</sup> доказывалась эффективность нового метода для неограниченно больших энергий первичного пучка.

Все это делает актуальным дальнейшее обоснование методики, предложенной и частично описанной в работах <sup>/1,2/</sup>.

### Математическая обработка результатов эмульсионных измерений

#### 1. Формулировка задачи

Коротко рассматриваемая методика заключается в следующем. Решается задача измерения дифференциального сечения реакции  $p+p \rightarrow p+p$  в интервале энергий первичного протона  $3 \div 10$  Бэв. Особое внимание уделяется малым углам рассеяния - импульс протонов отдачи  $\sim 70$  Мэв/с. Мишень - полиэтиленовая пленка толщиной 3 мк - помещена в прямолинейный участок ускорителя. Протоны отдачи регистрируются эмульсионными стопками, удаленными от мишени на расстояние  $\sim 3$  м.

Результатом эмульсионных измерений является импульсный спектр частиц, идущих с мишени под определенным фиксированным углом. В этот спектр дают вклад каскадные частицы из ядер углерода. Как показано в работах <sup>/1,3/</sup>, углеродный фон может быть измерен отдельно и вычтен. Оставшееся после вычитания распределение частиц по импульсам (или пробегам) есть спектр протонов отдачи от реакции упругого рассеяния  $p+p \rightarrow p+p$ . Полное число частиц в этом спектре  $\propto$  пропорционально диф-

дифференциальному сечению упругого (pp) рассеяния в лабораторной системе координат  $\left(\frac{d\sigma}{dp}\right)_{л.с.}$ <sup>х/</sup>. Однако в величину  $N$  необходимо внести некоторые поправки.

а) Мишень неоднородна по толщине (см. рис. 1). Участок  $a_1$  имеет толщину  $\sim 3$  мк, участок  $a_2 \sim 6$  мк. Средний пробег протонов отдачи в нитях №2  $\sim 25$  мк, а в нитях №1 средний пробег зависит от угла вылета протона отдачи и лежит в пределах  $80 \div 140$  мк. Импульсные распределения протонов отдачи от разных участков мишени по-разному зависят от угла наблюдения и существенно различны по форме. Таким образом возникает задача вычислить импульсный спектр протонов отдачи, идущих от разных участков мишени, и найти вклад указанных участков в основной наблюдаемый эффект (пленка  $a_1$ ).

б) Для малых импульсов отдачи (пробег в эмульсии  $\sim 50$  мк) наблюдаемые спектры становятся настолько широкими, что заметная доля протонов попадает в область очень малых импульсов (и пробегов), где регистрация ведется с плохой эффективностью и, кроме того, велик фон испарительных частиц от ядер  $C^{12}$ . По этой причине целесообразно выбрать оптимальную границу обрезания спектра снизу, а на отброшенную часть ввести поправку.

Ниже выводятся формулы импульсных спектров протонов отдачи.

## 2. Вывод формулы спектра протонов отдачи

Пусть каждый элемент мишени излучает частицы с импульсом  $p$  и угловым распределением  $f_p(\theta - \theta_p)$ . Число протонов, попавших на просматриваемый участок эмульсии  $\Delta x$  с элемента мишени  $dl$  (см. рис.2), есть

$$dN = \frac{dl}{\theta_2(l) - \theta_1(l)} \int_{\theta_1(l)}^{\theta_2(l)} f_p(\theta - \theta_p) d\theta$$

Со всей мишени число протонов с импульсом  $p$  есть

$$N(p) = \frac{1}{a(\theta_2(l) - \theta_1(l))} \int_0^a dl \int_{\theta_1(l)}^{\theta_2(l)} f_p(\theta - \theta_p) d\theta$$

$a$  - размер мишени по пучку. Практически интервал  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$  очень мал, так как участок просматриваемой эмульсии  $\Delta x = 1 \div 2$  мм, поэтому имеем

$$N(p) = \frac{1}{a} \int_0^a f_p(\theta_c - \theta_p) dl ; \quad \theta_c = \frac{\theta_2(l) + \theta_1(l)}{2} \quad (1)$$

Полезно провести некоторые преобразования.

---

<sup>х/</sup> Сечение  $\left(\frac{d\sigma}{dp}\right)_{л.с.}$  связано хорошо известной формулой с сечением  $\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_{с.п.м.}$ , обычно фигурирующим в теории.

Из геометрии имеем  $dl = d\theta_c \frac{L}{\cos \theta_c} \approx d\theta_c \frac{L}{\cos \theta_0}$ ,

так как  $\frac{a}{L} \ll 1$  (см. рис. 2).

$$x = \frac{a}{2} + L \operatorname{tg} \theta_0,$$

$$\theta_2 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{L} \approx \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \operatorname{tg} \theta_0 + \frac{a}{2L} \right),$$

$$\theta_1 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x-a}{L} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{a}{2L} \right),$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_2 &\approx \theta_0 + \frac{a}{2L} \cos^2(\operatorname{tg} \theta_0) \\ \theta_1 &\approx \theta_0 - \frac{a}{2L} \cos^2(\operatorname{tg} \theta_0) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

После преобразования формула (1) имеет вид:

$$N(\mu) = \frac{1}{a} \frac{L}{\cos \theta_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f_{\mu}(\theta_c - \theta_{\mu}) d\theta_c. \quad (3)$$

Теперь найдем вид функции  $f_{\mu}(\theta_c - \theta_{\mu})$ . Мы принимаем, что угловое распределение протонов отдачи, вылетающих из точки мишени, расположенной на глубине  $t$ , есть функция Гаусса с дисперсией  $\sigma^2 = \mathcal{K}(\rho) t + \alpha^2$

$$\mathcal{K}(\rho) = \left[ \frac{12(1-\varepsilon)M\alpha^2}{\rho \rho c} \right]^2 \frac{1}{t_0} = \frac{K}{\rho^4} \quad (4)$$

Здесь константа 12 Мэв (вместо известной константы многократного рассеяния 21 Мэв) показывает, что нас интересует средняя арифметическая проекция угла многократного рассеяния на плоскость реакции  $p+p \rightarrow p+p$ .  $t_0$  — радиационная длина материала мишени.  $\varepsilon$  — поправка, которая отлична от нуля для очень малых  $\frac{t}{t_0}$ . Например, согласно работе <sup>15/</sup>, для  $C_6^{12}$ , при  $\frac{t}{t_0} = 10^3$ ,  $\varepsilon = 0,14$ ;  $\alpha^2$  — угловая дисперсия пучка первичных протонов.

Функцию  $f_{\mu}(\theta_c - \theta_{\mu})$  получаем как суперпозицию распределений Гаусса:

$$f_{\mu}(\theta_c - \theta_{\mu}) = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\mathcal{K}(\rho)t + \alpha^2}} e^{-\frac{(\theta_c - \theta_{\mu})^2}{2(\mathcal{K}(\rho)t + \alpha^2)}} dt.$$

Как показали конкретные вычисления, в нашей задаче необходимо было брать интегральный вид для  $f_{\mu}(\theta_c - \theta_{\mu})$ . Использование простой функции Гаусса приводило к отлнчию от точного результата на заметную величину. Для удобства сравнения результатов расчёта с экспериментом полезно заменить угловую переменную  $\theta$  на соответствующий импульс  $k(\varepsilon)\rho = \theta$ . Это линейное соотношение вытекает из кинематики упругого  $p-p$  рассеяния. Коэффициент пропорциональности  $k(\varepsilon)$  зависит от энергии первичного протона.

Интеграл в последней формуле берется по частям

$$\begin{aligned}
 f_p(\xi - \nu) &= \left\{ \sqrt{\mathcal{K}(\nu) l_0 + a^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{k^2(\xi - \nu)^2}{2(\mathcal{K}(\nu) l_0 + a^2)} \right] - \right. \\
 &- \frac{2a}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{k^2(\xi - \nu)^2}{2a^2} \right] - k|\xi - \nu| \left[ \Phi \left( \frac{k(\xi - \nu)}{a} \right) - \right. \\
 &- \left. \left. \Phi \left( \frac{k|\xi - \nu|}{\sqrt{\mathcal{K}(\nu) l_0 + a^2}} \right) \right] \right\} \frac{k}{\mathcal{K}(\nu) l_0} \left( \frac{d\sigma}{d\nu} \right)_{\nu \rightarrow \nu} ; \quad \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz
 \end{aligned} \tag{5}$$

Это есть импульсный спектр протонов отдачи с бесконечно малого элемента мишени  $dl (\xi k = \theta_e)$ .  $l_0$  - толщина мишени.

По сравнению с предыдущей формулой здесь еще дписан множитель  $\left( \frac{d\sigma}{d\nu} \right) =$   
 $= k \frac{d\sigma}{d\theta}$ , который в общем случае есть функция импульса.

В нашем случае  $\frac{d\sigma}{d\nu}$  оказалось почти постоянной величиной в интервале импульсов  $50 < p c < 120$ . На основании (2), (3) и (4) окончательно имеем формулу для вычисления спектра протонов отдачи:

$$\left. \begin{aligned}
 N(\nu) &= \frac{1}{a} \frac{2k}{\cos k\nu_0} \int_{\nu_1}^{\nu_2} f_p(\xi - \nu) d\xi \\
 \nu_1 &= \nu_0 - \frac{a}{2a^2 k} \cos^2 k\nu_0 \\
 \nu_2 &= \nu_0 + \frac{a}{2a^2 k} \cos^2 k\nu_0
 \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

Перечислим еще раз принятые здесь обозначения:

- $a$  - размер мишени-пленки вдоль пучка ;
- $2$  - расстояние от мишени до эмульсии по нормали к пучку;
- $k$  - множитель, с помощью которого кинематическое соотношение угол-импульс для протона отдачи можно записать в виде:

$$k\nu = \theta ;$$

$\nu_0$  - импульс, определенный равенством

$$\nu_0 = \frac{\theta_0}{k} \quad (\text{см. рис.2}) ;$$

$f_p(\xi - \nu)$  (см. соотношение (5)).

Отметим, что спектр  $N(p)$  протонов отдачи, наблюдаемых под фиксированным углом к первичному пучку для малых  $\nu_0$  ( $\nu_0 \sim 60$  Мэв), несимметричен и максимум сдвинут относительно  $\nu_0$  в сторону больших импульсов.

3. Вычисление поправки к наблюдаемому числу протонов отдачи

Формула (6) позволяет вычислить импульсный спектр протонов отдачи, родившихся в любой области мишени (см. рис.1). Относительный вклад отдельных областей мишени ( $a_i$  - основная мишень, все остальные части мы называем в дальнейшем коротко "нити") вычисляется с привлечением пространственного распределения ускоренного пучка и результатов взвешивания основной мишени и нитей на микровесах. Мы определяли также полное число взаимодействий первичного пучка в мишени и в нитях, измеряя наведенную  $\beta$ -активность  $C^H$ . Типичные импульсные спектры протонов отдачи приведены на рис.3 и 4.  $N_0$  - спектр от основной мишени  $a_1$ ,  $N_\Sigma$  - суммарный вклад всех остальных участков. Некоторая нерегулярность кривой на рис.3 обязана неточности вычисления интеграла в формуле (6). Как указывалось выше, необходимо вычислить поправку на нити и на обрезанную часть спектра к наблюдаемому числу протонов отдачи. Кривые  $N(p)$  позволяют это сделать.

Легко получить следующую формулу поправки:

$$N = N_{\text{наблюд.}} \cdot \xi ; \quad \xi = \frac{1 + \lambda_3}{1 - \lambda_1 + \lambda_3 (1 - \lambda_2)} \quad (7)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\lambda_1 = \frac{\int_0^{p_n^*} N_0 dp + \int_{p_n^*}^{\infty} N_0 dp}{\int_0^{\infty} N_0 dp} \quad \text{- обрезание спектра основной мишени,}$$

$$\lambda_2 = \frac{\int_0^{p_n^*} N_\Sigma dp + \int_{p_n^*}^{\infty} N_\Sigma dp}{\int_0^{\infty} N_\Sigma dp} \quad \text{- обрезание спектра нитей,}$$

$$\lambda_3 = \frac{\int_0^{\infty} N_\Sigma dp}{\int_0^{\infty} N_0 dp} \quad \text{относительный вклад нитей}$$

$N_{\text{наблюд.}}$  - число протонов отдачи в наблюдаемой части спектра.

$N = \int_0^{\infty} N_0 dp + \int_0^{\infty} N_\Sigma dp$  - искомая величина, связанная с сечением  $\frac{d\sigma}{dp}$  формулой:

$$N = A \int_0^{\infty} \frac{d\sigma}{dp} N(p) dp = A \overline{\frac{d\sigma}{dp}} \quad (8)$$

Здесь  $A$  коэффициент пропорциональности, определяемый мониторингом первичного пучка.

Ошибка поправки  $\xi$  вычисляется по обычной формуле

$$\Delta \xi = \sqrt{\sum_{ij} \frac{\partial \xi}{\partial \lambda_i} \frac{\partial \xi}{\partial \lambda_j} \sigma_{ij}} \quad (9)$$

$$\sigma_{ij} = \overline{\Delta \lambda_i \Delta \lambda_j} = f_{ij} \Delta \lambda_i \Delta \lambda_j$$

$\beta_{ij}$  - матрица ошибок,  $\Delta \lambda_i$  - ошибка параметра  $\lambda_i$ ,  $\beta_{ij}$  обычно называют коэффициентом корреляции параметров  $\lambda_i$  и  $\lambda_j$ . Эти величины также могут быть оценены на основании кривых  $N(\mu)$ . Ошибка параметров  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  определяется ошибкой положения максимума экспериментальной гистограммы распределения  $N(\mu)$ ,  $\mu$ , следовательно, точностью, с которой известны границы обрезания  $\mu_{n-1}^*$ ,  $\mu_n^*$ .

В таблице 1 для иллюстрации описанного метода приведены некоторые цифры, фактически полученные в одном из наших экспериментов (энергия первичного пучка в Бэв).

Т а б л и ц а 1

$R$	$\mu_0$	$\theta^\circ$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\xi$	$(\sigma)N$
МК	Мэв	с.п.м.					
37,5	59,3	2,30	0,366±0,052	0,696±0,19		1,681±0,138	1039±107
55,8	68,5	2,50	0,144±0,010	0,533±0,037	0,020	1,235±0,025	1028±59
75,8	75,7	2,87	0,081±0,008	0,379±0,009	0,15±0,01	1,132±0,013	1062±56
109,3	84,7	3,12	0,067±0,007	0,354±0,037	0,15±0,01	1,113±0,016	1109±52
136,0	90,5	3,87	0,062±0,004	0,333±0,037	0,15±0,01	1,104±0,013	1284±69

Как показывает эта таблица, для углов  $\theta_{с.п.м.} \leq 3^\circ$  поправка  $\xi$  достигает значительной величины, и вычисление ее должно быть сделано с максимальной осторожностью.

Наиболее слабым местом приведенных здесь расчетов является правильный выбор углового распределения многократно рассеянных частиц: функция  $f_n$  в формуле (1). В настоящей работе мы предположили, что угловое распределение пучка частиц, прошедших мишень определенной толщины  $t$ , есть функция Гаусса, дисперсия которой определяется экспериментально (окончательное выражение для  $f_n$  дается формулой (5), дисперсия распределения  $f_n$  определяется параметром  $K$ ).

Однако ясно, что для малых  $t$  и больших углов рассеяния частицы испытывают не многократное рассеяние, а последовательность нескольких однократных рассеяний. В этом случае сделанное нами предположение требует проверки.

С этой целью был сделан приближенный расчет поправки  $\xi$ , в качестве  $f_n$



было использовано дифференциальное сечение кулоновского рассеяния /формула Резерфорда/. Эти оценки показали, что  $\xi$ , вычисленная по формулам /6/, /7/, может превышать истинную поправку на несколько процентов для  $\mu_0 < 70$  Мэв/с.

#### 4. Вычисление $\frac{d\sigma}{d\mu}$ по методу наименьших квадратов

Описанный выше метод введения поправки на нити и на обрезание имеет следующие недостатки:

а) ошибка в положении границ обрезания значительно увеличивает ошибку результата;

б) нет критерия правильности выбора функции  $f_{\mu}$  и константы рассеяния /или радиационной длины материала мишени/;

в) в результате вычислений получается не само сечение  $\frac{d\sigma}{d\mu}$ ; а средняя величина  $\frac{d\sigma}{d\mu}$  по значительному интервалу импульсов /см.(8)/, что лимитирует угловое разрешение метода;

г) коэффициенты корреляции  $f_{ij}$  в формулах (9) плохо известны, поэтому ошибка поправки  $\Delta \xi$  вычисляется приближенно.

Эти недостатки мы устранили, применив другой способ обработки экспериментальных спектров протонов отдачи.

Разложим искомое сечение в ряд Тейлора, ограничившись двумя членами

$$\frac{d\sigma}{d\mu} = \sigma_0 + \lambda (\mu - \mu_0).$$

Подставим это выражение в формулу (5). Спектр протонов отдачи, вычисляемый по формуле (7), теперь зависит от нескольких параметров

$$N(\mu) = N_0(\mu, \mu_0, K, \sigma_0, \lambda) + N_{\Sigma}(\mu, \mu_0, K, \sigma_0, \lambda). \quad (10)$$

Все четыре параметра  $\mu_0, K, \sigma_0, \lambda$  могут быть найдены по методу наименьших квадратов из экспериментального спектра  $N_{\text{экс.}}(\mu)$  протонов отдачи. Согласно оптимального спектра  $N(\mu)$  с экспериментальной кривой  $N_{\text{экс.}}(\mu)$  оценивается количественно по критерию  $\chi^2$ . Хорошее согласие говорит о правильности выбора функции  $f_{\mu}$  в формуле (1).

Результаты вычисления наилучшей кривой  $N(\mu)$  по методу наименьших квадратов иллюстрируются рис.5 и 6.

В настоящем эксперименте параметр  $K$  (см. формулу (4)) определялся из совокупности экспериментальных данных, полученных при энергиях первичного протона 6 и 10 Бэв, и был известен с хорошей точностью. Параметр  $\lambda$  определялся по предва-

рительным данным о сечении  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  и тоже был известен с достаточной точностью. Таким образом, в окончательном расчёте по методу наименьших квадратов в теоретическом спектре (10) только два параметра  $\rho_0$  и  $\sigma_0$  подлежали определению. Этот метод расчета оказался весьма эффективным для спектров с  $\rho_0 \leq 110$  Мэв/с. Ошибка результата лишь незначительно превосходила статистическую ошибку общего числа частиц в спектре. Угловая разрешающая способность эксперимента определяется ошибкой параметра  $\rho_0$ . Схема расчёта, описанная в пункте 3, дает значительно большую ошибку для спектра, где велика поправка  $\xi$ . Сравнительные результаты даны в таблице II.

Т а б л и ц а II

Метод обработки	R.мк	$\rho_0$ Мэв/с	$\theta^\circ$ с.п.м.	( $\sigma_0$ ) N
Метод наименьших квадратов	35,7	59,2 $\pm$ 0,7	2,3 $\pm$ 0,025	1118 $\pm$ 72
	55,8	69,2 $\pm$ 0,5	2,5 $\pm$ 0,018	1032 $\pm$ 55
	75,8	76,5 $\pm$ 0,4	2,87 $\pm$ 0,014	1070 $\pm$ 56
Введение поправки по формуле /6-7/	35,7	59,3 $\pm$ 2,0	2,3 $\pm$ 0,3	1039 $\pm$ 107
	55,8	68,5 $\pm$ 1,5	2,5 $\pm$ 0,25	1028 $\pm$ 59
	75,8	75,7 $\pm$ 1,5	2,8 $\pm$ 0,21	1062 $\pm$ 56

Отметим, что применение метода наименьших квадратов лишь частично решает вопрос о правильности выбора функции. Действительно, хвосты экспериментальных спектров имеют большие статические ошибки, и функция  $\chi^2$  ничего не говорит о степени согласия теоретической и экспериментальной кривой. Мы допускаем, что в нашем эксперименте из-за этого обстоятельства возможна систематическая ошибка в несколько процентов для спектров с  $50 \text{ Мэв/с} \leq \rho_0 \leq 70 \text{ Мэв/с}$ .

З а к л ю ч е н и е

Резюмируем коротко результаты работы.

Опыт по упругому  $p-p$  рассеянию на внутренней полиэтиленовой мишени в бэв-ной области энергий приводит к задаче вычислить дифференциальное сечение  $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{pp}$  по наблюдаемому спектру протонов отдачи под определенным углом.

Этот спектр может быть удовлетворительно описан теоретической формулой, учитывающей следующие факторы:

- а) многократное рассеяние протонов отдачи в веществе внутренней мишени;

- б) геометрия мишени и поддерживающих ее нитей;
- в) угловой разброс первичного пучка;
- г) для  $\rho_0 > 200$  Мэв/с становится заметным страгглинг в эмульсии.

В настоящем опыте мы работали с мишенью толщиной  $\sim 3$  мк и размером по пучку  $\sim 1$  см. Каждый импульсный спектр протонов отдачи строился на статистике  $\sim 1000$  частиц (после вычитания углеродного фона). При этих условиях мы можем заключить:

- а) обработка спектров с  $\rho_0 > 100$  Мэв/с не представляет трудностей;
- б) вычисление  $\left(\frac{dN}{d\Omega d\rho d\phi}\right)$  для спектров  $50 \text{ Мэв/с} \leq \rho_0 \leq 70 \text{ Мэв/с}$  может содержать систематическую ошибку в несколько процентов;
- в) проведение экспериментов с относительной точностью в  $\frac{dN}{d\Omega d\rho d\phi}$   $2 \div 3\%$  вплоть до  $\rho_0 \sim 60$  Мэв/с требует использования мишени толщиной  $\sim 1$  мк. Поддерживающие нити не должны содержать водород.

Настоящая работа практически невыполнима без современной вычислительной техники. Автор благодарен сотрудникам ВЦ ОИЯИ Т. Рыльцовой, И. Поповой и Л. Смирновой за помощь в программировании.

Большой вклад в работу внесли В. Свиридов, Л. Кириллова и М. Шафранова.

#### Л и т е р а т у р а

1. В. Bekker et al 1962 High Energy Conf. CERN, p.582.
2. В.А. Никитин и др. Препринт ОИЯИ 1084, Дубна, 1962 ; ПТЭ (в печати).
3. Л.Ф. Кириллова и др. Препринт ОИЯИ Д-1329, Дубна, 1963 ; ЖЭТФ (в печати).
4. В.А. Никитин и др. ЖЭТФ (в печати).
5. Barkas UKRL - 8030(1958).

Рукопись поступила в издательский отдел  
27 ноября 1963г.



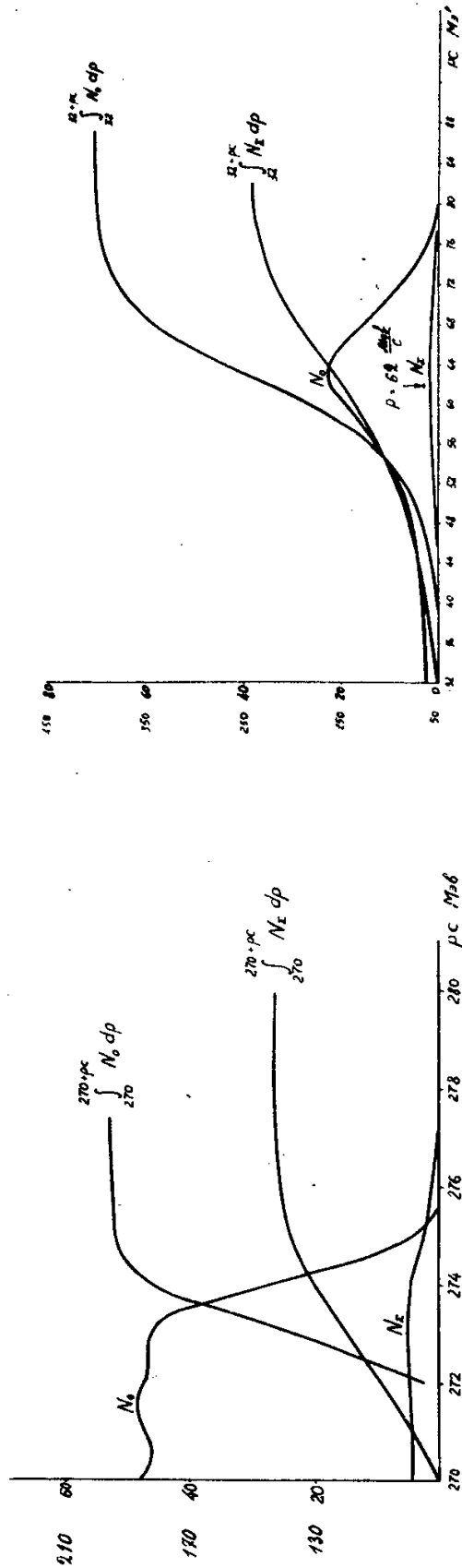


Рис. 3 и 4. Теоретический импульсный спектр протонов отдачи от мишеней No 6 и от нитей No 12. Шкала слева для функции  $N_6$  и от нитей No 12.

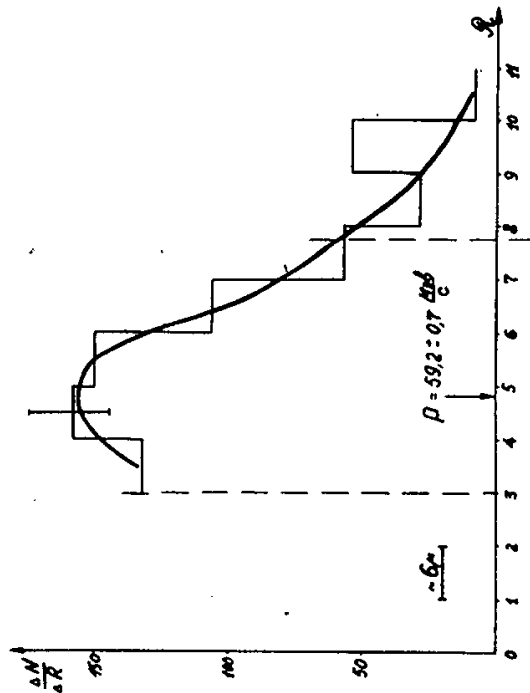
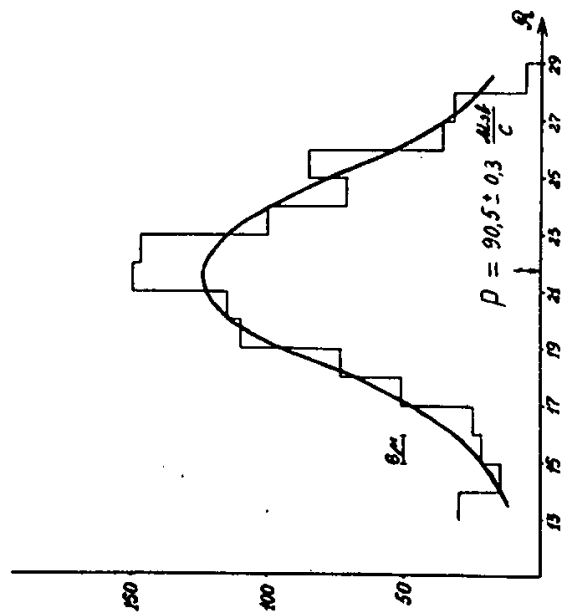


Рис. 5 и 6. Экспериментальный спектр по пробегам в эмульсии протонов отдачи (гистограмма). Плавная кривая - теоретический спектр с оптимальными параметрами.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3453. . . . Тираж 300. Декабрь 1963 г.  
Техн. редактор Зрелова Н.Н.



# ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ



STAT

НОВЫЕ ДАННЫЕ  
О НЕЙТРОНОДЕФИЦИТНЫХ ИЗОТОПАХ  
*Tm<sup>164</sup>, Ho<sup>155</sup>, Dy<sup>155</sup>*

Материалы VI совещания по ядерной спектроскопии  
нейтронодефицитных изотопов и теории ядра

Дубна 1963





STAT

НОВЫЕ ДАННЫЕ  
О НЕЙТРОДЕФИЦИТНЫХ ИЗОТОПАХ  
*Tm<sup>164</sup>, Ho<sup>155</sup>, Dy<sup>155</sup>*

Материалы VI совещания по ядерной спектроскопии  
нейтронодефицитных изотопов и теории ядра

Дубна 1963

С о д е р ж а н и е

1. А.С.Басина, К.Я.Громов, Б.С.Джелепов, Ку За Хек, В.А.Морозов. Исследования  
схемы распада  $Tm^{164}$   $\frac{164}{2 \text{ мин}}$   $E_{\gamma}^{164}$   $\epsilon, \beta^+$  3
2. Е.П.Григорьев, К.Я.Громов, В.Г.Калинников. О распаде  $Ho^{155}$  26
3. А.С.Басина, К.Я.Громов, Б.С.Джелепов, Д.Енчев, Ж.Желев,  
В.А.Морозов, А.Ф.Новгородов  
Исследование позитронного спектра  $Dy^{155}$  35

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ ОИЯИ  
ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

А.С. Басина, К.Я. Громов, Б.С. Джелепов, Ку За Хек, В.А. Морозов

ИССЛЕДОВАНИЕ СХЕМЫ РАСПАДА  $Tm^{164} \xrightarrow[е, \beta^+]{T_{1/2} 2 \text{ мин}} Er^{164}$

Введение

Изотоп  $Tm^{164}$  образуется при распаде 75-минутного  $Yb^{164}$  и является членом генетической цепочки  $Yb^{164} \rightarrow Tm^{164} \rightarrow Er^{164}$  стаб. Изотоп иттербия с периодом полураспада 75 минут, наблюдали впервые Нервик и Сиборг <sup>/1/</sup> в продуктах расщепления тантала протонами с энергией 340 Мэв, затем Калямин и др. <sup>/2/</sup>. В работах <sup>/1,2/</sup> было установлено, что распад этого изотопа иттербия сопровождается испусканием позитронов с граничной энергией около 3 Мэв. Однако массовое число этого изотопа достоверно установлено не было.

Абдуразаков, Громов и др. <sup>/3/</sup> исследовали позитронный спектр и спектр электронов конверсии 75-минутного  $Yb$  с помощью магнитного спектрографа и магнитного  $\beta$  - спектрометра с однородным полем. В конверсионном спектре были обнаружены линии переходов с энергиями 9I,5 и 2II кэв. Граничная энергия  $\beta^+$  - спектра оказалась равной (2940<sub>+20</sub>) кэв.

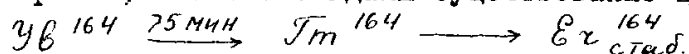
Детальное исследование спектра конверсионных электронов препарата иттербия, предпринятое с целью поисков возможных дочерних изотопов 75-минутного иттербия, позволило авторам заключить, что массовое число этого изотопа должно быть 162 или 164. Предположение, что массовое число 75-минутного иттербия является четным, согласуется с тем, что отношение энергий двух обнаруженных  $\gamma$  - переходов хорошо совпадает с теоретическим для переходов между первыми уровнями

ротационной полосы основного состояния.

Измерения относительных интенсивностей и точное определение энергий  $L_I$ ,  $L_{II}$  и  $L_{III}$  линий перехода 91,5 кэВ на магнитном спектрографе показали, что это переход типа E2, который происходит в ядре эрбия. Сопоставление этих результатов с данными работы /4/, где указано, что при  $\beta^-$ -распаде  $\text{Ho}^{164} \rightarrow \text{Er}_{\text{стаб.}}^{164}$ , возникает переход с той же энергией 91,5 кэВ, позволило авторам работы /3/ выбрать массовое число 75-минутного иттербия равным 164.

Разность масс, определенная из граничной энергии  $\beta^+$ -спектра в предположении, что  $\beta^+$ -распад происходит в основное состояние  $\text{Er}^{164}$ , равна 3960 кэВ, что хорошо согласуется с расчетным значением этой разности по полуэмпирическим формулам /5/.

Таким образом, стало очевидным существование цепочки распадов:



Исследование этой цепочки было продолжено Абдуразаковым, Громовым и др. /6/. С помощью сцинтилляционного  $\gamma$ -спектрометра были проведены опыты для прямого определения периода полураспада  $\text{Tm}^{164}$ .

Непосредственные измерения препарата дочернего  $\text{Tm}$ , выделенного из Ув, не давали достоверного результата, поскольку период полураспада  $\text{Tm}^{164}$  оказался существенно меньше времени, необходимого для химического выделения  $\text{Tm}$  из Ув. Поэтому наблюдали накопление  $\text{Tm}^{164}$  в Ув по изменению интенсивности аннигиляционного пика и пика 90 кэВ. Определенный таким способом период полураспада  $\text{Tm}^{164}$  оказался равным  $(2,0 \pm 0,5)$  минуты.

Изучение  $\gamma$ -спектра иттербия (в равновесии с  $\text{Tm}^{164}$ ) показало наличие  $\gamma$ -линии 90 кэВ, слабой линии 210 кэВ и интен-

сивного аннигиляционного пика, по-видимому, почти полностью принадле-  
жащего  $Tm^{164}$ . Других  $\gamma$  - лучей заметной интенсивности обнаружено  
не было.

Изучению более высоких переходов в распаде  $Uv^{164} \rightarrow Tm^{164} \rightarrow E\gamma^{164}$   
посвящены работы /7,8/, где исследовали спектр конверсионных электро-  
нов в области вплоть до 2200 кэв. Исследование этого спектра представ-  
ляет собой непростую задачу ввиду сложного изотопного состава фракции  
 $Uv$ . Авторы работ /7,8/ нашли, что при распаде  $Uv^{164} \rightarrow Tm^{164} \rightarrow E\gamma^{164}$   
возникает много  $\gamma$  - переходов, происходящих, вероятно, от-  
части и в  $Tm^{164}$ . Построенная на основе этих данных предварительная  
схема распада  $Tm^{164} \rightarrow E\gamma^{164}$  приведена на рис. I.  $\beta^+$ -распад идет, по-ви-  
димому, как на основное состояние  $E\gamma^{164}$ , так и на ротационный уровень  
с энергией 91,5 кэв. При изучении позитронного спектра с  $E_{\text{ра}} = 2940$  кэв,  
естественно, трудно разделить компоненты, отличающиеся всего на 91 кэв.  
Сопоставление интенсивностей перехода 91,5 кэв и  $\beta^+$ -спектра /6/  
показывает, что интенсивность перехода 91,5 кэв не более 40% от числа  
позитронов  $Tm^{164}$ . Значение отношения числа  $\beta^+$ -распадов в основное и  
первое возбужденное состояние существенно для определения квантовых  
характеристик основного состояния  $Tm^{164}$ .

Поэтому первая задача настоящей работы состоит в точном опреде-  
лении этого отношения методом  $e^- - \gamma$  - совпадений.

Вторая задача касается изучения более высоких возбужденных  
состояний  $E\gamma^{164}$ . Указанные на схеме (рис. I) уровни 863 кэв, 1250 кэв,  
1768 кэв и 2171 кэв введены на основе энергетических данных /7,8/ о  
спектре конверсионных электронов при распаде  $Uv^{164} \rightarrow Tm^{164} \rightarrow E\gamma^{164}$ .  
Возникающие при этом распаде  $\gamma$  -лучи с энергией свыше 511 кэв

до сих пор исследованы не были.

Поскольку сведения о жестких  $\gamma$  - лучах  $Tm^{164}$  могут быть полезными для уточнения схемы распада, в настоящей работе сделана попытка исследовать  $\gamma$  - спектр  $Tm^{164}$  в области энергий 500-3500 кэв, а также спектр  $e^- - \gamma$  - совпадений, насколько позволяют возможности использованного прибора.

### I. Определение отношения $\beta_{91}^+ / \beta_0^+$

Экспериментальная установка состояла из  $\gamma$  - спектрометра и  $\beta$  - спектрометра, включенных в быстро-медленную схему совпадений с разрешающим временем  $2\tau = 8 \cdot 10^{-8}$  сек. В качестве  $\gamma$  - спектрометра был использован одноканальный сцинтилляционный спектрометр с кристаллом  $NaJ(Tl)$  размером 40x40 мм и фотоумножителем ФЭУ 13. Разрешение на линии 662 кэв  $Cs^{137}$  составляло 11%. В  $\beta$  -ветви прибора был использован магнито-линзовый  $\beta$  - спектрометр с разрешением 3% и светосилой 0,2%, определенной по измерению препаратов, калиброванных по абсолютной активности.

Ввиду малого периода полураспада  $Tm^{164}$  ( $T_{1/2} = 2$  минуты) изучение распада  $Tm^{164} \rightarrow Eu^{164}$  проводилось в препарате  $Uv^{164}$ , где  $Tm^{164}$  находится в равновесии с  $Uv^{164}$  ( $T_{1/2} = 75$  минут).

Препарат  $Uv$  получался в результате химического разделения продуктов реакции глубокого отщепления на  $Ta$ . Длительность облучения  $Ta$  протонами с энергией 680 Мэв составляла 2 часа. Длительность химических операций - также около двух часов. Измерения начинались приблизительно через 40-60 минут после выделения препарата  $Uv$ .

Для определения отношения числа  $\beta^+$  - распадов на основное и первое возбужденное состояние  $E_{\tau}^{I64}$  мы изучали совпадения квантов аннигиляционного излучения, возникающего в результате  $\beta^+$ -распада  $Tm^{I64}$  с конверсионными электронами  $L$  9I,5 кэв, принадлежащими переходу с первого возбужденного в основное состояние  $E_{\tau}^{I64}$ .

Измерения производились следующим образом:  $\gamma$ -каналом выделяли аннигиляционный пик 5II кэв,  $\beta$  - каналом -  $L$  - 9I,5 кэв и снимали серию кривых задержанных совпадений до полного распада  $Yb^{164}$ . Такой метод измерений позволял контролировать постоянство разрешающего времени схемы совпадений и определить число случайных совпадений.

$\gamma$  - спектр препарата и конверсионная линия  $L$  9I,5 показаны на рис.2 и 3.

Результаты измерений показали наличие совпадений между аннигиляционными квантами и конверсионными электронами  $L$  9I,5  $Tm^{I64}$  (рис.4). Интенсивность наблюдаемых совпадений убывала с периодом полураспада  $T_{1/2} = 76 \pm 2$  минуты, то есть с периодом полураспада  $Yb^{I64} / 3$ , что, несомненно, указывает на принадлежность совпадений исследуемому распаду.

Количественная оценка числа  $\beta^+$  - распадов на уровень 9I,5 кэв производилась сравнением числа истинных и случайных совпадений по следующим формулам:

$$N_{ист} = \beta_{91}^+ (1+\nu) \omega_{511} \epsilon_{511} \omega_e \epsilon_e \frac{d\nu}{1 + \sum d_i},$$

$$N_{случ.} = 2\tau N_{91} \left[ \beta_0^+ \omega_{511} \epsilon_{511} (1+\nu) + N_{фон}(t) \right];$$

где  $\beta_0^+$  - полное число  $\beta^+$  - распадов;  $\beta_{91}^+$  - число  $\beta^+$  -распадов на уровень 9I,5 кэв  $E\tau^{164}$ ;  $N_{91}$  - счет на конверсионной линии L 9I;  $N_{фон}(t)$  - изменяющийся со временем фон под аннигиляционным пиком в  $\gamma$  - спектре;  $\nu$  - число тормозных и комптоновских квантов с энергией 5II кэв;  $\alpha_L$  - коэффициент конверсии на L - оболочке для перехода 9I,5 кэв. Остальные обозначения обычные:  $\omega$  - светосила по соответствующим каналам;  $\epsilon$  - эффективность регистрации;  $2\tau$  - разрешающее время схемы совпадений.

Окончательное выражение для искомого отношения имеет вид:

$$\frac{\beta_{91}^+}{\beta_0^+} = \frac{N_{ист}}{\omega_e \epsilon_e} \cdot \frac{\alpha_L}{1 + \sum d_i} \cdot \frac{2\tau N_{91}}{N_{случ} - N_{фон}(t) \cdot 2\tau N_{91}}$$

$N_{ист}$ ,  $N_{случ}$ ,  $N_{91}$  и  $N_{фон}(t)$  определяются на опыте. Произведение  $\omega_e \epsilon_e$  (светосила  $\beta$ -спектрометра) предварительно определено измерениями препаратов известной активности.

Коэффициенты конверсии взяты из таблиц Слива и Банд /9/ для перехода типа E2, поскольку мультипольность этого перехода установлена ранее /6/.

Используя полученные данные, мы нашли, что

$$\frac{\beta_{91}^+}{\beta_0^+} = (33 \pm 4)\%$$

Определим теперь  $\log ft$  для  $\beta^+$  - распада с граничной энергией 2940 кэв на уровни 0 и 9I,5 кэв  $E\tau^{164}$ . Используя номограммы Мошковского, получаем, что для  $\beta^+$  - переходы на уровень 9I кэв



$\log ft = 4,8$  , а для перехода в основное состояние  $\log ft = 4,5$ .  
Эти вычисления произведены без учета  $K$  - захвата на вышележа-  
щие уровни.

Из работ /7,8/ известно о существовании в схеме уровней  $E_{\pi}^{I64}$   
ряда переходов с энергиями вплоть до 2200 кэВ. Даже если сделать  
крайнее предположение, что мультипольности всех этих переходов типа  
 $E1$ , то и тогда интенсивность распадов на высокие возбужденные уровни  
не больше интенсивности распадов на уровни  $0^+$  и  $2^+$ . Таким образом,  
можно утверждать, что  $\log ft$  переходов на основное состояние и пер-  
вый ротационный уровень не больше 4,8 и 5,1, соответственно. Это сви-  
детельствует о разрешенном характере  $\beta^+$ -распада на основной и  
первый ротационный уровни  $E_{\pi}^{I64}$ .

Квантовое число  $K$  для первого возбужденного и основного состо-  
яния  $E_{\pi}^{I64}$  равно 0, а полный момент для этих состояний равен  $2^+$  и  $0^+$ ,  
соответственно. Полный момент  $I$  основного состояния  $J_{\pi}^{I64}$  равен  $I^+$ ,  
следовательно,  $K$  может быть равным 0 или 1. Принимая во внимание раз-  
решенный характер  $\beta$  - переходов на уровни  $E_{\pi}^{I64}$ , найдем отношение  
приведенных вероятностей  $\beta$  - переходов на уровни  $(0,0^+)$  и  $(0,2^+)$   
по Алага для двух наборов квантовых чисел  $I$  и  $K$  (табл. I).

Таблица I

$I$	$K$	$B_{\pi} / B_{\pi}$	Эксперим.
1	0	1/2	
1	1	2/1	1,8/1

Сопоставление с экспериментальными данными показывает, что основное  
состояние  $J_{\pi}^{I64}$  имеет квантовые характеристики  $K_{\pi}^{\pi} = (1,1^+)$ . Эти  
характеристики и разрешенный характер  $\beta$  - перехода на уровни

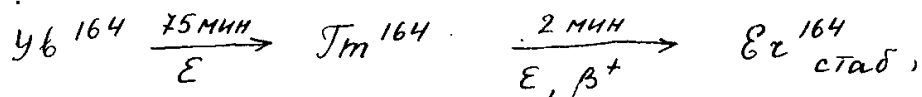
$0^+$  и  $2^+$  полностью согласуются с предложенной Галлахером и Соловьевым конфигурацией основного состояния  $Tm^{164}$ :  $n \frac{7}{2} - [523] \uparrow$ ,  $n \frac{5}{2} - [523] \uparrow$ .

П.  $\gamma$ -лучи  $Tm^{164}$  в области энергий от 500 кэВ до 3500 кэВ

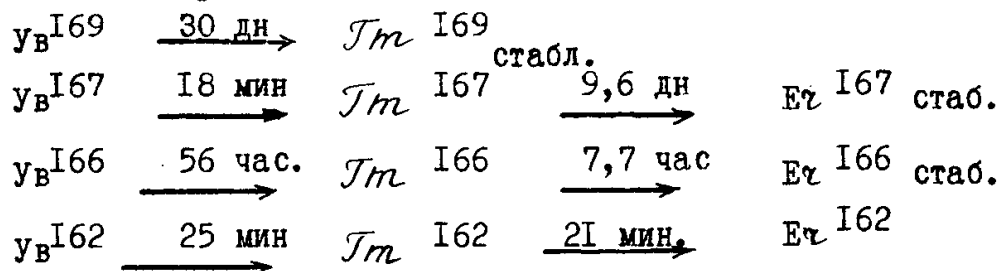
Для исследования  $\gamma$ -лучей  $Tm^{164}$  в указанной области мы применяли установку, описанную выше, с той разницей, что для регистрации спектра совпадений был использован многоканальный анализатор АИ-100.

Препарат получали, как и ранее, химическим разделением продуктов реакции глубокого отщепления на  $Ta$ . Но поскольку трудности, связанные со сложным изотопным составом источника, приобретают в этих опытах существенное значение, следует подробнее рассмотреть состав фракции Ув, полученной таким путем.

В нашем препарате Ув, помимо исследуемой цепочки изотопов



содержались еще и другие:



Естественно, что вид  $\gamma$ -спектра такого препарата и характер его изменения во времени оказываются весьма сложны. К тому же  $\gamma$ -переходы  $Tm^{164}$  в этой области очень малоинтенсивны. В этих

условиях использование метода  $e^- - \gamma$  совпадений может существенно облегчить задачу изучения  $\gamma$  - спектра  $Tm^{I64}$ .

Измерения проводились следующим образом:  $\beta$  - каналом выделяли конверсионную линию  $L_{91} Tm^{I64}$  - самую сильную в спектре  $Tm^{I64}$ , что очень существенно из-за малой светосилы нашего  $\beta$  - спектрометра.  $\gamma$  - каналом регистрировали участки  $\gamma$  - спектра вплоть до 3,5 Мэв. Фильтр, помещенный перед кристаллом  $\gamma$  - детектора, позволял избавиться от нежелательной загрузки детектора мягкими  $\gamma$  - лучами.

Измерения начинались примерно через 1 час после выделения препарата  $Uv$ . Сначала в течение 1 часа измеряли спектр совпадений ( $L_{91} Tm^{I64}$ ) ( $\gamma$ ), затем - спектр случайных совпадений.

Так как линия  $L_{91} Tm^{I64}$  при разрешении  $\beta$  - спектрометра 3% перекрывалась частично с линией  $M80-M81 Uv^{I66} + Tm^{I66}$  (рис.2), то на следующие сутки (после полного распада  $Uv^{I64}$ ) измеряли ту долю совпадений, которую вносит  $\gamma$  - спектр  $Uv^{I66} + Tm^{I66}$ .

Поскольку счет совпадений невелик, а улучшить статистическую точность измерений за счет увеличения времени экспозиции нельзя ввиду сравнительно короткого периода полураспада  $Uv^{I64}$  ( $T_{1/2} = 75$  минут), то каждый участок спектра был исследован неоднократно. Всего было измерено 9 препаратов. В каждом опыте измеряли как спектр совпадений, так и  $\gamma$  - спектр препарата в исследуемой области. Обработка данных состояла в определении энергии линий  $\gamma$ -спектра, в анализе изменения интенсивности линий во времени, определении энергии линий в спектре совпадения, вычитании случайных совпадений за счет (M80) ( $\gamma$ )  $Tm^{I66}$ .

Полученные экспериментальные данные приведены в таблице 2 ,  
 иллюстрированной рисунками (3,5,6,7,8,9).

Таблица 2  
 $\gamma$ -лучи  $Tm^{164}$  в области энергий 500 -3500 кэВ

Энергии переходов (кэВ) по данным [7,8]	$h\nu$ (кэВ) в $\gamma$ -спектре	в	$h\nu$ (кэВ) в спектре совпадений с $L91 Tm^{164}$
773	770		770
862	860		-
908			
930			
II57	II60		II60
II67			
I226			
I248			
	I300		I300
I677			
I698	I700 (группа)		I700(группа)
I766			
2080			
2I7I	2I00		
2I85			
	2400		
	3200		

На рис. 3 показан вид  $\gamma$  - спектра в области до 1200 кэв. Поскольку мы ставили своей задачей изучение жестких  $\gamma$  - лучей  $^{164}\text{Sm}$ , то участок до 500 кэв мы не рассматриваем, тем более что вид  $\gamma$ - спектра в этой области искажен наличием фильтра.

Кроме интенсивного аннигиляционного пика в спектре отчетливо видны пики от  $\gamma$ - лучей 770 кэв, 860 кэв и 1160 кэв, соответствующие переходам 773 кэв, 862 кэв и 1157 кэв вместе с 1167 кэв, найденным в работах /7,8/ при изучении спектра конверсионных электронов. Переходов с энергиями 908 кэв и 930 кэв, указанных /7,8/, мы не наблюдаем в  $\gamma$  - спектре препарата, по-видимому, из-за их малой интенсивности.

На рис. 5 изображен  $\gamma$  - спектр в области энергий от 1 Мэв до 2,5 Мэв.

Видны пики от  $\gamma$  - лучей 1160 кэв, 1300 кэв, 1700 кэв и 2100 кэв. Два последних пика соответствуют группам переходов, не разрешенным в  $\gamma$  - спектре.

Переход с энергией 1300 кэв не наблюдался в работах /7,8/. Точность градуировки шкалы энергий в этой области и ширина

$\gamma$  - линии 1300 кэв, соответствующая приборной ширине, не позволяют считать, что фотопик 1300 кэв есть сложный пик от  $\gamma$  - лучей 1226 кэв и 1248 кэв, указанных в работах /7,8/. Однако принадлежность этого перехода  $^{164}\text{Sm}$  не вызывает сомнений, поскольку мы наблюдали совпадения  $\gamma$  - лучей 1300 кэв с конверсионными электронами L 91,5 кэв (рис. 8.) Причина расхождения с данными /7,8/ может быть связана с тем, что - K линия этого пе-

перехода в пределах разрешающей способности использованного  
/7,8/  $\beta$  - спектрометра совпадала с  $L$  линией перехода 1248  
кэв.

Если коэффициент конверсии перехода 1300 кэв невелик, то  
этот переход мог остаться не замеченным в спектре конверсионных  
электронов.

Рис. 6. показывает  $\gamma$  - лучи с энергией 2400 кэв. Мы от-  
несли этот переход  $Tm^{164}$  на том основании, что пик 2400 кэв  
виден только в первые часы после выделения. (Измерить период  
полураспада сколь-нибудь точно не удается из-за малой интензив-  
ности линии). Энергия перехода слишком велика, чтобы его можно  
было отнести к другим короткоживущим изотопам иттербиевой фрак-  
ции:  $U^{164}$  и  $U^{167}$  - разность масс  $U^{164} \rightarrow Tm^{164}$  составля-  
ет всего 1040 кэв, и разность масс  $U^{167} \rightarrow Tm^{167}$  составляет  
1158 кэв. Некоторым дополнительным аргументом в пользу высказан-  
ного предположения может служить тот факт, что в предварительных  
опытах с препаратом  $Tm^{164}$ , выделенным из иттербия, мы также наблю-  
даем  $\gamma$  - лучи 2400 кэв. Однако пока мы не можем полностью исклю-  
чить возможность, что этот переход возникает в цепочке распадов  
 $U^{162} \xrightarrow{25 \text{ минут}} Tm^{162} \xrightarrow{21 \text{ мин.}} E_{\gamma}^{162}$ .

Все сказанное относится также к  $\gamma$ - лучам с энергией  
 $3200 \pm 200$  кэв (рис.7).

Спектр совпадений  $\gamma$  - лучей с конверсионными электронами  
 $L_{91,5} Tm^{164}$  показан на рис.8 и 9. Случайные совпадения на ри-  
сунках не показаны, так как число их невелико : не свыше 12% от  
полного эффекта. Число совпадений за счет  $M80 Tm^{166}$  (рис.2)  
еще меньше - не более 5% от полного счета совпадений.

В спектре совпадений  $\gamma$ -лучей с конверсионными электронами  $L$   $91,5 \text{ Тм}^{164}$  наблюдаются переходы 770 кэв, 1160 кэв, 1300 кэв, сложный пик 1700 кэв. В области больших энергий число совпадений превышает число случайных совпадений, однако интенсивность счета совпадений слишком мала, чтобы делать определенные заключения.

Наблюдаемые совпадения находятся в согласии со схемой распада (рис.1), предложенной /8/.

Наличие совпадений электронов перехода 91,5 кэв с  $\gamma$ -лучами 770 кэв и отсутствие совпадений с  $\gamma$ -лучами 860 кэв подтверждает правильность расположения уровня 862 кэв. Уровень 1250 кэв подтверждается совпадениями с  $\gamma$ -лучами 1160 кэв.

Переход с энергией 1300 кэв находит себе место между уровнями 2171 и 862 кэв и дает совпадения с переходом 91,5 кэв через  $\gamma$ -лучи 770 кэв.

Сложный пик совпадений с энергией 1700 кэв объясняется отчасти совпадениями  $\gamma$ -лучей 1677 кэв с уровня 1768 кэв. Если предположить, что наблюдаемый  $\gamma$ -переход  $h\nu = 2400$  кэв (рис.6) определяет положение уровня в схеме распада  $\text{Tm}^{164}$ , то находит место переход с энергией 1698 кэв, указанный /7,8/, но не размещенный в схеме распада, и объясняется сложный характер пика совпадений в районе 1700 кэв, т.к.  $\gamma$ -лучи 1698 кэв при таком расположении будут давать совпадения с переходом 91 кэв через  $\gamma$ -лучи 770 кэв.

Л и т е р а т у р а

1. W.E.Nervik, G.T.Seaborg. Phys. Rev., 97, 1092 (1955).
2. А.В.Калямин, И.Ю.Левенберг, В.А.Яковлев. Атомная энергия, 5, 582, №5 (1959).
3. А.А.Абдуразаков, К.Я.Громов, Б.С.Джелепов, Ю.В.Норсеев, Г.Я.Умаров, В.Г.Чумин. Материалы II совещания по ядерной спектроскопии нейтронодефицитных изотопов редких земель, т.II. Препринт ОИЯИ Р-475, Дубна, 1959.
4. I.W.Mihelich, В.Harmatz, Т.Н.Handley. Phys. Rev., 158, 988 (1957).
5. Г.Ф.Драницына. Массы ядер в области редких земель. Материалы IV совещания по ядерной спектроскопии нейтронодефицитных изотопов и теории ядра. Препринт ОИЯИ Р-959, Дубна, 1962.
6. А.А.Абдуразаков, К.Я.Громов, Б.Далхсурен, Б.С.Джелепов, И.Ю.Левенберг, А.Н.Мурин, Ю.В.Норсеев, В.Н.Покровский, В.Г.Чумин, И.А.Отландов. Препринт ОИЯИ Р-493, Дубна, 1960.
7. К.Я.Громов, Б.С.Джелепов, Зыонг Чонг Бай, В.А.Халкин, В.Г.Чумин, Материалы III совещания по нейтродефицитным изотопам, т.I. Препринт ОИЯИ Р-613, Дубна, 1960.
8. К.Я.Громов, Ж.Т.Желев, Л.Н.Никитюк, В.Г.Чумин. Тезисы докладов XII ежегодного совещания по ядерной спектроскопии в Ленинграде, стр.42, 1962.
9. Л.А.Слив, И.М.Банд. Таблицы коэффициентов внутренней конверсии  $\gamma$  - излучения, часть I, К-оболочка, и часть II, L -оболочка.



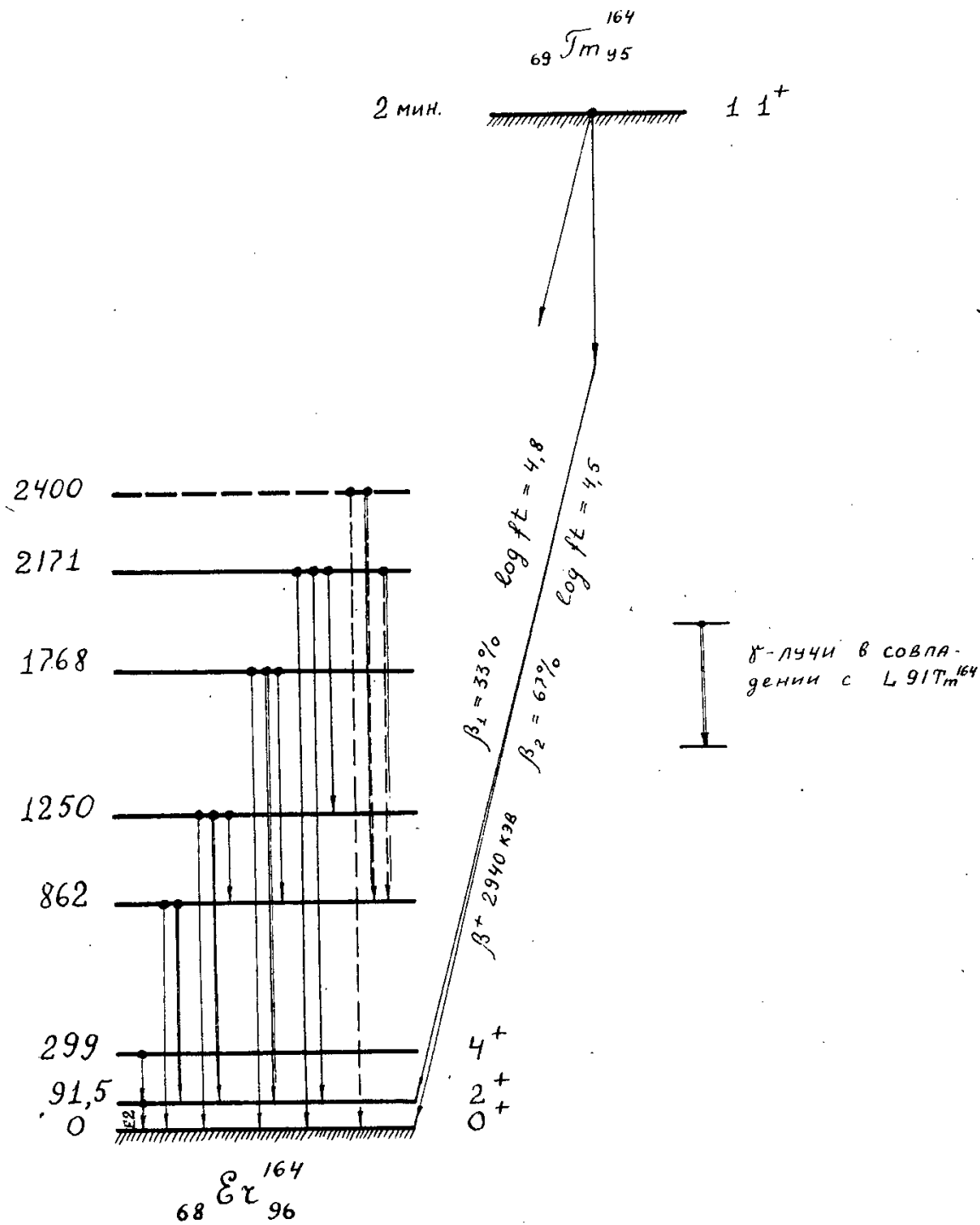


Рис. I. Схема распада  $Tm^{164}$ .

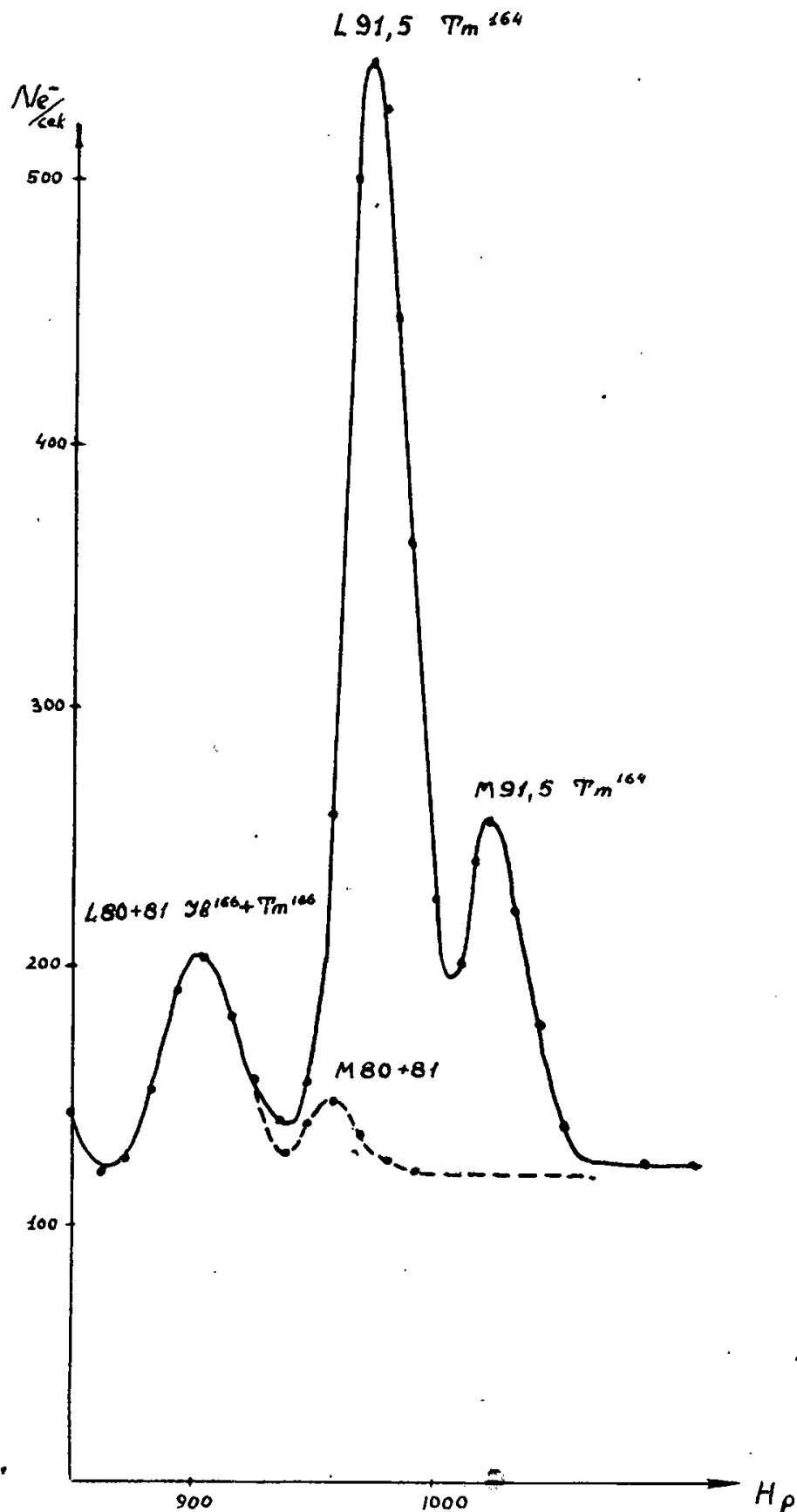


Рис.2. Конверсионная линия  $L 91,5 Tm^{164}$ .

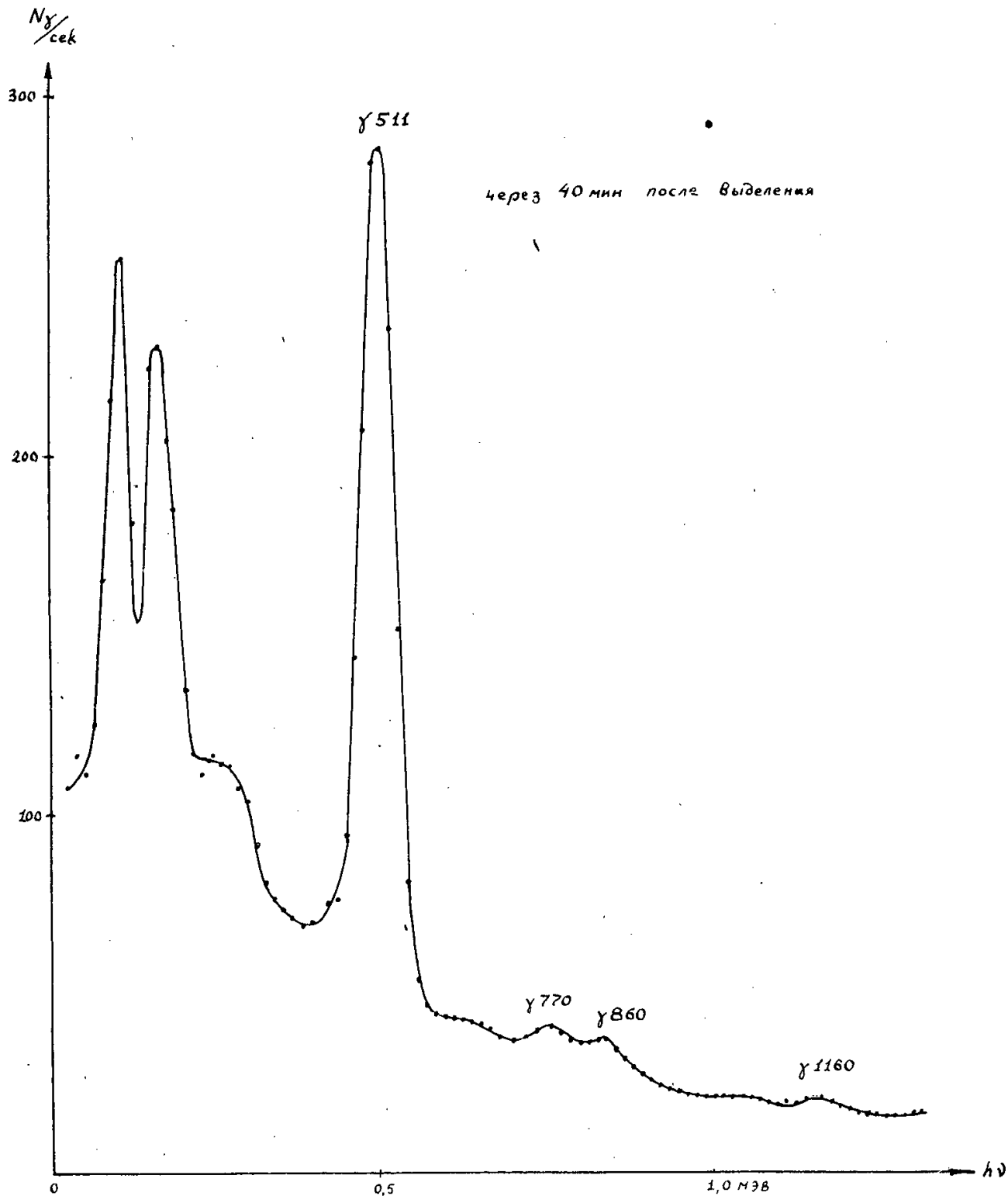


Рис.3.  $\gamma$  - спектр препарата  $Ув$  через 1 час после выделения.

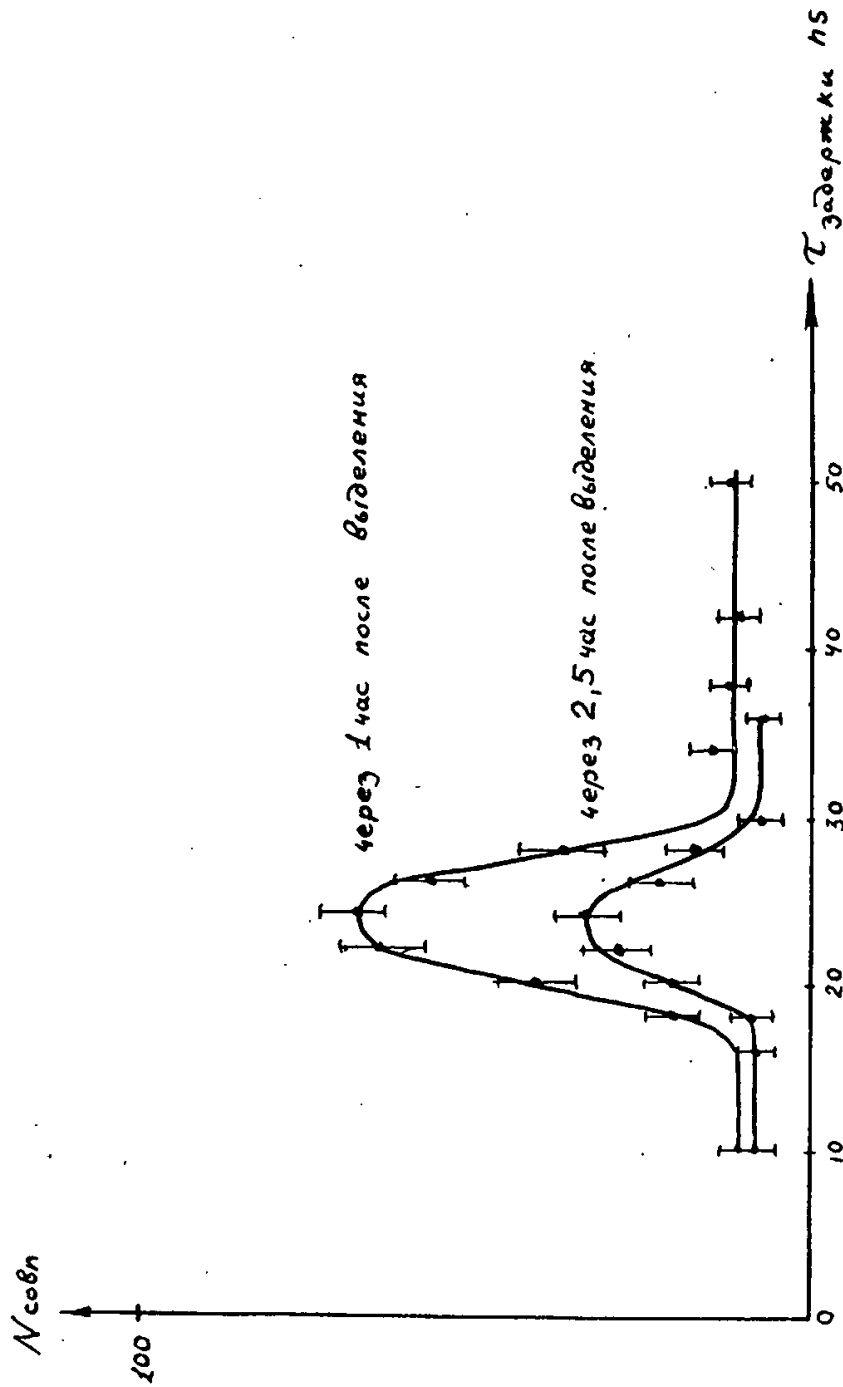


Рис.4. Совпадения конверсионных электронов L 91,5  $\mu m$  I64  
с  $\gamma$ -лучами аннигиляции.

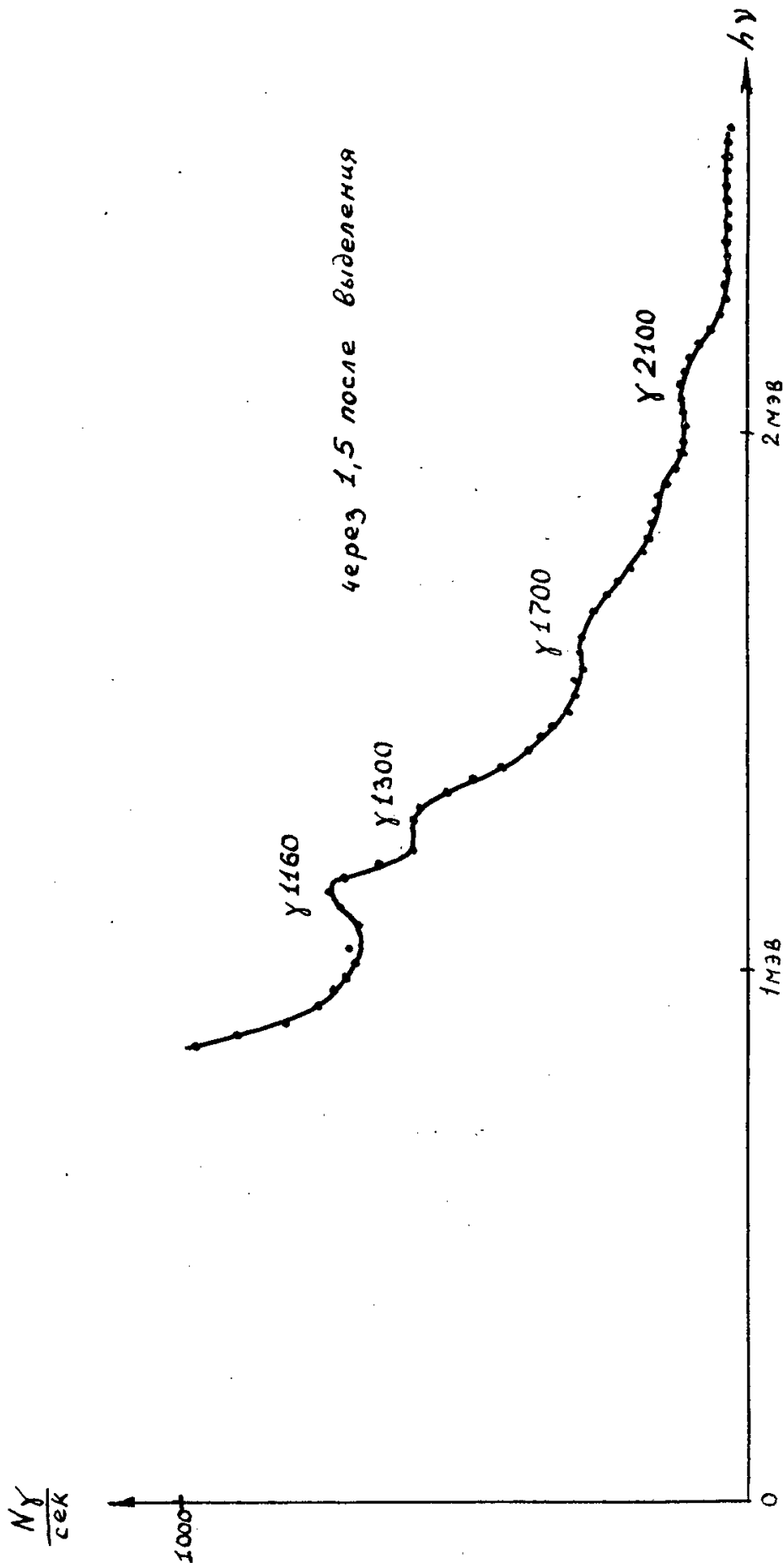


Рис.5.  $\gamma$  - спектр  $Tm$  164 в области энергий  
от 1 МэВ до 2,5 МэВ.

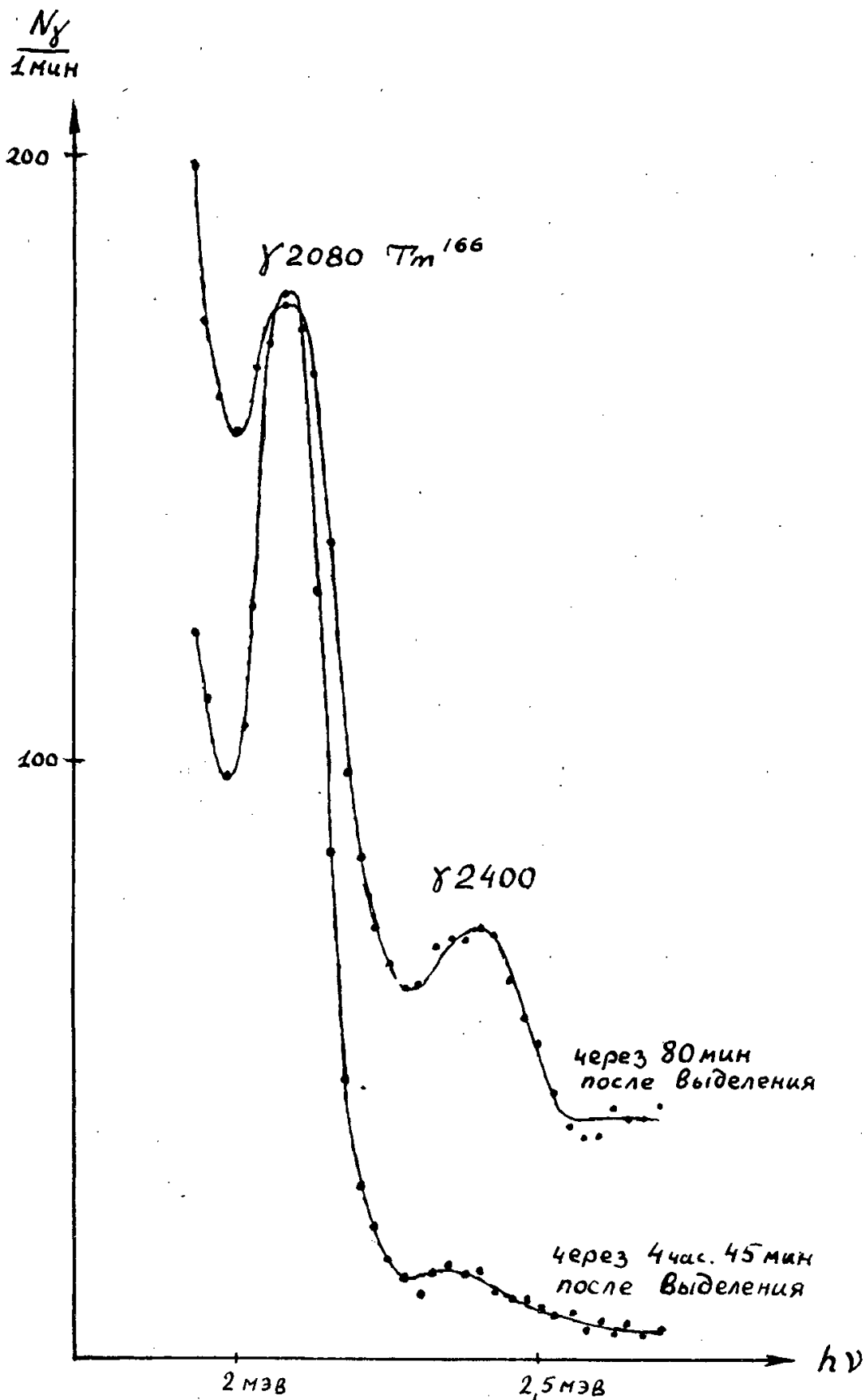


Рис.6.  $\gamma$  - лучи  $h\nu = 2400 \text{ кэВ}$ .

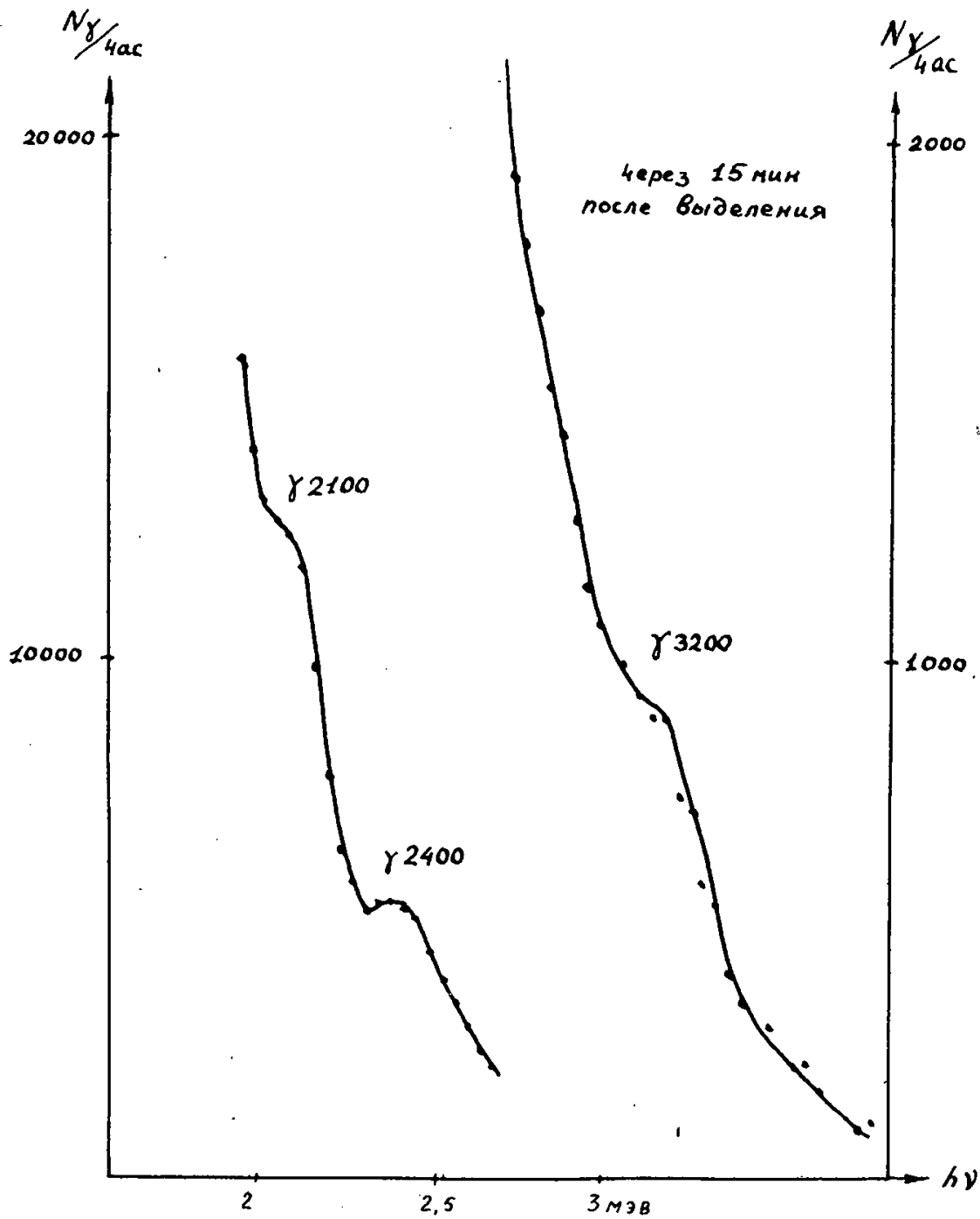


Рис.7.  $\gamma$  - лучи  $h\nu = 2400$  кэВ и  $h\nu = 3200$  кэВ.

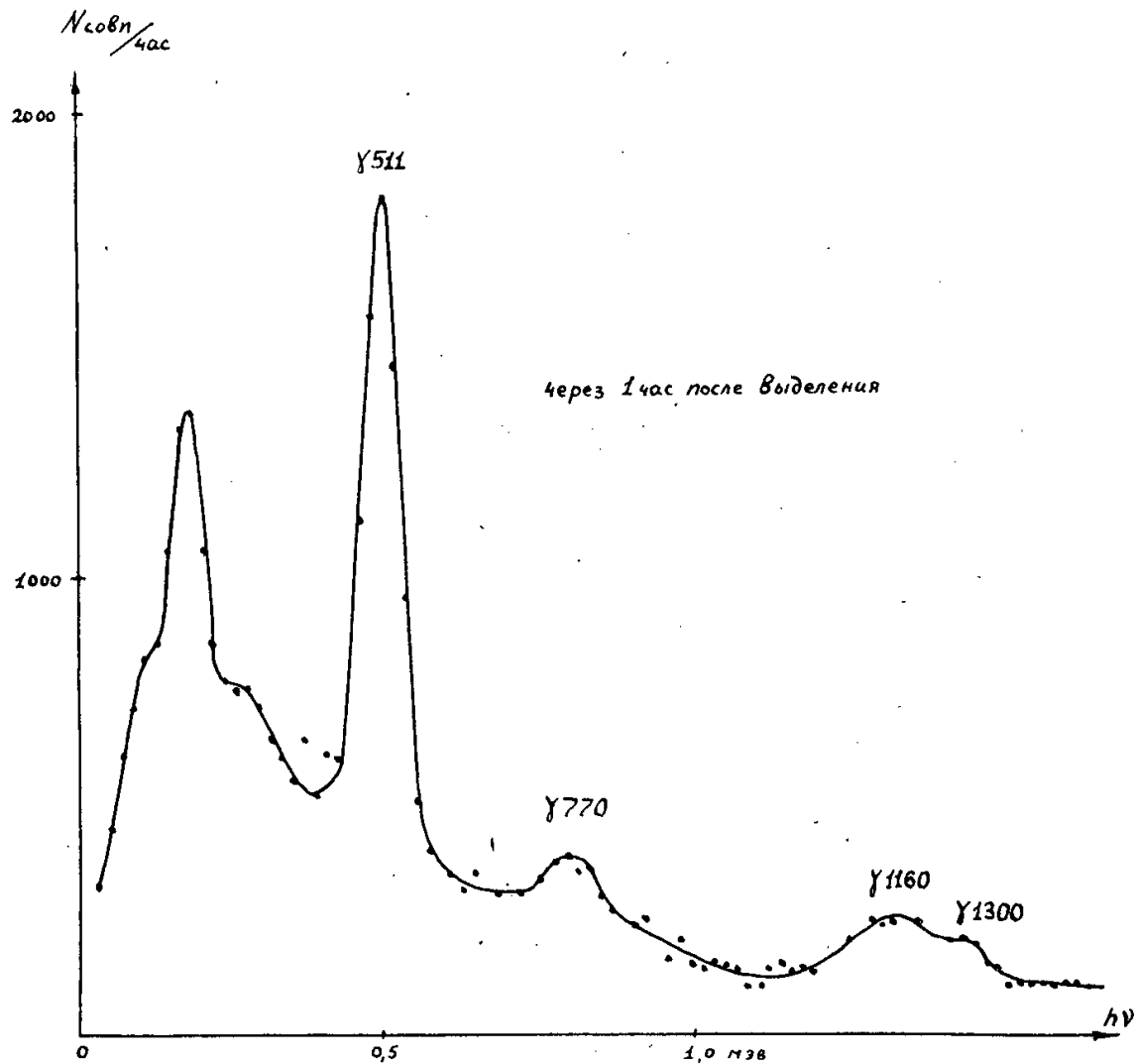


Рис. 8. Совпадения L 91,5 Tm 164 с  $\gamma$ -лучами 511 кэВ,  
770 кэВ, 1160 кэВ и 1300 кэВ.



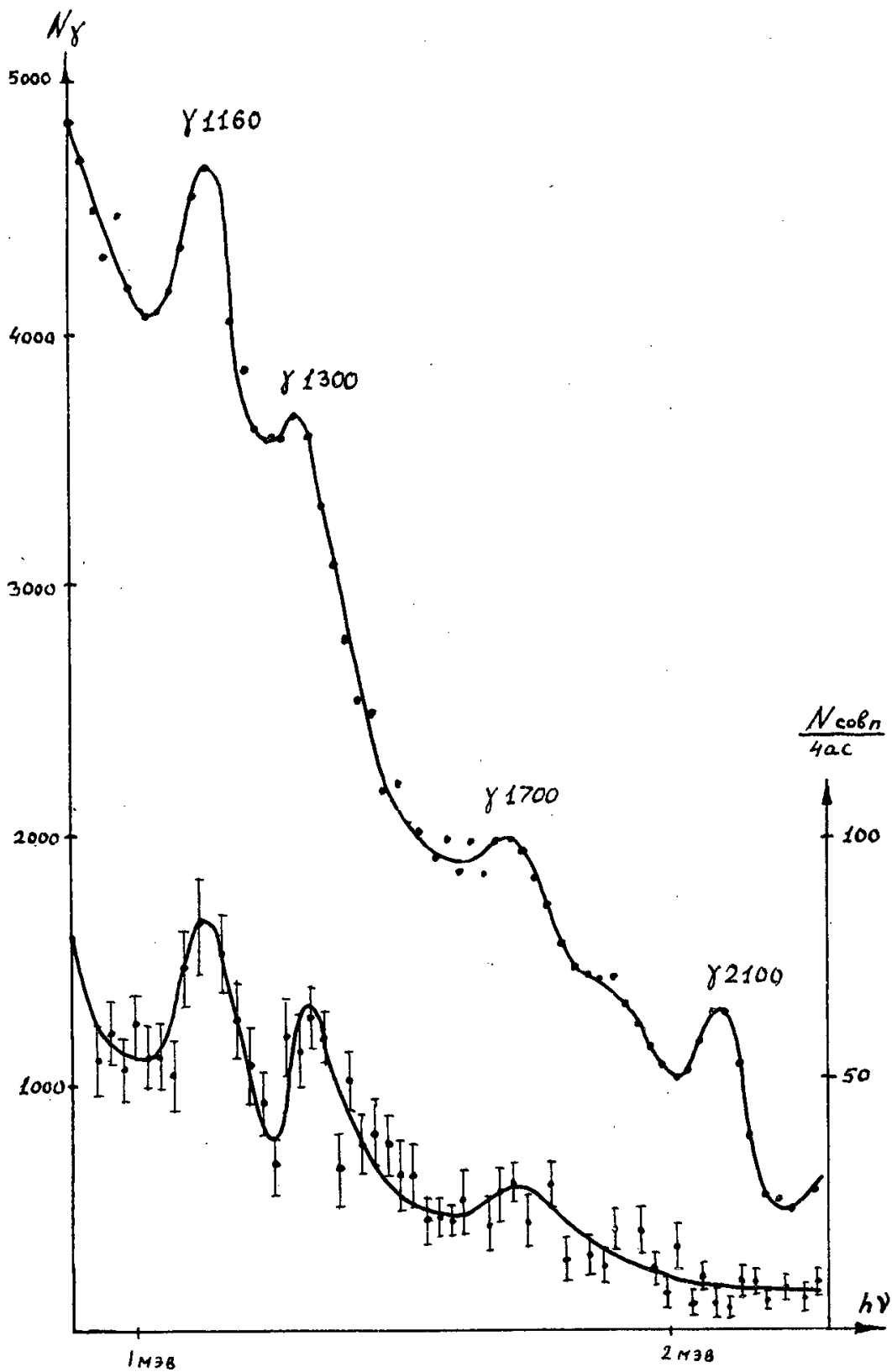


Рис. 9.  $\gamma$ -спектр и совпадения  $L 91,5 Tm 164$   
с  $\gamma$ -лучами 1160 кэв, 1300 кэв и 1700 кэв.

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ ОИЯИ  
ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Е.П. Григорьев, К.Я. Громов, В.Г. Калинин

О РАСПАДЕ  $\text{No}^{155}$

В работах Калямина и др. <sup>/1/</sup> и Далхсурена и др. <sup>/2/</sup> сообщалось об открытии изотопа  $\text{No}^{155}$  в продуктах реакции тантала с быстрыми протонами ( $E_p = 660$  Мэв), полученными на синхротронном ОИЯИ. Измеренный радиохимическим способом <sup>/2/</sup> период полураспада оказался равным  $46 \pm 3$  мин. Абдуразаковым и др. <sup>/3/</sup> был измерен спектр конверсионных электронов изотопов гольмия на магнитном  $\beta$  - спектрографе. В этом спектре были найдены  $L$ -,  $M$ - и  $N$  - линии перехода с энергией 39,55 кэв в  $\text{Dy}^{155}$ , который был отнесен к распаду  $\text{No}^{155} \rightarrow \text{Dy}^{155}$ .

Трудность идентификации изотопа, в котором происходит конверсионный переход, заключается в присутствии в препарате других изотопов  $\text{No}$ , среди которых есть  $\text{No}^{156}$ , распадающийся с близким периодом полураспада  $56 \pm 2$  мин <sup>/4,5/</sup>.

Нами исследовались  $L_I$ ,  $L_{II}$  и  $L_{III}$  - линии перехода 39,55 кэв на  $\beta$  - спектрометре с двойной фокусировкой с приборной разрешающей способностью 0,15%. Некоторое уширение линий происходило за счет толщины препарата. Все три наблюдаемые линии спадали с одинаковым периодом полураспада (рис.1). Среднее значение периода оказалось равным  $T_{I/2} = 51 \pm 2$  мин., что несколько выше значения  $46 \pm 3$  мин., полученного в работе <sup>/2/</sup>. По-видимому, прямой метод определения спада интенсивности конверсионных линий может дать большую точность, чем радиохимический метод многократных выделений дочернего изотопа  $\text{Dy}^{155}$ , примененный в <sup>/2/</sup>.

Соотношение интенсивностей  $l_1$ -,  $l_{II}$ - и  $l_{III}$  - линий, определенное по 7 сериям измерений, равно  $(1,55 \pm 0,10)$ :  
:  $(0,92 \pm 0,05):I$ . Эти значения можно сопоставить с теоретическими отношениями  $l_1 : l_{II} : l_{III}$  для различных мультипольностей и сделать заключение о мультипольности перехода. Из таблицы I видно, что найденное отношение не позволяет отнести переход 39,5 кэв к типу E1, хотя, если сделать предположение, что это чистый по мультипольности переход, то теоретические значения отношений для E1-перехода наиболее близки к наблюдаемым. Примесь M2, которая нередко наблюдается в E1-переходах, не улучшает согласия теории и опыта.

Таблица I

Сравнение экспериментальных отношений  $l_1/l_{III}$  и  $l_{II}/l_{III}$  с теоретическими значениями для перехода 39,5 кэв в  $\Phi y$  I<sup>55</sup>

Отношение	E1	E2	E3	M1	M2	M3	Опыт
$l_1/l_{III}$	1,44	0,008	0,012	62	2,4	0,32	$1,55 \pm 0,10$
$l_{II}/l_{III}$	0,72	0,79	0,86	5,9	0,20	0,035	$0,92 \pm 0,05$

Из таблицы I следует, что переход 39,5 кэв является смешанным, и его мультипольность M1+E2. Для определения состава смеси использовались теоретические значения коэффициентов конверсии для M1 и E2-переходов /6/. Они приведены в таблице 2.

Таблица 2

Теоретические значения коэффициентов конверсии для  
M1- и M2-переходов

$$E_{\gamma} = 39,5 \text{ кэВ}, \quad Z = 66$$

Оболочка	M1	E2
$L_I$	4,2	0,50
$L_{II}$	0,39	48,4
$L_{III}$	0,065	60

Вычисленные из различных отношений величины смеси  
 $\delta^2 = I_{E2} / I_{M1}$  оказались довольно близкими между собой.

Отношение  $L_I / L_{III}$  дало  $\delta^2 = 0,044 \pm 0,003$ ,

Отношение  $L_I / L_{II}$  -  $\delta^2 = 0,044 \pm 0,004$  и

отношение  $L_{II} / L_{III}$  -  $\delta^2 = 0,048 \pm 0,024$ .

Приведенная здесь погрешность включает экспериментальную ошибку при определении относительных интенсивностей линий. Учет возможной ошибки при вычислениях коэффициентов конверсии путем интерполирования может увеличить погрешность еще на 5-10%.

Неточность в коэффициентах конверсии за счет использования приближенных методов учета экранирования, составляющая 5%, увеличит нашу погрешность еще на 10-15%. Таким образом, величину смеси следует считать равной:

$$\delta^2 = 0,044 \pm 0,011.$$

По теоретическим значениям коэффициентов конверсии и экспериментальному значению  $\delta^2$  определен коэффициент конверсии на  $L$  - оболочке:

$$d_L = 9,1.$$

Считая отношение  $L/(M+N)$  равным  $\sim 3$  по аналогии с рядом других переходов /7/ получаем долю  $L$  - конверсионных электронов от полной интенсивности перехода:

$$I_L / I_{\text{полн}} = 0,7.$$

Но  $^{155}\text{Ho}$  превращается в радиоактивный изотоп  $^{155}\text{Dy}$ , период полураспада которого равен 10 часам. При распаде  $^{155}\text{Dy} \rightarrow ^{155}\text{Tb}$  возникает спектр  $\gamma$  - лучей, в котором наиболее интенсивный переход имеет энергию 227 кэВ и мультипольность Е1. Этот переход происходит в 55% случаев распада  $^{155}\text{Dy}$  /8/. Вскоре после распада  $^{155}\text{Ho}$  нами была измерена К - конверсионная линия перехода 227 кэВ  $^{155}\text{Dy}$ , что позволило определить число  $L$  - конверсионных электронов перехода 39,5 кэВ  $^{155}\text{Ho}$  на один акт распада. Интенсивность этой линии была приведена к моменту отделения гольмиевой фракции от диспрозиевой на хроматографической колонке по установленному нами периоду полураспада  $T_{1/2} = 51$  мин; и интенсивность К-линии 227 кэВ  $^{155}\text{Dy}$  по сложной кривой распада также была приведена к тому же начальному времени. Отношение их интенсивностей равно 0,08. Учтя долю распадов через переход 227 кэВ и взяв теоретический коэффициент конверсии  $d_K = 0,028$ , а также периоды полураспада обоих изотопов, мы получили, что число  $L$  - кон-

версионных электронов на распад  $\text{No}^{155}$  составляет 0,10, и через переход 39,5 кэв идет  $\sim 14\%$  распадов  $\text{No}^{155}$ . Учитывая возможные ошибки в определении интенсивностей линии, периода полураспада и времени выделения, следует считать, что погрешность в определении этой величины составляет  $< 30\%$ .

В этом же источнике была обнаружена самая сильная  $K$ -линия конверсионного спектра  $\text{Dy}^{157}$  перехода с энергией 327 кэв. Ее интенсивность на время выделения фракции гольмия составляла 2% от интенсивности линии  $K-227 \text{Dy}^{155}$ . В препаратах диспрозия, полученных в аналогичных условиях, ее интенсивность в 50 раз больше. Можно предполагать, что присутствие линии  $\text{Dy}^{157}$  связано с распадом неизвестного пока изотопа  $\text{No}^{157}$ , если его период полураспада составляет 10-20 минут. Однако нельзя исключить возможность присутствия  $\text{Dy}^{157}$  в гольмиевой фракции в виде примеси.

Авторы благодарны химикам радиохимического отдела ОИЯИ за выделение радиоактивных изотопов гольмия.

Примечание при корректуре

При изучении фракции  $Ho$  одним из авторов (Е.П.Г.) совместно с М.П.Авотиной измерены  $K$ -конверсионные линии  $\gamma$ -переходов с энергией 115,4, 136,2, 162,8 кэв. Их интенсивность убывала с периодом  $42 \pm 2$  мин, что позволяет отнести эти переходы к распаду  $Ho^{155}$ . Требуется объяснение довольно большого периода убывания интенсивности  $L_I^-$ ,  $L_{II}^-$  и  $L_{III}^-$  - линий перехода 39,5 кэв.

Л и т е р а т у р а

1. А.В. Калямин, И.Ю. Левенберг, В.А. Яковлев. Атомная энергия, 6, 582 (1959).
2. Б. Далхсурен, И.Ю. Левенберг, Ю.В. Норсеев, В.Н. Покровский, С.С. Хойнацкий. Атомная энергия, 8, 248 (1960).
3. А.А. Абдуразаков. Доклад на 13-м ежегодном совещании по ядерной спектроскопии в Киеве (1963).
4. К.Я. Громов, Б.С. Желепов, Зыонг Чонг Бай, В.Г. Чумин. Материалы 2-го совещания по нейтронодефицитным изотопам, т.3, 37, Дубна (1959).
5. Е.П. Григорьев, Б.С. Желепов. ДАН СССР, 135, 564 (1960).
6. Гамма-лучи. Изд. АН СССР, 1961, стр. 398.
7. М.А. Листенгартен. Изв. АН СССР, сер. физ., 22, 759 (1958).
8. Я. Урбанец, И. Кайфощ, И. Звольский, А. Новгородов. Препринт ОИЯИ Р-1178, Дубна, 1962.



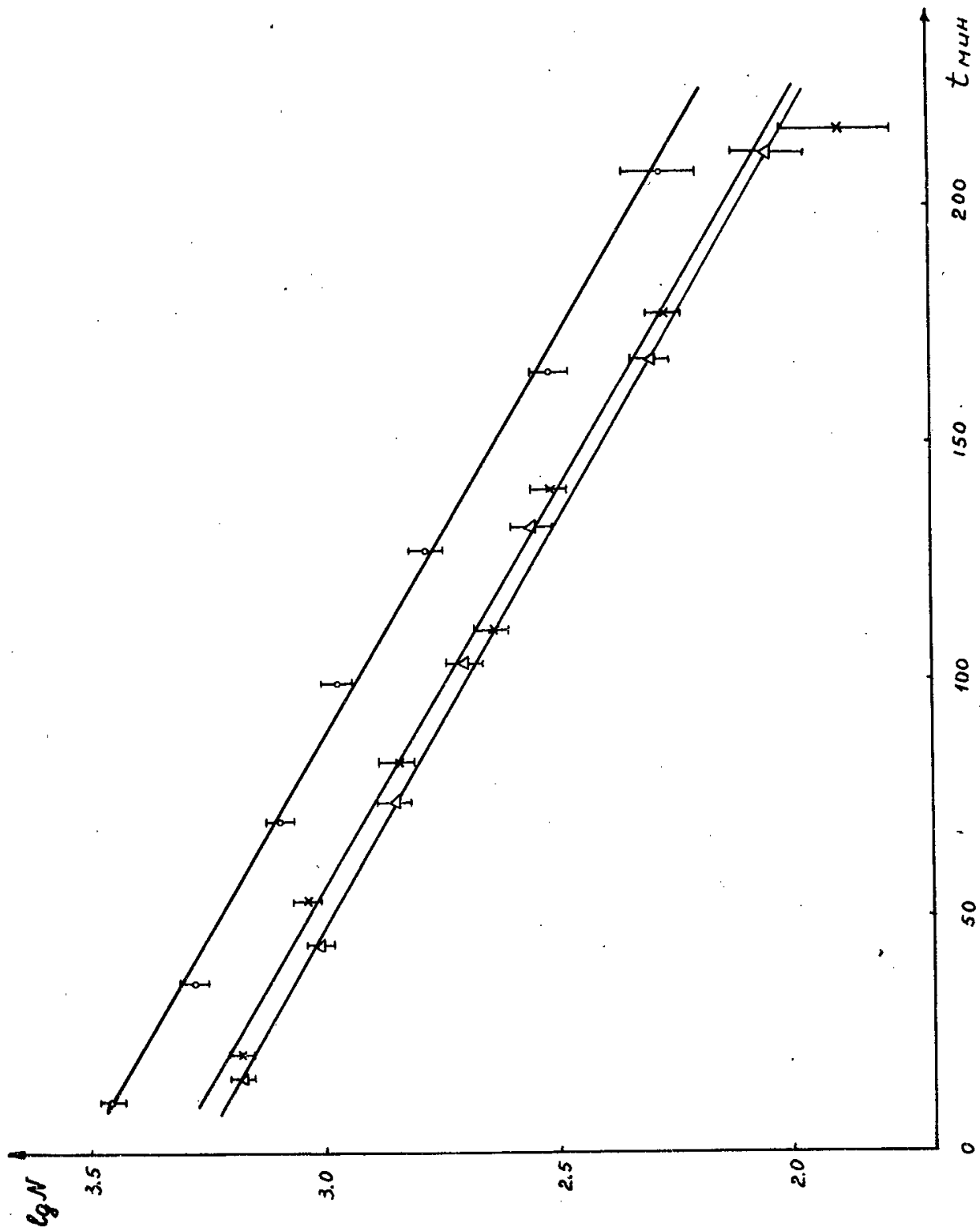


Рис. I. Кривые спада интенсивности  $L_I$ ,  $L_{II}$  и  $L_{III}$  - линий перехода 39,5 кэВ  $No^{155}$ .  $\bullet$  -  $L_I$ ,  $\Delta$  -  $L_{II}$ ,  $\times$  -  $L_{III}$ .  $T_{1/2} = 51 \pm 2$  мин.

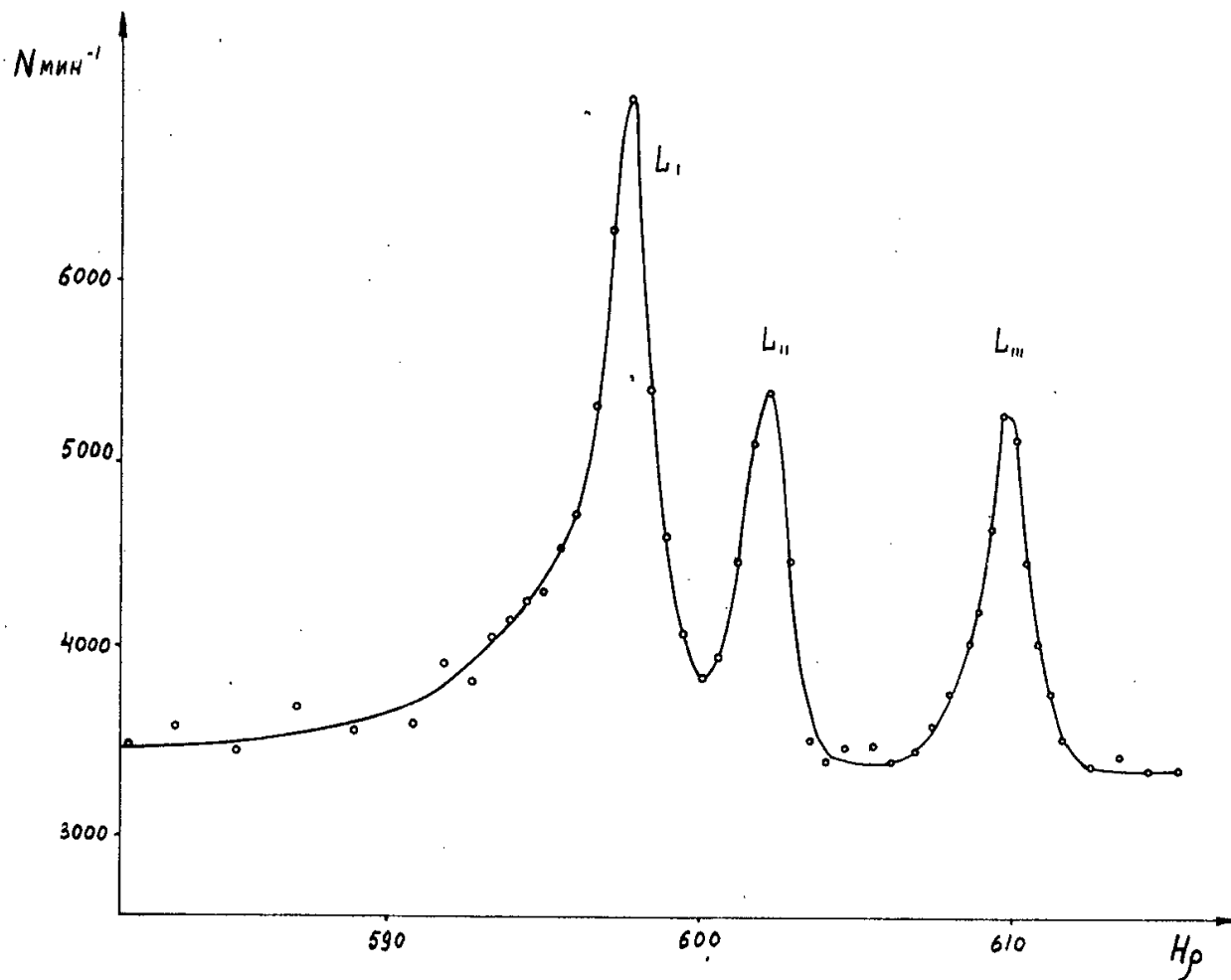


Рис.2.  $L_I$ ,  $L_{II}$  и  $L_{III}$  - линии перехода 39,5 кэв  
Po  $^{210}$ . Спектр снят через 2 часа после начала измерений.  
Введена поправка на период полураспада Po  $^{210}$ .

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ ОИЯИ  
ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ АН КАЗАХСКОЙ ССР

А.С. Басина, К.Я. Громов, Б.С. Джелелов, Д. Енчев, Ж. Желев,  
В.А. Морозов, А.Ф. Новгородов

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЗИТРОННОГО СПЕКТРА  $Dy^{155}$

Позитронное излучение препарата диспрозия, выделенного из продуктов расщепления тантала быстрыми протонами, изучено впервые в работе Джелелова и др. <sup>/1/</sup> на  $\beta$  - спектрометре с трехкратной фокусировкой.

Обнаруженный  $\beta^+$  - спектр с граничной энергией (850±50) кэВ по периоду полураспада был отнесен к  $Dy^{155}$ .

На основании изучения спектра конверсионных электронов была предложена предположительная схема распада  $Dy^{155}$ , где  $\beta^+$  - распад с граничной энергией 850 кэВ был направлен в основное состояние  $TB^{155}$ .

В последующих работах <sup>/2-5/</sup> продолжалось подробное исследование схемы распада  $Dy^{155}$ .

На основе определения интенсивности  $\gamma$  - лучей и совпадений с  $\gamma$  - квантами перехода 227 кэВ  $Dy^{155}$  Урбанец и др. <sup>/6/</sup> пришли к заключению, что  $\beta^+$  - распад с граничной энергией 850 кэВ происходит на уровень 227 кэВ  $TB^{155}$ , и оценили  $\log ft$  для этого распада:  $\log ft = 6,3 \pm 0,2$ .

В настоящей работе поставлена задача:

I. Доказать, что  $\beta^+$  - спектр, наблюдавшийся <sup>/1/</sup>, принадлежит  $Dy^{155}$ .

2. Определить отношение числа позитронов к числу  $K$ -электронов перехода 227 кэв  $Dy^{155}$ .

3. Установить, на какой из уровней  $TB^{155}$  происходит  $\beta^+$ -распад с граничной энергией 850 кэв.

В измерениях мы использовали препарат чистого  $Dy^{155}$ , полученный следующим путем: из тантала, облученного протонами, выделяли фракцию гольмия, содержащую родительский  $No^{155}$  в числе других нейтронодефицитных изотопов  $No$  с массовыми числами от 164 до 155. Затем, после накопления  $Dy^{155}$  ( $No^{155}$  45 мин  $Dy^{155}$ ), выделяли  $Dy$  из  $No$ . Поскольку изотопы гольмия с массовыми числами 164-158 и 156 распадаются в стабильные изотопы диспрозия, а о существовании  $No^{157}$  пока неизвестно, то результатом повторного выделения является чистый  $Dy^{155}$ , что подтверждается исследованием спектра конверсионных электронов препарата, полученного таким образом <sup>15/</sup>.

А. Определение отношения числа позитронов к числу электронов  $K$  - конверсионной линии перехода с энергией 227 кэв.

В этих опытах, проведенных с помощью  $\beta$ -спектрометра с трехкратной фокусировкой, нами была использована двойная счетчиковая камера в режиме двойных совпадений. Обе пленки, находящиеся одна на входном окне, а другая на задней стенке первого счетчика, пропускали позитроны с энергией около 20 кэв при регистрации совпадений между двумя счетчиками. Поэтому область искажения спектра в этих условиях не превышает 130 кэв. Разрешающая способность спектрометра 1,7%. На рис.1 приведены позитронный спектр  $Dy^{155}$  с  $E_{cp} = 860$  кэв и  $K$  - конверсионная линия перехода с  $h\nu = 227$  кэв. Отношение  $\frac{S_{\beta^+860}}{S_{K227}} = 0,82 \pm 0,10$ .

Б. Совпадения позитронов с  $\gamma$  - лучами  $h\nu = 227$  кэв. Измерения совпадений проводились с помощью быстро-медленной схемы  $\beta - \gamma$  - совпадений ( $2\tau = 7.9 \cdot 10^{-8}$  сек). В  $\beta$  - ветви был использован линзовый  $\beta$  - спектрометр с винтовыми диафрагмами, которые позволяли отделить позитроны от электронов конверсии и наблюдать  $\beta^+$  - спектр с граничной энергией  $(860 \pm 40)$  кэв.  $\gamma$  - спектрометр регистрировал  $\gamma$  - лучи с энергией до 300 кэв. В одиночном  $\gamma$  - спектре был четко виден интенсивный пик с энергией  $h\nu = 227$  кэв.

При измерении спектра совпадений  $\beta$  - спектрометром выделяли позитроны с энергией 400 кэв, соответствующей максимуму  $\beta^+$  - спектра. Спектр совпадений регистрировался многоканальным анализатором АИ-100.

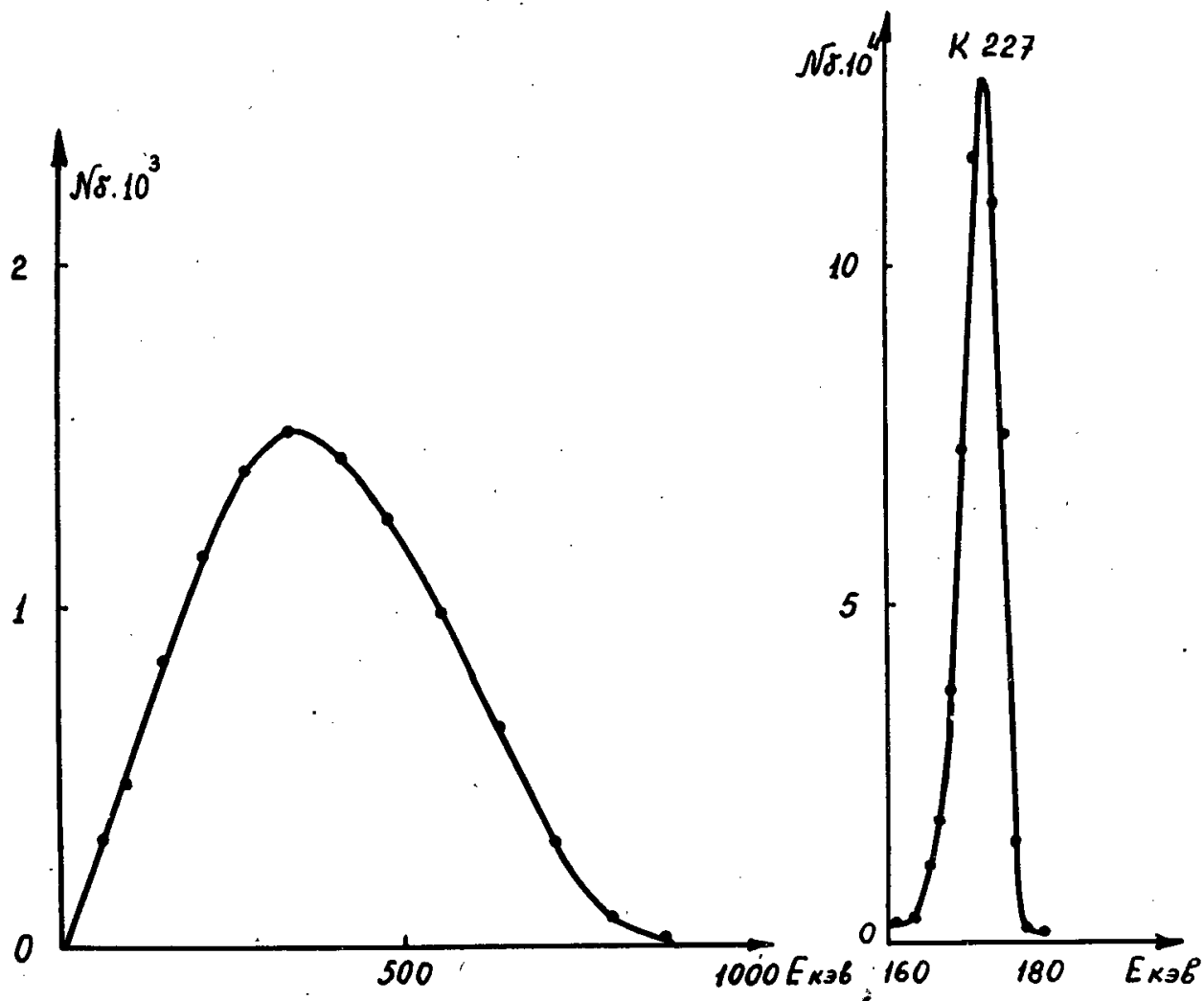
Интенсивность наблюдаемых совпадений  $\beta^+$  (400 кэв) +  $\gamma$  227 позволяет сделать вывод, что  $(70 \pm 30)\%$   $\beta^+$  - распадов  $Dy^{155}$  происходит на уровень  $J\bar{B}^{155}$  с энергией 227 кэв.

Таким образом, из наших данных следует, что  $\beta^+$  - спектр с граничной энергией 860 кэв, несомненно, принадлежит  $Dy^{155}$ . Полученное нами значение  $\log ft = 6,2$  хорошо подтверждает данные работы /6/.

Л и т е р а т у р а

1. Б.Джелепов, О.Крафт, Б.Преображенский, Г.Юшкевич.  
Изв. АН СССР, сер.физ., 22, 208 (1958).
2. K.S.Toth, J.O.Rasmussen, Phys.Rev., 115, 150 (1959).
3. Е.Григорьев, Б.Джелепов, В.Звольска, И.Звольский, И.Адам,  
В.Халкин. Материалы III совещания по нейтронодефицитным изо-  
топам, т. I, стр.209. Препринт ОИЯИ Р-613, Дубна, 1960.
4. Б.Джелепов, И.Звольский, В.Сергиенко. Материалы III совещания  
по нейтронодефицитным изотопам, т.2, 150. Препринт ОИЯИ  
Р-712, Дубна, 1961.
5. Б.Джелепов, В.Звольска, И.Звольский. Программа и тезисы  
докладов XII ежегодного совещания по ядерной спектроскопии  
в Ленинграде, 1962.
6. Я.Урбанец, И.Кайфощ, И.Звольский, А.Новгородов. Препринт ОИЯИ  
Р-1178, Дубна, 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел  
28 ноября 1963 г.



Р и с. I.  $\beta^+$ -спектр  $Dy^{155}$  и K-конверсионная линия  
 $h\nu = 227$  кэВ.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3446. Тираж 350. Декабрь 1963 г.  
Техн. ред. Н.Н.Зрелова.





ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Э. Ложински



STAT

НЕКОТОРЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ  
ПО УГЛОВОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ  
В РЕАКЦИЯХ ПЕРЕДАЧИ  
С ИОНАМИ  $Ne^{20}$  И  $A^{40}$

Дубна 1963

Ложински Э.

НЕКОТОРЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО УГЛОВОМУ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЮ В РЕАКЦИЯХ ПЕРЕДАЧИ  
С ИОНАМИ  $Ne^{20}$  И  $A^{40}$

Препринт Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна.1963 .

E.Łożyński

Experiments on Angular Distribution in the Transfer Reactions with  $Ne^{20}$  and  
 $A^{40}$  Ions .

Preprint, Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna 1963

Э. Ложински



STAT

НЕКОТОРЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ  
ПО УГЛОВОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ  
В РЕАКЦИЯХ ПЕРЕДАЧИ  
С ИОНАМИ №<sup>20</sup> И А<sup>40</sup>

Направлено в ЖЭТФ

Дубна 1963

А н н о т а ц и я

Для исследования угловых распределений реакций многонуклонных передач при взаимодействии сложных ядер был применен метод гаммаспектроскопии. Идентификация конечных продуктов реакции производилась по характерным гамма-лучам и периоду полураспада. Эксперименты проводились на циклотроне для ускорения тяжелых ионов ОИЯИ.

Для отделения конечных продуктов реакции передачи от продуктов распада составного ядра применялся угловой сборник, сложенный из трех фольг - алюминиевой и 2-х золотых.

В результате опытов были получены угловые распределения для следующих реакций срыва и подхвата:  $(Ne^{20}, -d)F^{18}$ ,  $(Ne^{20}, +p+3n)Na^{24}$ ,  $(Ne^{20}, +d)Na^{22}$ . В качестве мишени использовались  $Cu^{63,65}$ ,  $Rh^{103}$ ,  $Ta^{181}$ ,  $Au^{197}$ , и  $U^{238}$ . При облучении ионами  $A^{40}$  мишени из  $Au^{197}$  наблюдались угловые распределения для реакции  $(A^{40}, -p)Cl^{39}$ ,  $(A^{40}, -2p)S^{38}$ ,  $(A^{40}, +n)A^{41}$  и  $(A^{40}, +p+2n)K^{43}$ .

Полученные угловые распределения показывают сильную зависимость от  $Z$  ядра мишени, типа реакции /срыв-подхват/ и числа передаваемых частиц. Делается попытка интерпретации представленных результатов с помощью двух механизмов реакции передачи.

Abstract

A gamma-spectroscopy method was applied for investigating the angular distributions of the multinucleon transfer reactions in the interaction of complex nuclei. The end reaction products were identified both by characteristic gamma-rays and the half-life. The experiments were carried out on the heavy ion cyclotron of the Joint Institute for Nuclear Research.

To separate the end products of the transfer reaction from those of the compound nucleus decay we used a ring-shaped catcher foil consisting of three foils - one aluminium and two golden ones.

The angular distributions have been obtained for the following stripping and pick-up reactions  $(Ne^{20}, -d)F^{18}$ ,  $(Ne^{20}, +p+3n)Na^{24}$ ,  $(Ne^{20}, +d)Na^{22}$ .

As a target we used  $Cu^{63,65}$ ,  $Rh^{103}$ ,  $Ta^{181}$ ,  $Au^{197}$  and  $U^{238}$ . In bombarding  $Au^{197}$  target with  $A^{40}$  ions, there were observed the angular distributions for the reactions  $(A^{40}, -p)Cl^{39}$ ,  $(A^{40}, -2p)S^{38}$ ,  $(A^{40}, +n)A^{41}$  and  $(A^{40}, +p+2n)K^{43}$ .

The angular distributions obtained point to a strong dependence on  $Z$  of the target nucleus, of the type of reaction (stripping-pick up) and of the number of particles transferred. An attempt is made to interpret the obtained results by two mechanisms of the transfer reactions.

### В в е д е н и е

Угловые распределения в реакциях передачи нуклонов при взаимодействии между сложными ядрами исследовались экспериментально в ряде работ<sup>/1-8/</sup>. В основном в этих работах рассматривалась передача одного нейтрона в разных условиях эксперимента. Авторами было показано, что передача одного нуклона для энергии налетающих ионов, заметно меньшей кулоновского барьера, сравнительно хорошо описывается туннельным механизмом Брейта и Эбеля<sup>/9/</sup>.

С ростом энергии налетающих частиц выше кулоновского барьера существенную роль в определении траектории иона в актах передачи играет ядерный потенциал<sup>/10-13/</sup>, что приводит к уменьшению требуемого теорией туннельного механизма наклона кривых сечения в представлении  $d\sigma/dR_{min}$ .

Включающиеся поглощения налетающих частиц при касательных столкновениях, а также общие квантово-механические свойства процесса рассеяния сильно ограничивают применимость "классической" туннельной теории для случая надбарьерных частиц.

Угловые распределения в реакциях передачи одного нуклона для энергии налетающих ионов выше кулоновского барьера, кроме максимума, связанного, вероятно, с барьерным процессом, имеют второй максимум при малых углах. В случае энергий, значительно превосходящих кулоновский барьер, и легких мишеней максимум в угловых распределениях появляется при малых углах и спадает примерно экспоненциально к большим углам. Эти особенности угловых распределений при передачах одного нуклона легкому ядру могут быть качественно описаны с помощью квазиклассических теорий<sup>/10-12/</sup>. Однако эти теории пока не включают в себя явно механизма реакции и структуры поверхностей касающихся ядер. Число парциальных волн и соответствующая форма вероятности передачи в канале  $l$  выбираются в значительной степени произвольно.

В работах<sup>/4,5/</sup> исследовалась зависимость углового распределения от передачи нуклонов на разные конечные уровни. При этом существенного различия в угловых распределениях не наблюдалось. В этом нет ничего неожиданного, т.к. различие в значениях передаваемого момента, составляющее 2-3 единицы  $\hbar$ , мала по сравнению с угловым моментом налетающего ядра порядка нескольких десятков единиц.

В случае передачи нескольких нуклонов общая картина процесса пока не очень ясна. Из модели передачи независимых частиц в скользящих соударениях, предложенной Кауфманом и Вольфгангом, а также из экспериментов, проведенных авторами, следует положение максимума при малых углах. С тем, что модель универсальна, можно не согласиться, особенно для случая тяжелых мишеней. Передача нескольких нуклонов может идти в виде ассоциированных групп, что может привести к барьерным процессам, похожим на передачу одного нуклона. /Максимум для реакции срыва нескольких частиц, отвечающий углу Резерфорда, получен в работе<sup>/3/</sup>. Независимая передача нескольких нуклонов /в<sup>/3/</sup>, по-видимому, не меньше двух/ может реализоваться с заметной вероятностью при больших перекрытиях поверхностных слоев ядер. При этом действие ядерного потенциала будет сильным<sup>/10/</sup>, что исключает возможность появления максимума в угловом распределении, отвечающего движению частиц по Резерфордовской траектории с  $\gamma_0 \approx 1,4\phi$ .

В начале этого года Г.Н. Флеровым и автором настоящей работы была поставлена проблема исследования угловых распределений в реакциях передачи в зависимости от типа реакции /срыв-подхват/, числа передаваемых частиц и  $Z$  ядра мишени. На основе модельных представлений и предыдущих экспериментальных данных можно было ожидать, что разница в ходе угловых распределений в поставленном эксперименте будет заметна.

Для идентификации и определения сечения образования продуктов реакции был применен метод гамма-спектроскопии. Некоторым преимуществом этого метода является возможность его применения для идентификации продуктов с массой больше 20. Трудность исследования передачи нуклонов на разные уровни конечных продуктов является недостатком этого метода. Наличие изомерных состояний ядер-продуктов также может иногда усложнять интерпретацию полученных результатов.

### Э к с п е р и м е н т а л ь н а я часть

Среди легких ядер с  $A \sim 20$  удобным для регистрации методом гамма-спектроскопии являются  $F^{18}$ ,  $Na^{24}$  и в меньшей степени  $Na^{22}$ . В случае массы, близкой к 40, удобными являются  $A^{41}$ ,  $Cl^{39}$ ,  $S^{38}$ ,  $K^{43}$ . При облучении мишеней ионами  $Ne^{20}$  и  $A^{40}$  эти ядра образуются с достаточно большим сечением, что позволяет применить метод гамма-спектроскопии для исследования угловых распределений многонуклонных реакций передачи.

Спектроскопические данные конечных продуктов для изученных реакций передачи суммирует таблица 1.

Т а б л и ц а 1

Р е а к ц и я	Т и п распада	$T_{1/2}$	$E_{\gamma}^*$ (Кэв)	$E_{\gamma}$ (Кэв)	$f_{\gamma}^*$
$(Ne^{20}, -d)F^{18}$	$\beta^+$	112 м	511	-	2
$(Ne^{20}, +d)Na^{22}$	$\beta^+, K$	2,6 г	511	1275	1,8
$(Ne^{20}, p+3n)Na^{24}$	$\beta^-, и.т.$	15 ч	1370	2750	1
$(A^{40}, +n)A^{41}$	$\beta^-$	110 м	1290	-	0,99
$(A^{40}, -p)Cl^{39}$	$\beta^-$	56 м	1520	1270, 240	0,29
$(A^{40}, -2p)S^{38}$	$\beta^-$	2,85 ч	1880	-	0,7
$(A^{40}, p+2n)K^{43}$	$\beta^-$	22,5 ч	600	370, 390	0,47

Приведенные времена периодов полураспада и энергии гамма-линий ( $E_{\gamma}$ ) являются табличными данными. Звездочкой обозначены гамма-линии, по которым определялось сечение угловых распределений. Коэффициенты, определяющие число гамма-квантов на один распад материнского ядра были взяты из /14,15/ или вычислены на основе относительных интенсивностей.

Облучения проводились на внутреннем пучке циклотрона. Схема устройства, которое использовалось в экспериментах, показана на рис. 1. Пунктирной прямой /8/ обозначено направление пучка тяжелых ионов и одновременно ось цилиндрического сосуда, в котором укладывалась система сборных фольг.

Сборником конечных продуктов реакций была 15  $\mu$  золотая фольга /5/ в случае облучения ионами  $Ne^{20}$  и 16  $\mu$  платиновая фольга для ионов  $A^{40}$ . Чистота материала сборных фольг в обоих случаях была 99,99%. Назначение двух первых фольг /3/ и /4/, тонкой алюминиевой /от 5 до 15  $\mu$  в разных экспериментах/ и золотой 5  $\mu$  состояло в защите сборной фольги от продуктов составного ядра и задержании продуктов реакции с энергией ниже установленной. Толщина алюминиевых фольг /3/ подбиралась так, чтобы независимо от угла вылета определенного регистрируемого продукта реакции его энергия отвечала примерно постоянной средней величине  $Q$  реакции /20,21/.

Собирающие фольги из золота применялись для исключения вторичных реакций /из-за высокого кулоновского барьера/.

Для регистрации продуктов ядер пучка в диапазоне углов от  $5^{\circ}$  до  $85^{\circ}$  мишень /2/ диаметром 5 мм была установлена под углом  $30^{\circ}$  к оси сборного цилиндра. Во время облучения коллектор тока /7/, корпус цилиндрического сосуда и коллиматор пучка /1/ охлаждались водой.

Собирающие фольги перед облучением были маркированы и частично надрезаны на куски, отвечающие диапазону углов  $7,5^\circ$ . Первые два куска при малых углах отклонения продуктов реакции резались шириной  $3,8^\circ$ . После облучения отдельные куски собирающей фольги зажимались между алюминиевыми пластинами толщиной 1 мм для полной аннигиляции позитронов, после чего проводились измерения на сцинтилляционном гамма-спектрометре.

Данные спектрометра следующие:

кристалл -  $NaJ(Tl) - 1,5'' \times 1''$ ,  
фотоумножитель - 6097 F,  
анализатор амплитуды - АИ-100.

Счётчик гамма-квантов помещен в свинцово-железный ящик размером  $500 \times 500 \times 500$  мм и толщиной стенок 60 мм. Общая разрешающая способность спектрометра равна примерно 8% для гамма-линии  $Cs^{137} / 662$  кэВ/. Счетчик был калиброван для абсолютных измерений гамма-активности путём вычислений относительной эффективности на электронно-счетной машине и измерений отношения пик-сумма с точностью не хуже 3%.

Во время измерений калибровка энергии проводилась с помощью гамма-линий изотопов  $Zn^{65}$ ,  $Cs^{137}$  и  $Co^{60}$ .

Полученные гамма-спектры анализировались методом, описанным в <sup>16,19/</sup>

Для всех конечных продуктов реакции /  $F^{18}$ ,  $Na^{24}$ ,  $A^{47}$ ,  $Cl^{39}$ ,  $S^{38}$  и  $K^{43}$  / проводился анализ спада со временем характерных гамма-линий для каждого куска. Получалось хорошее согласие с табличными данными как по полупериоду, так и по энергии гамма-лучей. Интенсивность гамма-линий  $Na^{24}$ ,  $Cl^{39}$ ,  $S^{38}$ ,  $K^{43}$  в среднем на порядок превышала фон счетчика, и активацию собирающих фольг быстрыми нейтронами и тормозными излучениями.

В случае  $F^{18}$  и  $A^{47}$  эффект превышал фон более чем на два порядка.

Число отсчетов в фото-пике данного продукта в момент окончания облучения бралось из графиков временного спада активности путем экстраполяции. Экспериментальная величина сечения на единицу угла определялась по формуле:

$$\frac{d\sigma}{d\varphi} = \frac{2 \cdot A_k \cdot t_k}{[1 - \exp(-\lambda t_k)] \cdot f_6 \cdot \epsilon \Omega R \cdot N_i \cdot M_T(\Delta\varphi)} \left( \frac{cm^2}{1^\circ} \right),$$

где:  $A_k$  - число отсчетов в фото-пике в момент окончания облучения в единицу времени,  $t_k$  - время облучения,  $\lambda$  - константа распада,  $f_6$  - коэффициент, определяющий ветвь гамма-перехода,  $\epsilon \Omega R$  - эффективность регистрации гамма-квантов /фото-пика/ с данной энергией,  $N_i$  - число ионов, прошедших через мишень,  $M_T$  - число ядер мишени /  $1 cm^2$  /,  $\Delta\varphi$  - угловая ширина данного куска. Коэффициент 2 в числителе определяется геометрией экспери-



медь /применялась для получения цилиндрического сборника/. В нескольких облучениях ионами  $Ne^{20}$  и  $Ar^{40}$  были получены угловые распределения для следующих реакций срыва и подхвата:  $(Ne^{20}, -d)F^{18}$ ,  $(Ne^{20}, p+3n)Na^{24}$ ,  $(Ne^{20}, d)Na^{22}$ . С пучком ионов  $Ar^{40}$  и мишенью  $Au^{197}$  были изучены реакции:  $(Ar^{40}, -p)Cl^{39}$ ,  $(Ar^{40}, -2p)S^{38}$ ,  $(Ar^{40}, n)Ar^{41}$ ,  $(Ar^{40}, p+2n)K^{43}$ . В случае  $Ne^{20}$  в одном облучении определялись одновременно угловые распределения трех конечных продуктов:  $F^{18}$ ,  $Na^{24}$  и  $Na^{22}$ , в случае  $Ar^{40}$  для четырех:  $S^{38}$ ,  $Cl^{39}$ ,  $Ar^{41}$  и  $K^{43}$ . Энергия ионов  $Ar^{40}$  составляла 215 Мэв и ионов  $Ne^{20}$  - 141 Мэв /одинаково для всех мишеней/. Энергия, пересчитанная в систему центра масс, и ее разница по сравнению с кулоновским барьером представлены в таблице 2.  $E_{CB}$  обозначает высоту кулоновского барьера.

Результаты отдельных облучений показаны на рис. 2,3,4,5,6,7. Углы отклонения  $\varphi_{LAB}$  даны без поправок на отклонения продуктов реакции в магнитном поле циклотрона /1,5°-2,7°/. Кривые, приведенные на рисунках, являются экспериментальными. Статистические ошибки в большинстве случаев малые. Для реакции  $(Ne^{20}, p+3n)Na^{24}$  их величина заключается в пределах 5-20%. Для реакции  $(Ne^{20}, -d)F^{18}$  ошибки пренебрежимо малы, за исключением крайних точек для  $Rh^{103}$  и  $Cu^{63,65}$ , где ошибки достигают ~ 25%. В случаях возможности разного проведения кривых статистические ошибки показаны: /рис. 7/ - реакция  $(Ar^{40}, -2p)S^{38}$  и /рис. 5/ - реакция  $(Ne^{20}, +d)Na^{22}$ . Причиной выбросов точек для средних углов в реакции срыва дейтона на меди может быть примесь золота в мишени, так как для облучения использовалась медь не самой высокой чистоты.

Данные угловых распределений для реакции  $(Ne^{20}, +d)Na^{22}$  из-за большого периода распада конечного продукта (2,6 года) являются значительно менее точными. Статистические ошибки в этом случае равняются ~ 30% для малых углов и выше 100% - для крайних точек. Число отсчетов в пике аннигиляционной линии  $Na^{22}$  получено в результате измерений продолжительностью 2-4 часа. Для понижения фона в этих измерениях счетчик дополнительно помещался в железный ящик, толщина стенок которого равна 60 мм. Серии измерений на содержание  $Na^{22}$  в кусках собирающей фольги проводились через 2,5 - 3 месяца после облучения. Было проведено несколько контрольных измерений для поисков долгоживущих  $\beta^+$ -активных примесей. В этих опытах установлено, что примесей с полупериодом распада до нескольких месяцев в заметном количестве нет. Кроме того, для малых углов получался пик линии  $Na^{22}$  - 1270 кэв интенсивностью, отвечающей аннигиляционной линии.

Т а б л и ц а 2.

	$Cu^{63,65} + Ne^{20}$	$Rh^{103} + Ne^{20}$	$Ta^{181} + Ne^{20}$	$Ru^{197} + Ne^{20}$	$U^{238} + Ne^{20}$	$A^{297} + A^{40}$
Есн (МэВ)	107	118	127	128	130	180
Есв (МэВ)*	44,5	62,5	91	96	106	160
Есн - Есв	62,5	55,5	36	32	24	20

Т а б л и ц а 3.

Мишень Реакция	$Rh^{103}$			$Ta^{181}$			$Ru^{197}$			$U^{238}$		
	$\varphi_{max}^{\circ}$	$R_{min}(f)$	$\gamma_0(f)$	$\varphi_{max}^{\circ}$	$R_{min}(f)$	$\gamma_0(f)$	$\varphi_{max}^{\circ}$	$R_{min}(f)$	$\gamma_0(f)$	$\varphi_{max}^{\circ}$	$R_{min}(f)$	$\gamma_0(f)$
$(Ne^{20}, -d)F^{18}$	40	10,3	1,4	53	13,2	1,54	60	12,8	1,54	69	13,35	1,53
$(Ne^{20}, p+3n)Ne^{29}$	-	-	-	57	12,85	1,51	65	12,7	1,49	72	13,1	1,49
$(Ne^{20}, +d)Ne^{22}$	47	9,75	1,32	49	13,85	1,63	56	13,95	1,66	63	14,3	1,61
$(A^{90}, +n)A^{91}$	-	-	-	-	-	-	80	14,6	1,58	-	-	-

\* Есв - вычислено для  $\gamma_0 = 1,4 \cdot 10^{-13}$  см

Эти данные говорят в пользу правильности представленных сечений.

Путем суммирования сечений для отдельных кусков получены эффективные сечения реакции на полный угол 4П.

Т а б л и ц а 3.

Реакция	Мишень-сечение /мб/				
	$Cu^{63,65}$	$Rh^{103}$	$Ta^{181}$	$Au^{197}$	$U^{238}$
$(Ne^{20}, +d)Na^{22}$	~ 1,3	~ 2	~ 3	~ 4,5	~ 7,3
$(Ne^{20}, +p+3n)Na^{24}$	0,1	≥ 0,07	0,8	~ 0,4	~ 0,6
$(Ne^{20}, -d)F^{18}$	5	4	6	7,5	~ 12

Т а б л и ц а 4.

Мишень	Реакция-сечение /мб/			
	$(A^{40}, +n)A^{41}$	$(A^{40}, -p)Cl^{39}$	$(A^{40}, -2p)S^{38}$	$(A^{40}, +p+2n)K^{43}$
$Au^{197}$	15	10	3	1,8

Показанные в таблицах 3 и 4 эффективные сечения даны в мб. Знаком ~ обозначены менее точные данные с ошибкой порядка 50%. Относительно малая величина эффективного сечения реакции  $(Ne^{20}, +p+3n)Na^{24}$  на родии /таблица 3,  $Rh^{103}$  / связана с некоторой абсорбцией конечного продукта и может рассматриваться только как нижний предел.

На рис. 8 и 9 показаны полученные угловые распределения на разных мишенях в системе центра масс с учетом поправок на отклонения в магнитном поле циклотрона для реакций  $(Ne^{20}, -d)F^{18}$  и  $(Ne^{20}, +p+3n)Na^{24}$ , соответственно то же самое для реакций с ионами  $A^{40}$  дано на рис. 10. Дифференциальные сечения в зависимости от угла отклонения /  $\psi$  см / даны в единицах см<sup>2</sup>/стерадиан.

Пересчет в систему центра масс проводился с помощью формул для нерелятивистского случая<sup>/21/</sup>. Величина  $Q$ -реакции принималась равной 15 и 25 Мэв соответственно для  $Na^{24}$  и  $F^{18}$ , хотя действительная величина из-за условий эксперимента /таблица 2/ заключена в пределах 0 - 40 Мэв. Передача нуклонов с большой потерей энергии менее вероятна, чем передача на первые возбужденные уровни<sup>/4/</sup>. Кроме того, преобразование в систему центра масс относительно слабо зависит от энергии, так что ошибки преобразования не превышают 3%.

В таблице 5 представлены вычисления наименьшего сближения налетающих частиц и ядра мишени  $R_{min}$  для крайних максимумов угловых распределений в

предположении движения по Резерфордской траектории. Вычисления проводились по формуле:  $R_{min} = \frac{Z_1 Z_2 \cdot e^2 (1 + \csc \frac{\theta}{2})}{2E}$ , где  $E$  - энергия налетающих частиц в системе центра масс. Величина  $\gamma_0 = R_{min} / (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ , представленная в таблице 5, вычислена для случая движения налетающих частиц по касательной к ядру мишени траектории.

### Обсуждение результатов

Полученные в настоящей работе угловые распределения срыва и подхвата нескольких частиц при взаимодействии ионов  $Ne^{20}$  и  $A^{40}$  с средними и тяжелыми мишенями являются первым экспериментальным материалом, указывающим на зависимость процесса передачи от числа передаваемых частиц, типа реакции и  $Z$  ядра мишени. Большинство реакций исследовано экспериментально впервые, поэтому будет целесообразным подчеркнуть некоторые особенности полученных результатов.

Сечения реакций срыва дейтона  $(Ne^{20}, -d)F^{18}$  на всех мишенях /за исключением меди/ имеют, кроме подъема в сторону малых углов, резко выраженный максимум при больших углах, который систематически перемещается с  $Z$  ядра мишени /рис. 8/. Положение этого максимума отвечает углу Резерфорда для касательной траектории с  $\gamma_0 = 1,54 f$ . Минимум между максимумами увеличивается с ростом  $Z$  мишени, однако его положение по отношению к краевому максимуму остается приблизительно постоянным.  $\psi^{max} / \psi^{min} \approx 1,55$ . Такую картину можно получить в случае наложения некоторой кривой на кривую с экспоненциальным спадом.

Кривые для реакции  $(Ne^{20}, +p+3n)Na^{24}$  /рис. 9/ имеют более сложный вид. Кроме максимумов при малых углах и углах Резерфорда с  $\gamma_0 \approx 1,5 f$ , появляется добавочный максимум. Положение его с ростом  $Z$  смещается в сторону малых углов. В случае  $Rh^{103}$  положение этого максимума совпадает с углом Резерфорда, однако в случае медной мишени его положение смещено в сторону больших углов примерно на  $15^\circ$ .

Появление добавочного максимума при средних углах, вероятно, наблюдается также в случае подхвата дейтона на  $U^{238}$  /рис. 6/. Максимум при средних углах для реакции подхвата  $H^4$  и дейтона, а также в случае передачи трития  $(A^{40}, +p+2n)K^{43}$  /рис. 10/ не может быть объяснен квантово-механической дифракцией Фраунхофера /21/, так как должен наблюдаться во всех случаях и число таких максимумов должно быть больше. Этот добавочный максимум можно объяснить скорее явлениями квазимолекулярного взаимодействия остов-остов, чем дифракцией. Также длинные "хвосты" для реакций  $(Ne^{20}, -d)F^{18}$  на  $Ca^{63,65}$  и  $Rh^{103}$ , возможно, скорее обусловлены молекулярным поворотом, а не квантово-механическим отражением от барьера.

Для реакций с ионами  $A^{40}$  /рис. 10/ большое различие в ходе сечений проявляется в области малых углов.

Все эти распределения получены при одной энергии, так что разница может быть связана только с особенностями реакции данной передачи. Надо, однако, исключить возможность отнесения наблюдаемой разницы за счет передаваемого частицами углового момента, так как уносимый ядром  $A^{40}$  момент  $L > 100 \hbar$ . Кроме того, исследованные реакции являются суммой передач на различные уровни конечных ядер.

Значительно меньшая вероятность срыва двух протонов при сильном действии ядерного потенциала /отклонения на малые углы/ вместе с фактом почти одинакового сечения срыва и подхвата дейтона в этой области /рис. 3-6/ говорят об участии независимой передачи частиц при скользящих столкновениях<sup>12/</sup>.

Краевые максимумы угловых распределений в реакциях с  $A^{40}$  отвечают углу Резерфорда при касательной траектории с  $\tau_0 = 1,58 \text{ ф}$  /таблица 5/. Спад сечений в сторону малых углов краевых максимумов является почти одинаковым для разных реакций, так же как и в случае срыва дейтона на мишенях из  $Ta^{181}$ ,  $Au^{197}$  и  $U^{238}$  /рис. 8/.

Такие особенности передачи на тяжелых мишенях, как движение налетающих ионов по кулоновской траектории и одинаковый характер кривых сечения при отклонениях на большие углы независимо от числа передаваемых частиц, указывают на туннельный механизм реакции. Одновременно получаемая величина эффективного сечения краевых максимумов и малая разница в сечении в зависимости от числа передаваемых частиц указывают, вероятно, на то, что в барьерных процессах передача идет в виде ассоциированных групп нуклонов.

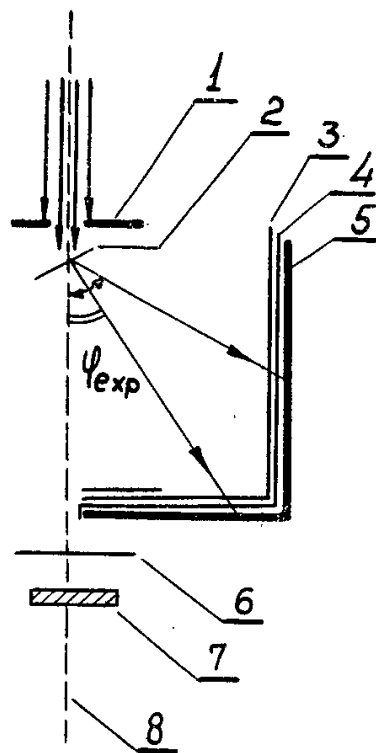
Данные подхвата  $H^4$  и дейтона /рис. 6/ показывают, что разница в эффективных сечениях краевых максимумов небольшая - от 2 до 4-х раз. В случае независимой передачи нуклонов эта разница должна быть значительно больше. Кроме того, акт независимой передачи четырех нуклонов  $(p+3n)$  туннельным процессом должен быть вообще пренебрежимо малым.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить искреннюю благодарность Г.Н. Флерову за ценные указания, дискуссии, а также за способствующий делу интерес к этой работе. Автор также глубоко благодарен С.М. Поликанову за ценное обсуждение результатов данной работы. Выражаю благодарность В.В. Волкову и сотрудникам его группы за помощь в проведении экспериментов, группе эксплуатации циклотрона МЗИ за обеспечение бесперебойной работы. Автор с благодарностью отмечает большую работу З.Д. Покровской в проведении экспериментов и обработке полученных результатов.

Л и т е р а т у р а

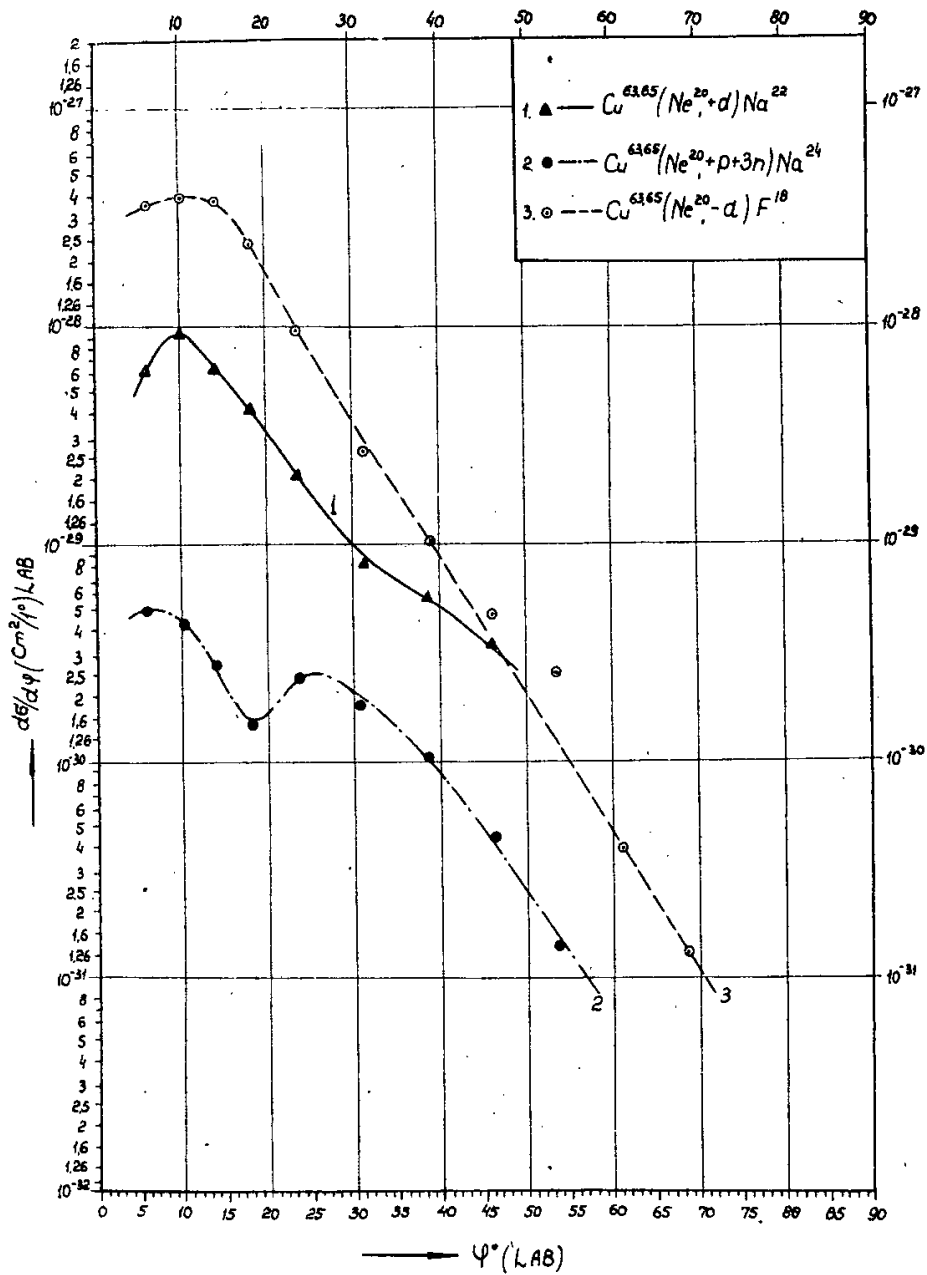
1. В.В. Волков, А.С. Пасюк, Г.Н. Флеров. ЖЭТФ, 33, 595 /1957/.
2. R.Kaufman, R.Wolfgong. Phys. Rev., 121, 192 (1961).
3. Г Кумпф, Е.Д. Донец. ЖЭТФ, 44, 798 /1963/.
4. M.Sachs, C.Chasman, D.A.Bromley. Asilomar III Conf. on React. between Compl Nuclei; Proc. Padua International Conf. New York (1963).
5. E.Newman, K.S.Toth, A.Zucker. Asilomar III Conf. on React. Complex Nuclei (1963).
6. I.A.McIntire, T.L.Wats, F.C.Jobec. Phys. Rev., 119, 1331 (1960): Asilomar III Conf. on React. Compl. Nuclei (1963).
7. A.Zucker. Phys. Rev. Lett., 4, 20 (1960).
8. С.Н. Шумилов. ЖЭТФ, 44, 1199 /1963/.
9. G.Breit, ME.Ebel. Phys. Rev., 104, 1030 (1956).
10. Т.Каммури. Progr. Theor. Phys., 28, 934 (1962).
11. Б.Н. Калинин, Я. Грабовский. Препринт ОИЯИ Р-1238, Дубна /1963/.
12. В.М. Струтинский, ЖЭТФ, 45, 960 /1963/; ЖЭТФ /в печати/ .
13. К.Р. Geider. Asilimar III Conf. on React. Compl. Nucl. (1963).
14. D.Strominger, I.H.Hollander, G.T.Seaborg. Rev. Mod. 30, 2 (1958).
15. Б.С. Джелелов, А.К. Пекер. Схемы распада радиоактивных ядер. Изд. АН СССР , 1958.
16. W.E.Mott, Handbook of Physics , vol XLV, 86 (1958).
17. Бета- и гамма-спектроскопия. Под редакцией К.Зигбана. Физматгиз, 1959.
18. Croutchamel, Appleed  $\gamma$ -ray Spectrometry (1960).
19. D.Mæder, R.Müller, V.Wintersteiger. Helv., Phys. Acta, 123,1356 (1954).
20. L.C.Northcliffe. Phys. Rev., 120, 1744 (1960).
21. А.М. Балдин, В.И. Гольданский, И.Л. Розенталь. Кинематика ядерных реакций. Физматгиз, 1958.

Рукопись поступила в издательский отдел  
3 декабря 1963 г.



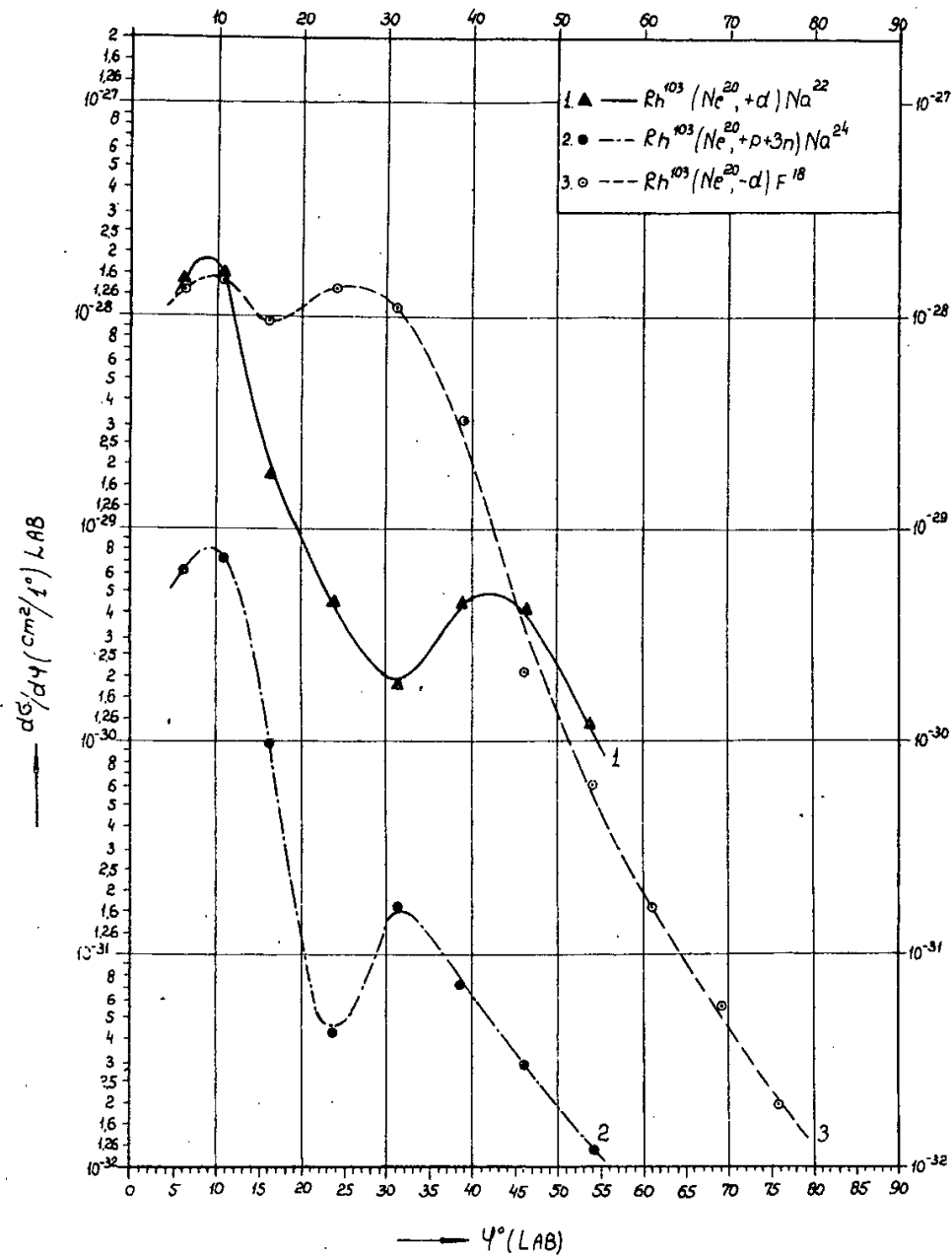
Р и с. 1. Схема устройства для измерения угловых распределений реакций передачи.

1. Коллиматор пучка /диаметр отверстия 5 мм/.
2. М и ш е н ь.
3. Алюминиевая защитная фольга /толщиной от 5  $\mu$  до 15  $\mu$  /.
4. Золотая фольга - 5  $\mu$ .
5. Сборная фольга - 15  $\mu$  Au или 16  $\mu$  Pt
6. Защитная фольга коллектора тока.
7. Коллектор тока тяжелых ионов.
8. Ось сборного цилиндрического сосуда и ось пучка тяжелых ионов.

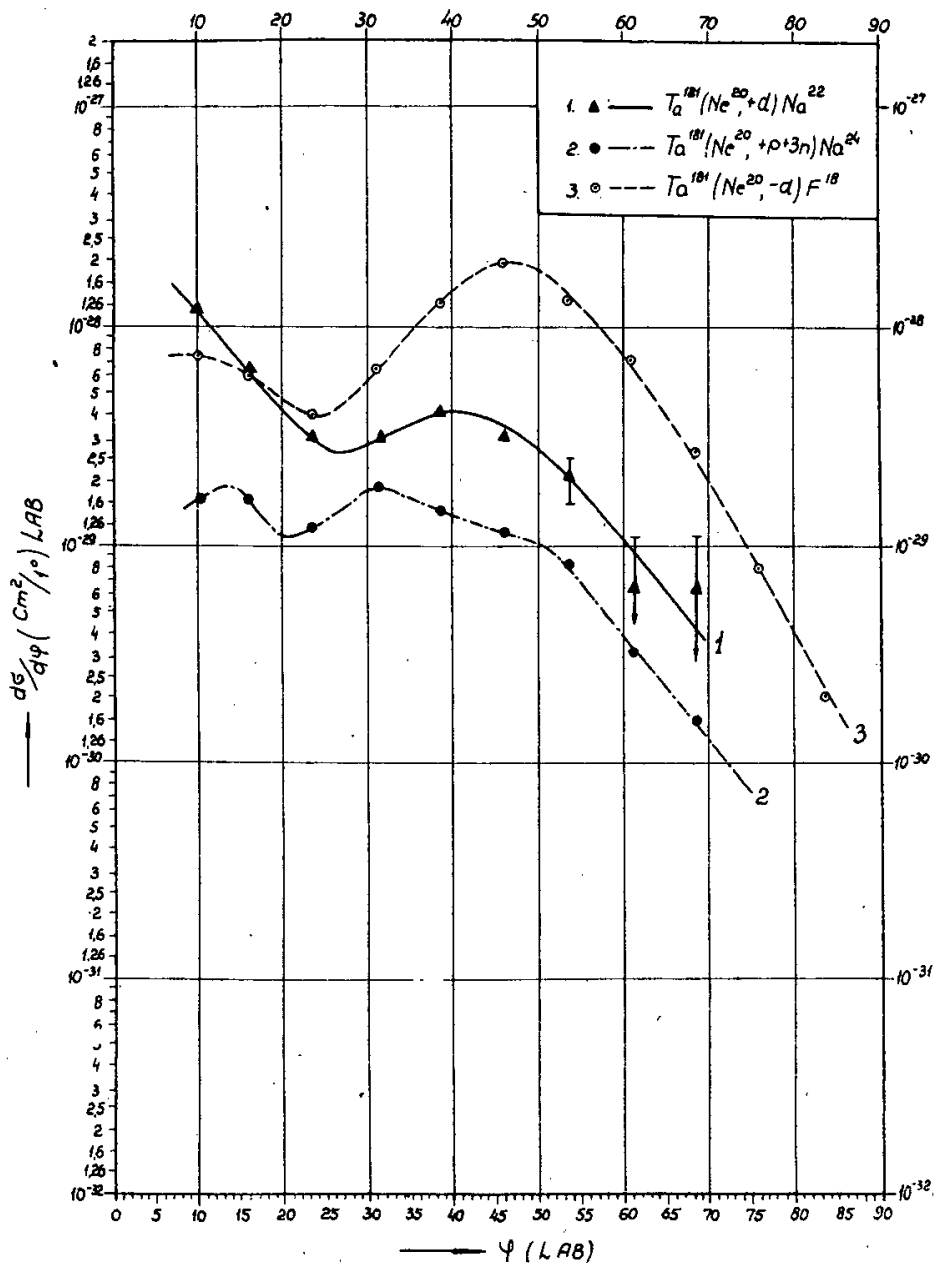


Р и с. 2. Угловое распределение ядер  $\text{F}^{18}$ ,  $\text{Na}^{24}$  и  $\text{Na}^{22}$  при облучении  $\text{Cu}^{63,65}$  ионами  $\text{Ne}^{20}$  с энергией 141 Мэв. Толщина мишени  $4,5 \text{ мг/см}^2$

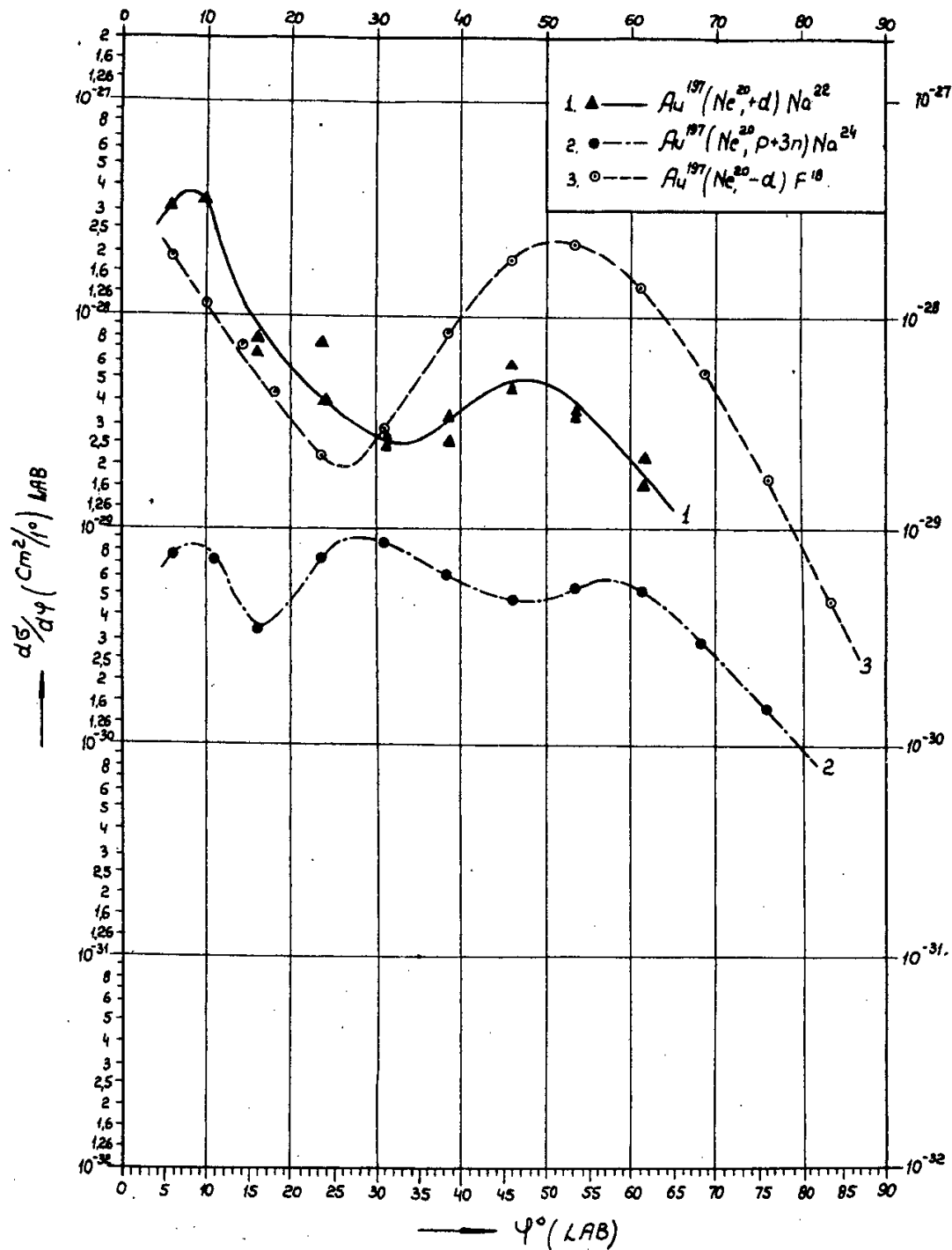




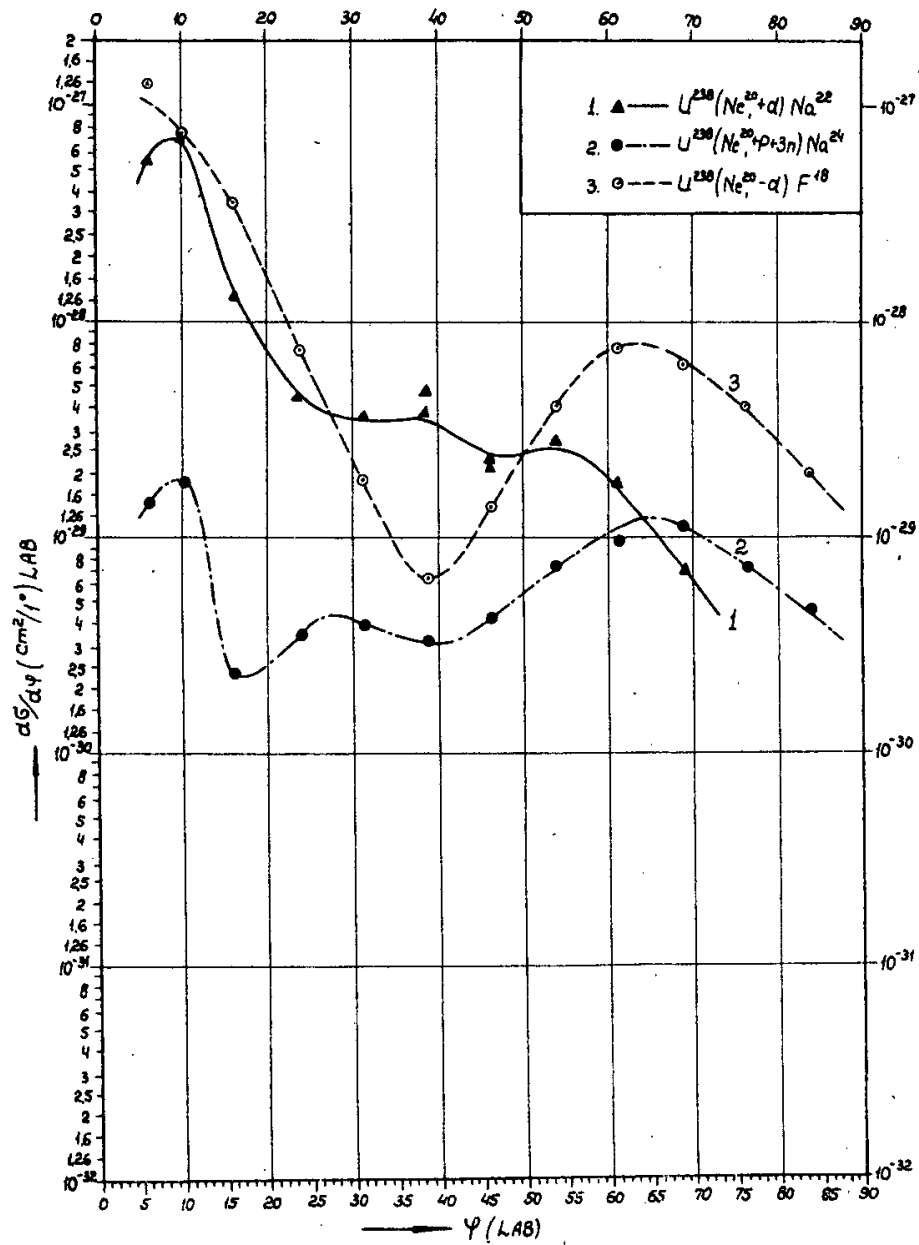
Р и с. 3. Угловое распределение ядер  $F^{18}$ ,  $Na^{24}$  и  $Na^{22}$  при облучении  $Rh^{103}$  ионами  $Ne^{20}$  с энергией 141 Мэв. Толщина мишени - 7 мг/см<sup>2</sup>.



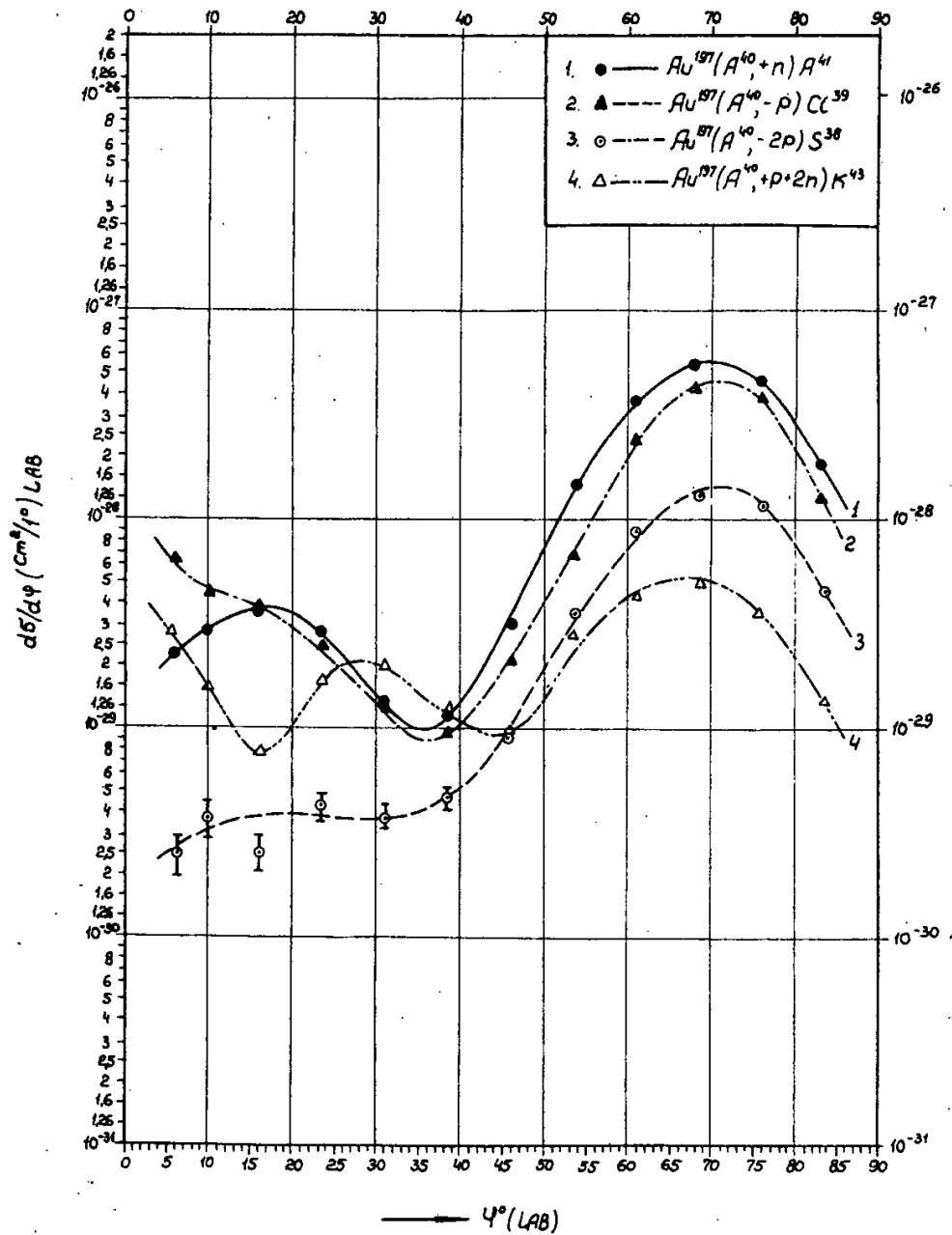
Р и с. 4. Угловое распределение ядер  $\text{F}^{18}$ ,  $\text{Na}^{24}$  и  $\text{Na}^{22}$  при облучении  $\text{Ta}^{181}$  ионами  $\text{Ne}^{20}$  с энергией 141 Мэв. Толщина мишени-5 мг/см<sup>2</sup>.



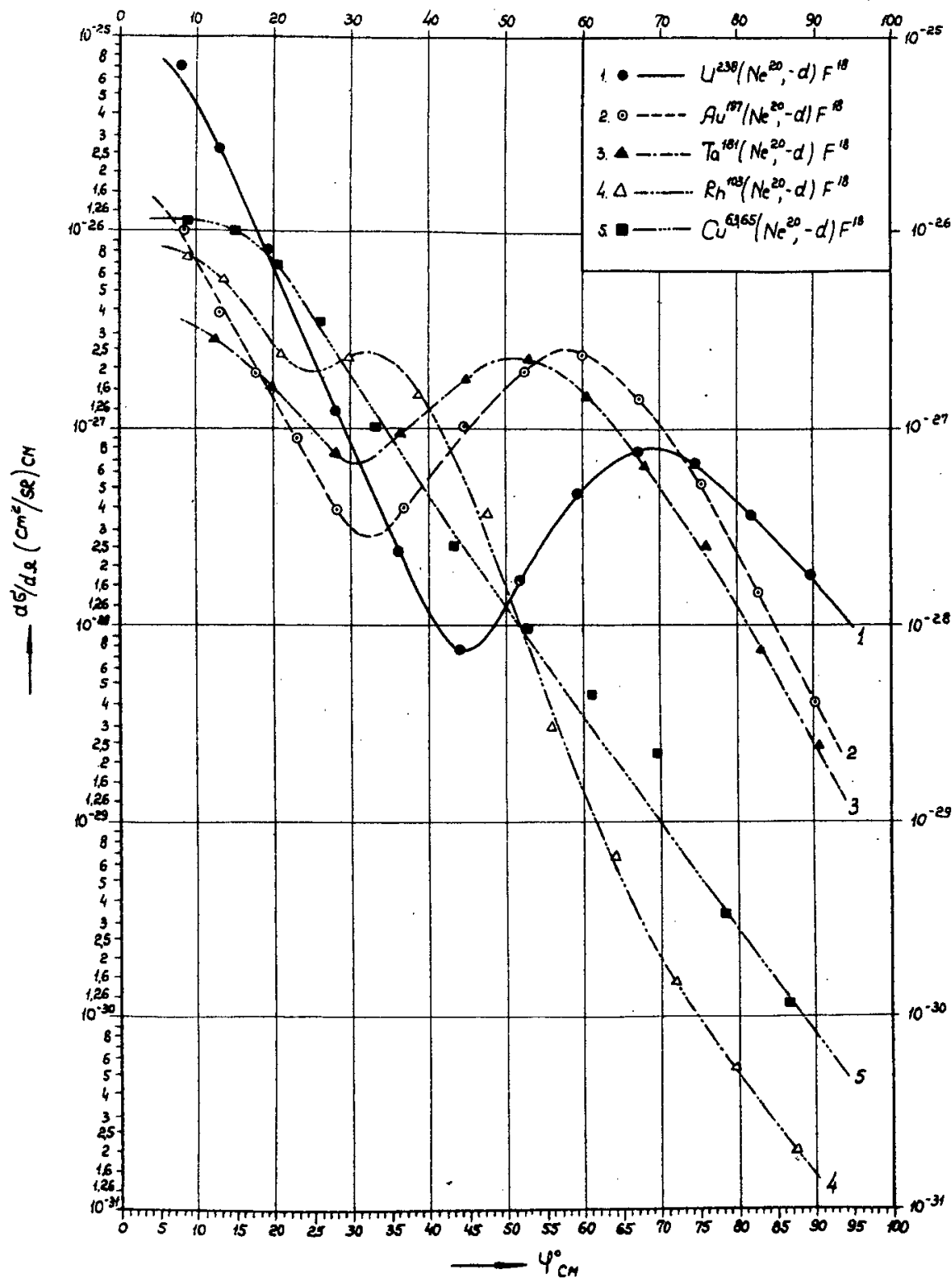
Р и с. 5. Угловое распределение ядер  $F^{18}$ ,  $Na^{24}$  и  $Na^{22}$  при облучении  $Au^{197}$  ионами  $Ne^{10}$  с энергией 141 МэВ. Толщина мишени — 5,8 мг/см<sup>2</sup>.



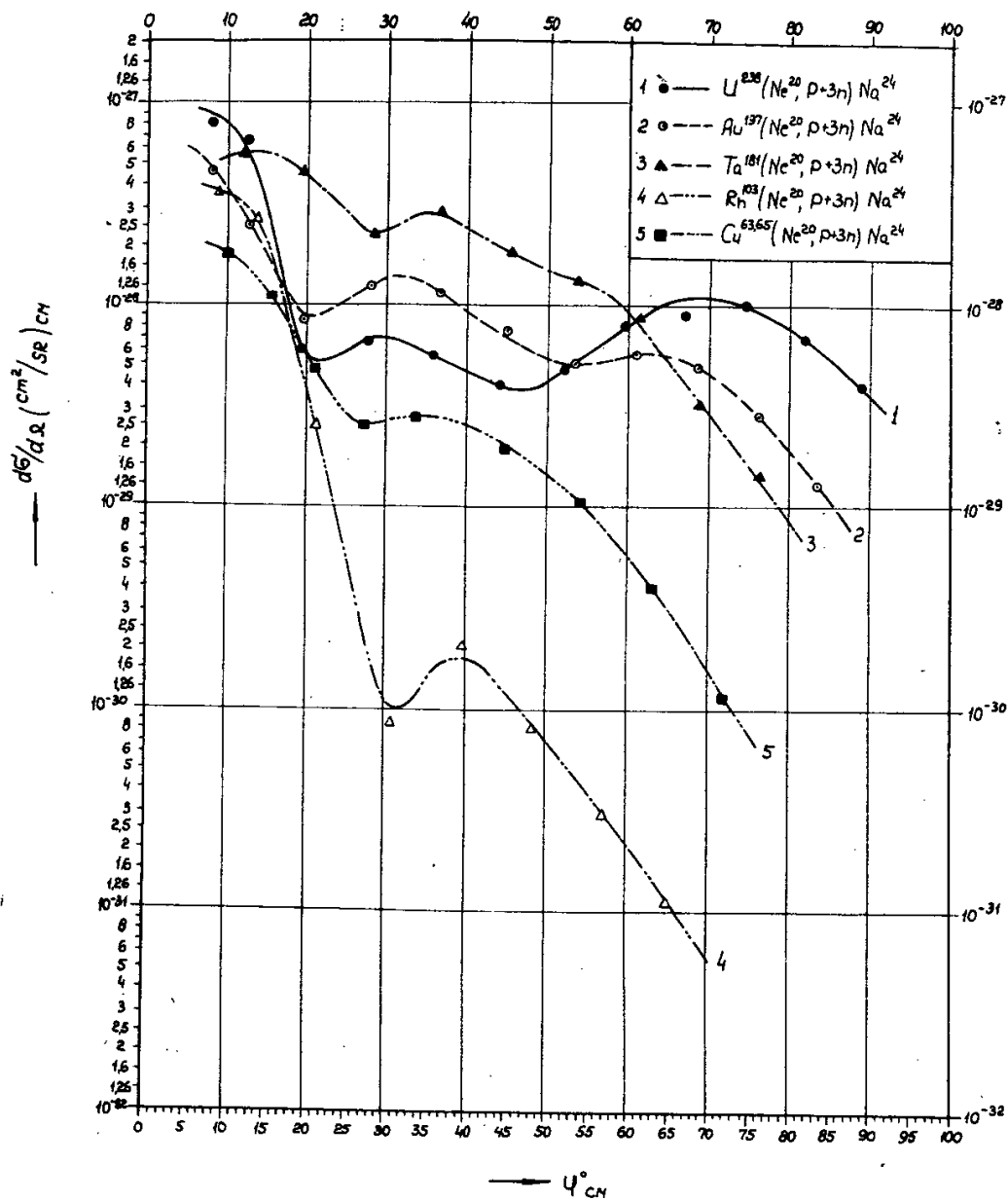
Р и с. 6. Угловое распределение ядер  $F^{18}$ ,  $Na^{24}$  и  $Na^{22}$  при облучении  $U^{238}$  ионами  $Ne^{20}$  с энергией 141 Мэв. Толщина мишени — 11,5 мг/см<sup>2</sup>.



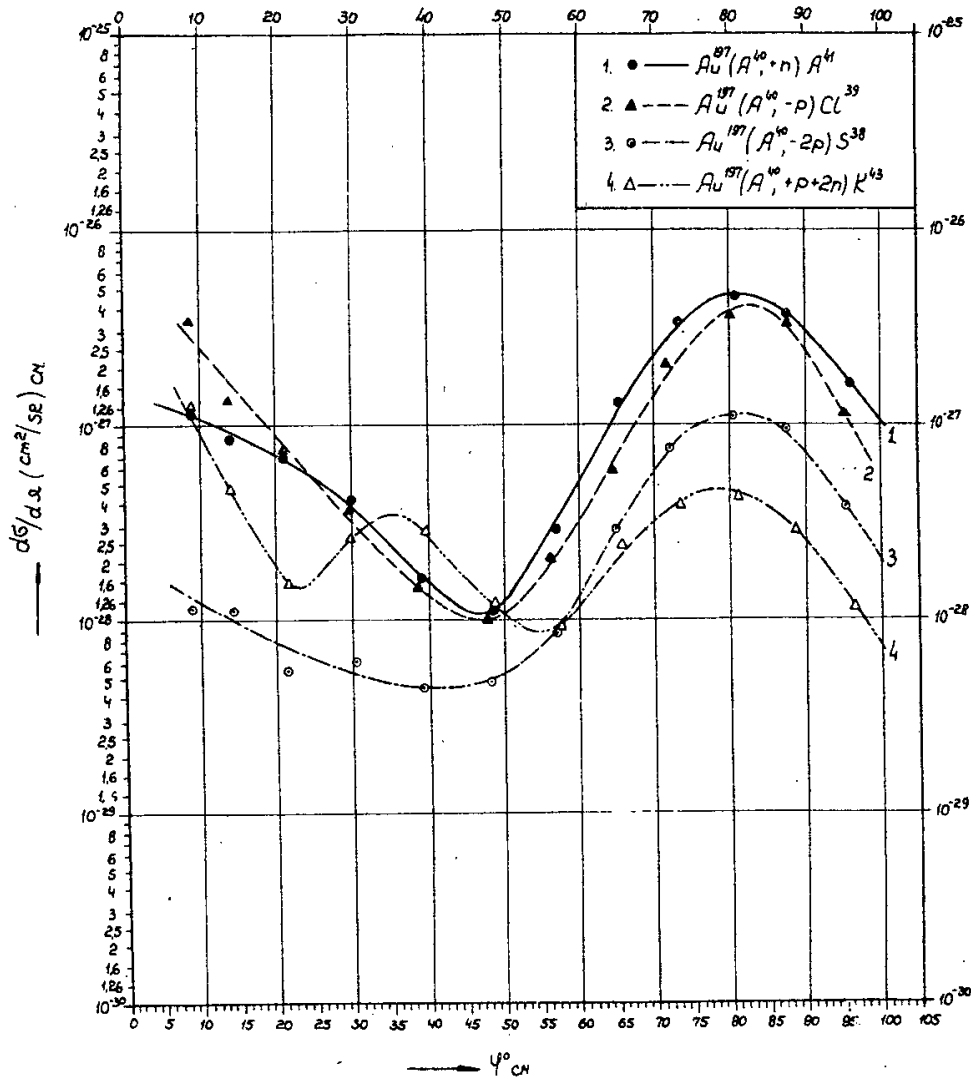
Р и с. 7. Угловое распределение ядер  $S^{38}$ ,  $Cl^{39}$ ,  $A^{41}$  и  $K^{43}$  при облучении  $Au^{197}$  ионами  $A^{40}$  с энергией 216 МэВ. Толщина мишени — 5,5 мг/см<sup>2</sup>.



Р и с. 8. Дифференциальные сечения  $d\sigma/d\Omega$  в системе центра масс реакции срыва дейтона на мишенях из  $U^{238}$ ,  $Au^{197}$ ,  $Ta^{181}$ ,  $Rh^{103}$ ,  $Cu^{63,65}$ .



Р и с. 9. Дифференциальные сечения  $d\sigma/d\Omega$  реакций подхвата  $p+3n$  в системе центра масс на мишенях из  $U^{238}$ ,  $Au^{197}$ ,  $Ta^{181}$ ,  $Rh^{103}$  и  $Cu^{63,65}$ .



Р и с. 10. Дифференциальные сечения  $d\sigma/d\Omega$  реакций срыва протона, двух протонов, подхвата нейтрона и трития в системе центра масс на мишени из  $Au^{197}$ .



Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 3441. Тираж 310. Декабрь 1963 г.  
Техн. ред. Н.Н.Зрелова.